Közgazdasági és Regionális Tudományok Intézete
Pécsi Tudományegyetem, Közgazdaságtudományi Kar

MŰHELYTANULMÁNYOK

Hálózati struktúra és egyensúly: a tudás-áramlás szerkezeti jellemzőinek kérdései

Sebestyén Tamás

2011/5

2011. november

Hálózati struktúra és egyensúly: a tudás-áramlás szerkezeti jellemzőinek kérdései

Sebestyén Tamás
Pécsi Tudományegyetem
Közgazdaságtudományi Kar
Közgazdasági és Regionális Tudományok Intézete
sebestyent@ktk.pte.hu

Absztrakt

A hálózatok szerepe egyre kiemeltebb figyelmet kap az innovációval foglalkozó irodalomban: a hálózatok strukturális felépítésének szerepe pedig számos területen keltette fel a kutatók érdeklődését. Dolgozatunkban azt vizsgáljuk, hogy a vállalatok közötti tudáshálózatok struktúrája milyen hatással van a gazdaság teljesítményére. Egy egyszerű általános egyensúlyi modellbe építjük be a hálózati kapcsolatokon keresztül áramló tudás-spilloverek hatását és szimulációs technikákkal vizsgáljuk a modell működését. A kapott eredmények azt mutatják, hogy a hálózati struktúra lényeges hatással van a gazdaság teljesítményére, ugyanakkor az is kiderül, hogy az aggregált teljesítmény és az egyenlőtlenség egymással párhuzamosan növekszik, ahogyan a hálózati struktúra a szabályos hálózatok irányából a véletlen hálózatok irányába, majd a véletlen hálózatok irányából a skálafüggetlen hálózatok irányába halad.

Kulcsszavak: Hálózati struktúra, tudáshálózatok, általános egyensúly

JEL: C68, C63, C15, E13, O33

Hálózati struktúra és egyensúly: a tudás-áramlás szerkezeti jellemzőinek kérdései

1. Bevezetés

A hálózati kapcsolatrendszerek az innovációval foglalkozó szakirodalom kiemelt figyelemmel tanulmányozott területévé váltak az utóbbi időben. Ez az érdeklődés részben onnan származik, hogy a személyes kapcsolatok szerepe a tudás-transzferben nyilvánvalóvá vált, másrészt viszont a hálózat-elemzési módszertan az elméleti fizika és a szociológia irányából ösztönözte az innovációval foglalkozó szakembereket az ilyen irányú kutatások kiterjesztésére.

Először a szociológiai vizsgálatok mutattak rá, hogy a társadalmi hálózatok nem adhatók vissza teljes mértékben a véletlen hálózatok segítségével. Ezek a vizsgálatok a társadalmi hálózatokat ún. „kis világokként" írják le, ahol szorosan összefüggő lokális csoportokat áthidaló kapcsolatok kötnek össze. Maga az elnevezés arra utal, hogy ezekben a hálózatokban a csomópontok közötti átlagos elérési úthossz relatíve kicsi, miközben a lokális csoportok megőrzik viszonylag éles határvonalaikat. Travers és Milgram (1969) a Harvard egyetem ismeretségi hálózatát vizsgálva jutott arra a felismerésre, hogy az átlagos elérési út még egy ilyen kiterjedt kapcsolati hálózatban is meglepően rövid, mindössze 5,5 lépés. Barabási (2002) megemlíti, hogy a relatíve rövid átlagos távolságok gondolatát korábban Karinthy Frigyes vettette fel egy írásában, ahol meglepően pontosan „előrejelezve" a későbbi tudományos eredményeket, 5 lépéses távolságról ír (Karinthy, 1929). Alapvető referenciának számít ebben a témakörben Granovetter (1973) tanulmánya is, ahol is a lokális csoportokat összekötő „gyenge" kapcsolatok jelentőségét emeli ki. A társadalmi kapcsolatrendszerek általa felvázolt struktúrája a kis világok reprezentációja. A kis világok intuitív elképzelését később Watts és Strogatz (1998) formalizálták. Az általuk bevezetett modellel később részletesen foglalkozunk.

Akárcsak a véletlen hálózatok, a kis világok is leírhatók egy reprezentatív csomóponttat, vagyis egy átlagos fokszámmal. Barabási (2002) azonban azt emeli ki, hogy a valós hálózatok nem jellemezhetőek reprezentatív szereplővel: néhány csomópont rendkívül nagy számú kapcsolattal rendelkezik, míg a csomópontok többsége kevés kapcsolattal bír. Az átlagos fokszám ugyan megadható, azonban a hálózat struktúráját nagy részben a nagyszámú kapcsolattal rendelkező, extremális elemek határozzák meg: egy-egy ilyen csomópont kiesése adott esetben a hálózat szétesséséhez vezethet. Ezt a speciális struktúrát skálafüggetlen hálózatnak nevezik, amely elnevezés abból fakad, hogy ezek a hálózatok nem írhatók le egy átlagos fokszámmal (reprezentatív szereplővel), vagyis a fokszám-eloszlásnak nincsen egy jól meghatározható átlaga, skálája. (Itt jegyeznénk meg, hogy az angol terminológiában használt *scalefree* kifejezés, valamint az alapjául szolgáló *scale* szó nem csupán a magyar skála kifejezés megfelelője, hanem jelent még adott, valamilyen skálához viszonyított méretet is. A szónak ez az értelme világít rá a legjobban a kifejezés eredetére.) Barabási és társai azt a fontos felismerést mutatták be, hogy a valóságban előforduló hálózatok nagy része ilyen skálafüggetlen tulajdonságot mutat (közlekedési hálózatok, társadalmi kapcsolathálók, publikációs hálózatok, kristályszerkezetek, fehérje-hálózatok, stb.) (Barabási és Albert, 1999; Barabási és szerzőtársai, 2000; Barabási, 2002). Barabási és Albert (1999) egy egyszerű modellt is felvázolnak, amely a skálafüggetlenség kialakulását magyarázza. A későbbiekben ezt a modellt is részletesebben ismertetjük majd.

A hálózatok megjelenése az innováció irodalmában tulajdonképpen egy logikus gondolatmenet eredménye. A gazdasági növekedéssel foglalkozó szakirodalom hamar felismerte, hogy a hosszú távú növekedés kulcsa a technológiai fejlődés, vagy más szemszögből nézve a tudás felhalmozása (csak példaként: Solow, 1956; Romer, 1990; Grosman és Helpman, 1991; Aghion és Howitt, 1992). Ez a felismerés az innováció, vagyis az új tudás keletkezésének és a diffúzió, azaz a tudás gazdaságban történő elterjedésének kérdéseit vetette fel. A tudás terjedésével foglalkozó empirikus szakirodalom kimutatta, hogy jelentős lokális hatások érvényesülnek a tudás terjedésében: a más vállalatoktól, vagy a gazdaság más szereplőitől származó tudás nagyobb mértékben hat a térben közelebb található vállalatokra vagy más szereplőkre, mint a térben távolabb elhelyezkedőkre (Jaffe, 1989; Feldman, 1994; Anselin és szerzőtársai, 1997). Jaffe és Trajtenberg (1996) azonban azt is megmutatják, hogy a térbeli hatások idővel gyengülnek, Audretsch és Feldman (1996) pedig arra hívják fel a figyelmet, hogy a tudás terjedésének lokalizáltsága markánsabb azokban az ágazatokban, ahol a tudás fontos kompetitív faktor.

Az imént idézett empirikus vizsgálatok részben hozzájárultak ahhoz is, hogy a közgazdasági mainstream irodalomba visszatérjen a térbeliség kérdése. Ez az irodalom Marshall (1890) nyomán lokális agglomerációs externáliákról beszél, amelyeknek egyik lényeges vetülete a tudás térben korlátos terjedése (Johansson és Forslund, 2008). Az egyes interpretációk ugyanakkor sokszor csak odáig mennek el, hogy a helyi agglomerációt valami olyan közegnek fogják fel, ahol a tudás szabadon áramlik, és a kérdéses határvonal e tudáshoz való hozzáférés tekintetében valamilyen térbeli korlátot jelent.[1] Breschi és Lissoni (2003) azonban rámutat arra, hogy a személyes kapcsolatok jelentősége a tudás-áramlásban és ezáltal a helyi agglomerációs hatásokban árnyaltabb

[1] Talán Kaldor (1966) használta elsőként a „mennyből hulló manna" hasonlatot a tudás ilyenfajta felfogása kapcsán.

megközelítést kíván. Felhívják a figyelmet arra, hogy a térbeli közelséget inkább a társadalmi közelség (social proximity) közelítő változójaként lehet felfogni. A térbeli közelség annyiban fontos, amennyiben hozzájárul a társadalmi kapcsolatok és az azokban foglalt bizalom kialakulásához. Mivel a térbeli közelség a kapcsolatok és a bizalom kialakulását nagy mértékben elősegíti, e kapcsolatok lokálisan sűrűek lesznek és az innovációs (vagy tágabb értelemben gazdasági) aktivitás térbeli koncentrációja olyan színben tűnik fel, mint a tudás-spilloverekhez való hozzáférés fontos médiuma. Ez pedig elfedi azt a valós helyzetet, hogy a spilloverek személyes kapcsolatokon és társadalmi hálózatokon keresztül fejtik ki hatásukat, így azok csak annyiban lokálisak, amennyiben a hálózatok is azok. Ezen a gondolati vonalon egyes tanulmányok megmutatják, hogy a tudás-spilloverek lokális hatásai csupán a munkaerő immobilitásán alapulnak (Zucker és szerzőtársai, 1994; Almeida és Kogut 1999; Balconi és szerzőtársai, 2004).

A korábban idézett, hálózati módszertannal foglalkozó gondolati irányzat és az innováció hálózati megközelítésével kapcsolatos szakirodalom ezen a ponton összefonódnak. A technológiai diffúziót, azaz a tudás terjedését leíró modellekben először Abrahamson és Rosenkopf (1997) fogalmazza meg explicit módon a hálózatok szerepét: modelljükben arra keresik a választ, hogy milyen strukturális jellemzők állítanak akadályokat az innovációk teljes elterjedése elé. Cowan és Jonard (2004) valamint Cowan (2005) olyan statikus hálózati modelleket mutatnak be, amelyekben a tudás terjedése tudás-csere vagy tudás-emisszió formájában valósul meg. Eredményeik azt mutatják, hogy a korábban bemutatott kis világ struktúrák a leghatékonyabbak a tudás terjedése szempontjából.

A hálózati modellek egy másik köre a hálózati kapcsolatok dinamikáját is vizsgálja: melyek azok a struktúrák, amelyek stabilan fennmaradnak, ha a hálózat tagjai önállóan alakíthatják kapcsolataikat. A hálózat működésének hatékonysága és a kapcsolatok stabilitása közötti kapcsolatot vizsgálja Jackson és Wolinsky (1996). Eredményeik szerint a hatékony és stabil struktúrák között bizonyos feszültség fedezhető fel: a hatékony hálózati struktúrák nem feltétlenül stabilak is. A kapcsolatok dinamikájának játékelméleti megközelítését adja Bala és Goyal (2000): eredményeik szerint a stabil (Nash-egyensúlyi) struktúrák a kapcsolatok fenntartásának relatív költségétől függően más-más formát öltenek. Cowan és szerzőtársai (2006) a struktúra mellett a tudás-bázisok viszonyának kérdéseit tárgyalja: modelljük két vezérlő ereje egyrészt a kapcsolatok bizalom-építő szerepe, amely a közös innovációs tevékenység (várható) hatékonyságát növeli az együttműködés eredményessége kockázatának csökkentésével, másrészt pedig a kapcsolatok azon hatása, hogy az együttműködés a tudásbázisok közelítése révén a közös innováció (várható) hatékonyságát csökkenti. Sebestyén (2010) hasonló, stratégiai kapcsolat-kialakításon alapuló modellt mutat be, amellyel a sokféleség szerepét vizsgálja az innovációs folyamatban. A kapott eredmények arra mutatnak, hogy a tudás-tér (amely a vállalatok vizsgált csoportját jellemzi) kezdeti jellemzői befolyásolják mind a vállalatok tudásának, mind pedig a hálózati struktúrának az evolúcióját. Carayol és Roux (2006) egy olyan modellt mutatnak be, amely a hálózat dinamikus formálódása mellett térbeli vonásokat is tartalmaz. Megmutatják, hogy a tudás transzferálhatóságának nagy közbülső tartományaiban a kis világok alakulnak ki, rövid elérési utakkal és magas klaszterezettséggel. Így sikerül gazdasági, költség-haszon megfontolásokon alapuló magyarázatot adniuk arra a jelenségre, hogy a hálózati kapcsolatok jellemzően lokálisan alakulnak és így a tudás-áramlás is lokális.

Ebben a dolgozatban az eddig leírt gondolati ív lezárása irányába kísérelünk meg egy lépést tenni. A gazdasági növekedés kérdései elvezetnek az innováció kérdéseihez, az innováció kapcsán a lokalitás és a hálózatok szerepe merül fel, a hálózatok szempontjából pedig a hálózati struktúra válik érdekes tereppé. A hálózati modellek a struktúra és a hálózati teljesítmény közötti kapcsolatot elemzik, ezek azonban parciális modellek: jellemzően a hálózat elemei (csomópontjai) rendelkeznek valamilyen információval (tudással), amelyet aztán a hálózati struktúra „szétoszt” a hálózat tagjai között. Ugyanakkor nem merül fel annak a kérdése, hogy a csomópontok gazdasági szereplők, amelyek más kontextusban gazdasági kapcsolatban állnak egymással. A dolgozat célja egy olyan modell bemutatása és elemzése, amely a tudáshálózatok strukturális kérdéseit egy általános egyensúlyi modellbe foglalja. Ezzel tulajdonképpen a hálózatok parciális modellezése felől egy további lépést teszünk a gazdasági növekedést leíró közgazdasági modellek irányába, egyúttal az itt leírt gondolati ív lezárása felé.

A dolgozat felépítése a következő. A 2. szakaszban bemutatjuk a tudás-hálózatok általános egyensúlyi szemléletű modelljének logikai vázát. Ezt követően a 3. szakaszban külön foglalkozunk a modellben alkalmazott hálózati modellek leírásával, majd a 4. szakasz a szimulációkhoz szükséges addicionális információkat adja meg. Az 5. szakasz tartalmazza a modell szimulációs futtatásainak eredményeit, végül pedig összefoglaljuk a dolgozat főbb megállapításait.

2. A modell leírása

A következőkben röviden bemutatjuk a hálózati kapcsolatokat integráló általános egyensúlyi modellt. Először a hálózatok reprezentációját adjuk meg, majd a modell kínálati és keresleti oldalát ismertetjük.

2.1. A tudáshálózatok reprezentációja

A modell központi eleme a vállalatok közötti hálózati kapcsolatok struktúrája. A hálózati kapcsolatokat a modellben a kapcsolati mátrix segítségével írjuk le. Egy N csomóponttal rendelkező (N elemű) gráfot egy $N \times N$-es kapcsolati mátrixszal írhatunk le, amely mátrix elemei a sor és az oszlop indexének megfelelő csomópontok közötti kapcsolatot mutatják, melynek általános formája:

(1)
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & a_{NN} \end{bmatrix}$$

A mátrix eleme nulla, ha a két csomópont között nincsen él és nullától különböző, ha van él. A kapcsolati mátrix lehet bináris, ebben az esetben csak a kapcsolat létezését vizsgáljuk, ha pedig az élek súlyozottak, akkor a kapcsolatok intenzitását is figyelembe vesszük. A kapcsolati mátrix szimmetrikus, ha a gráf irányítatlan, irányított gráf esetén azonban nem feltétlenül szimmetrikus. Modellünkben a tudáshálózatot irányítatlan, bináris kapcsolati mátrixszal írjuk, azaz a kapcsolatok intenzitásának és a tudás-áramlás irányának vizsgálatától eltekintünk. A kapcsolati mátrix általános eleme: $a_{ij} \in (0;1)$.

2.2. A modell kínálati oldala

A hálózatok explicit figyelembe vétele, amint azt majd látni fogjuk, azt kívánja meg, hogy a modellt az egyes vállalatok szintjén értelmezzük. Ezeknek megfelelően a termelési függvényre az alábbi specifikációt adjuk:

(2)
$$y_i = K_i L_i^{\alpha}, \quad i = 1,\ldots,N$$

ahol y_i az i-edik vállalat által előállított output, L_i az i-edik vállalat által felhasznált munkamennyiség. Az összefüggésben szereplő K_i tényező esetünkben kiemelten fontos szerepet játszik: ez jelöli a vállalat számára hozzáférhető, a termelésben produktívan felhasználható tudást. Ebből a szempontból K_i hasonlítható a „hagyományos" termelési függvények technológiai együtthatójához, vagy más szavakkal a teljes tényező-termelékenységhez. A tőketényező hiánya a fenti termelési függvényből csak látszólagos, ugyanis tekinthetünk úgy a tőkére, mint rögzített mennyiségben rendelkezésre álló termelési tényezőre, így a vállalat technológiai tudásába ezt beleszámíthatjuk, Másrészt viszont érvelhetünk úgy is, hogy ugyan a tőkeállomány nem rögzített, azonban a vállalat technológiai (produktív) tudása és a tőke között nem tudunk éles határvonalat húzni, így a tőkeállomány (különálló) explicit szerepeltetése a termelési függvényben nem indokolt.[2] A (2) termelési függvény rugalmassági paraméterének (α) értelmezése a szokásos.

Eddig a pontig modellünk a közgazdasági irodalomban megszokott formát követi. Új elemünk a hálózatok beépítése a modellbe, amely a termelési függvény K_i változóján keresztül valósul meg, ehhez azonban szükség van a hálózatok valamilyen matematikai interpretációjára. Ezeket a kapcsolatokat az előző pontban bemutatott módszerrel modellezzük, feltéve, hogy a vállalatok közötti hálózatot leíró gráf irányítatlan és súlyozatlan.[3]

A tudáshálózatok explicit figyelembe vételéhez értelemszerűen szükséges a tudás matematikai reprezentációja is: a gazdaságmodellezési irodalomban elterjedt módon a tudást egy valós számmal reprezentáljuk. Természetesen ez a módszer a tudás számos fontos dimenzióját figyelmen kívül hagyja, azonban egyszerűségénél fogva alkalmas arra, hogy néhány lényeges aspektust megragadjunk és vizsgálhassunk. Lényeges szempont azonban az is, hogy esetünkben a tudás többdimenziós jellege nem explicite a vállalatok által közvetlenül birtokolt tudásterületek sokféleségében jelenik meg, hanem a hálózaton keresztül hozzáférhető adott esetben eltérő jellegű tudás-források tekintetében.

A vállalatok tehát a tudás egy adott szintjével jellemezhetőek, amelyet az ún. tudás-vektor határoz meg. Ha a gazdaságban N számú vállalat működését tételezzük fel, akkor ez a tudás-vektor az alábbi formában írható fel:

(3) $$\mathbf{k} = (k_1, k_2, \ldots, k_N)$$

A $\mathbf{k}$ vektor elemei tehát az egyedi vállalatok tudásszintjeit reprezentálják. Ezek a tudásszintek a modell exogén változói. A valamennyi vállalat számára adott (2) termelési technológia mellett tehát a gazdaság termelési oldalát a k_i értékek eloszlása jellemzi.

---

[2] Ezt az érvelést külön támogatja a hálózatok figyelembe vétele modellünkben: a hálózatokon keresztül áramló tudás esetén a vállalat saját tőkeállománya/tudása és a kívülről, spillover formájában megjelenő tudás közötti határvonal elmosódik. Ehhez természetesen szükséges az a feltevés is, hogy a tudást és a tőkét szinonim fogalmakként kezeljük. Ez a megközelítés úgy is interpretálható, hogy a tőkejavak fizikai formában megtestesült tudást jelentenek. Bár a napi gazdasági gyakorlatban a tőke és a tudás szétválasztása lényeges, egy szélesebb, ha úgy tetszik historikus perspektívában a két fogalom közötti szoros kapcsolat nyilvánvaló.

[3] Ezek a feltevések kétségtelenül egyszerűsítőek, azonban a bemutatandó modell tartalmazza annak lehetőségét, hogy mind az aszimmetriát, mind pedig a kapcsolati intenzitás változásait bevonjuk az elemzésbe.

A tudáshálózatok szerepe ebben a kontextusban az, hogy az egyes vállalatok tudásbázisait összekapcsolja, így a vállalatok által felhasználható, rendelkezésre álló tudás eltér a saját tudásbázistól. Ahhoz, hogy ezt az összefüggést a modellbe építhessük, szükségünk van az egyedi tudásszintek hálózaton keresztül történő aggregálására. Feltevésünk szerint az egyes vállalatok tudása nem tökéletesen helyettesíthető. Ez azt jelenti, hogy a vállalatok mindegyike egy kicsit más technológiai területen működik, így bármely más vállalat tudása értékes többletet jelenthet egy adott vállalat számára. Ez a nem tökéletes helyettesíthetőség azonban értelmezhető úgy is, hogy a vállalatok az azonos technológiai terület (iparág) ellenére más tudás-bázist alakítottak ki: más technikákkal más eljárásokkal, szervezet rutinokkal operálnak, így egy másik vállalattól származó tudás e különbségek révén hordozza azt a szinergiát, ami a nem tökéletes helyettesíthetőségben nyilvánul meg. Mindezek alapján a különböző vállalatoktól származó tudás aggregálását az alábbi CES technológia mentén végezzük el:

(4) $$K_i = k_i + \left(\sum_{j=1}^{N} a_{ij} (\theta k_j)^{\rho} \right)^{\frac{1}{\rho}}, \quad i = 1, \ldots, N$$

A (4) egyenletben K_i a (2) termelési függvényből már ismert, a vállalat által felhasználható, hozzáférhető tudást jelöli, k_i az i-edik vállalat saját tudásszintje, amely egy az egyben hozzájárul a felhasználható tudáshoz. A többi vállalattól származó tudás aggregált „értékét” adja meg a jobb oldali zárójelben található kifejezés, amely a jól ismert Dixit-Stiglitz aggregátor egy speciális formája. ρ az egyes vállalatok tudása közötti helyettesítés paramétere, a helyettesítés rugalmassága $1/(1-\rho)$.

A helyettesítési paraméter értékére a $0 < \rho < 1$ kikötést tesszük, amire azért van szükség, hogy a CES aggregátorban adódó „isoquantok” az origóra konvexek legyenek. Ez a kitétel tulajdonképpen annak a könnyen belátható összefüggésnek felel meg, hogy a partner-vállalatoktól származó tudás (k_j) határtermelékenysége csökkenő. A két szélsőséges lehetőséget azért zárjuk ki, mivel $\rho = 0$ esetén a (4) kifejezésben az $1/\rho$ hatványkitevő csak határértékben értelmezhető, illetve $\rho = 1$ esetén a helyettesítés tökéletes lenne. A továbbiakban, funkciójából adódóan a (4) összefüggésre *tudás-aggregátorként* hivatkozunk.

A (4) aggregátorban szereplő a_{ij} a korábban definiált **A** kapcsolati mátrix megfelelő elemeit reprezentálja. Mivel a_{ij} értéke csak nulla és egy lehet, ezért jelentősége abban áll, hogy az aggregátorban csak azon vállalatok tudása adódik össze, amelyek az adott i-edik vállalat közvetlen szomszédjai a hálózatban. További paraméter θ, amely a tudásáramlás vagyis a tudás spilloverek erősségét méri. Értéke definíció szerint 0 és 1 közé esik: ha értéke 0, akkor a partnerek tudásából semmi nem érzékelhető, ha értéke 1, akkor maximálisan képes a vállalat a partnerek tudását felhasználni. A 0 és 1 közötti érték azért releváns, mivel egyrészt az egyes vállalatok közötti különbségek okán, másrészt pedig a kommunikáció eleve adott információs torzításából fakadóan nagy valószínűséggel a partnerek tudásának csupán egy része válik használhatóvá a tudástranszfert követően. Cohen és Levinthal (1990) nyomán a θ paraméter értelmezhető a vállalatok abszorpciós képességeként, vagyis azon képességként, hogy a környezetükből származó információkat, tudást milyen mértékben képesek saját tudásbázisukba integrálni. E szempontból természetesen a paraméter értelmezése meglehetősen restriktív, mivel az abszorpciós képességek nem függetlenek a vállalat jellemzőitől (saját tudás nagysága, kutatás-fejlesztési ráfordítások, stb.) de környezeti tényezőktől sem (amilyen például a technológiai lehetőségek szerepe az iparágban, vagy a tudás jellege). Carayol és Roux (2009) nyomán azonban a θ paraméter értelmezhető a tudás tacit vagy kodifikált jellege szempontjából is. E szerint a megközelítés szerint a tudás tacit vagy kodifikált jellegétől függően kevésbé vagy jobban transzferálható, így a tudásáramlás során keletkező veszteségek attól függenek, hogy milyen típusú tudás átadására (áramlására) kerül sor. Így θ alacsony értéke inkább tacit, míg θ magasabb értéke inkább kodifikált tudásra utal. Ez a megközelítés továbbá lehetőséget ad arra is, hogy a tudás-hálózatok szerepét különböző tudás-jellemzők mellett vizsgáljuk, kiemelve, hogy a tudás (tacit vagy kodifikált) jellege nagy mértékben meghatározza egy ágazat térbeli koncentrációjának mértékét (Sorenson, 2005).

Egyszerű modellünk kínálati oldalát tehát három tényező adja. A vállalatok exogén $\mathbf{k}$ tudás-vektora, a vállalatok közötti kapcsolatokat leíró $\mathbf{A}$ kapcsolati mátrix, az ezek alapján megállapított (4) tudás-aggregátor, valamint a vállalatok kibocsátását meghatározó (2) termelési függvény.

A gazdaság modellezése során a közgazdasági irodalomban elterjedt monopolisztikus versenymodellt alkalmazzuk. Egyfelől a partner-vállalatoktól származó tudás-elemek korlátozott helyettesíthetősége miatt szükséges a tökéletes verseny és így a vállalatok homogenitásának feladása. Ha ugyanis a vállalatok tudás-bázisai egymást korlátozottan helyettesítik, az a vállalatok tudása és az alkalmazott technológiák (folyamatok, rutinok, stb.) között létező különbségeket implikál. Így a vállalat által előállított termékek is, legalábbis néhány dimenzió mentén és minimálisan, különbözőek lesznek, így a termékek tökéletes helyettesíthetősége már nem alkalmazható feltevés. Másfelől viszont a hálózati kapcsolatok dinamikájának endogén modellezése kívánná meg a tökéletes versenytől és a homogén vállalatoktól eltérő piaci struktúra feltevését.

Ilyen esetekben ugyanis egy adott kapcsolat értéke a vállalat számára attól függ, hogy a másik vállalat milyen addicionális tudást képes nyújtani az adott vállalat számára. Így ahhoz, hogy a hálózati kapcsolatokról szóló döntés ne pusztán a kapcsolatok számáról történő döntésre redukálódjon, hanem a konkrét partnerek kiválasztása is jelen legyen a döntésben, ahhoz a potenciális partnereknek különbözőeknek kell lenniük, legalább minimálisan eltérő tudásbázissal, amely az előzőek alapján már implikálja a végtermékek piacán tapasztalható heterogenitást. Jelen tanulmányban azonban a hálózati kapcsolatok dinamikájának explicit modellezésével nem foglalkozunk.

2.3. A modell keresleti oldala

Minthogy a vállalatok monopolisztikusan versenyzőek, így az általuk előállított termékek a fogyasztók számára nem tökéletes helyettesítők. Jelölje az i-edik vállalat által előállított termékből fogyasztott mennyiséget x_i. A fogyasztók az N vállalat által előállított termékek fogyasztásából jutnak hasznossághoz, a hasznossági függvényt pedig Dixit és Stiglitz (1977) modellje alapján az alábbi formában írjuk fel:

(5) $$U = \left(\sum_{i=1}^{N} x_i^{\sigma} \right)^{\frac{1}{\sigma}}$$

A hasznossági függvény fenti specifikációja konstans helyettesítési rugalmasságot feltételez az egyes termékek között, amelynek értéke: $\varepsilon = 1/(1-\sigma)$. Akárcsak a korábban definiált tudás-aggregátorban a ρ paraméter, σ helyettesítési paraméterként értelmezhető és kikötjük rá a $0 < \sigma < 1$ feltételt. Ennek az a jelentősége, hogy a hasznossági függvény közömbösségi görbéi (hiperfelületei) az origóra konvexek lesznek, ami az egyes termékek csökkenő határhasznát mutatja.

A háztartások által elkölthető összes nominális jövedelmet jelölje I. Így a háztartások költségvetési korlátja egyszerűen a következő alakot ölti:

(6) $$I = \sum_{i=1}^{N} p_i x_i$$

Értelemszerűen adottnak véve a rendelkezésre álló I jövedelmet, a háztartások hasznosság-maximalizációs problémája az (5) hasznossági függvény maximalizálását jelenti a (6) költségvetési korlát figyelembevételével. A függelékben megtalálható levezetés alapján a fenti probléma megoldásaként az i-edik termék keresletére az alábbi összefüggést kapjuk:

(7) $$x_i = p_i^{-\varepsilon} \frac{I}{\sum_{j=1}^{N} p_j^{1-\varepsilon}}, \quad i = 1,\dots,N$$

ahol $\varepsilon = 1/(1-\sigma)$ a termékek közötti helyettesítés rugalmasságát jelöli. A kifejezés jobb oldalán található hányados tekinthető egyfajta reáljövedelemként is. A nevezőben található összeg eszerint speciális árszínvonalként értelmezhető, így a nominális jövedelem és az árszínvonal hányadosa adja a reáljövedelmet.[4]

E levezetések során tehát rendelkezésünkre áll a modell-gazdaság egy első leírása, a kínálati oldalt alkotó $\mathbf{k}$ tudás-vektor, $\mathbf{A}$ kapcsolati mátrix, (4) tudás-aggregátor és (N darab) (2) termelési függvény, valamint a keresleti oldalt meghatározó (szintén N darab) (7) keresleti függvény segítségével.

2.4. Általános egyensúly

A fenti modell-gazdaságban a vállalatok profitfüggvénye a következő:

(8) $$\pi_i = p_i y_i - wL_i - rs_i$$

ahol w egy egységnyi munka költsége (munkabér), s_i a vállalat által fenntartott hálózati kapcsolatok száma, míg r egy kapcsolat fenntartásának a költsége. A vállalat kapcsolatainak száma egyszerűen felírható a kapcsolati mátrix segítségével:

(9) $$s_i = \sum_{j=1}^{N} a_{ij}, \quad i = 1,\dots,N$$

Minthogy a gazdaság általános egyensúlyi helyzetét keressük, így valamennyi piacon egyensúlyt kell feltételeznünk. Esetünkben ez N számú egyedi termékpiac egyensúlyát jelenti, amelyet egyenként az $x_i = y_i$ egyenlőségek írnak le, továbbá a munkapiacra vonatkozó egyensúlyi feltételt, amire a továbbiakban kitérünk. Felhasználva a termékpiaci egyensúly feltételeit, a termelési függvény inverzét, valamint a keresleti függvényt a (8) profitfüggvényt az alábbi formára hozhatjuk:

---

[4] Meg kell jegyeznünk, hogy a nevezőben található összeg nem tekinthető precíz árszínvonal-definíciónak. Dixit és Stiglitz (1977) modelljében az árszínvonal definíciója a fenti összeg $1/(1-\varepsilon)$-adik hatványa, így valóban egyfajta átlag keletkezik. Igaz ugyanakkor, hogy ebben a kontextusban az árszínvonal $(1-\varepsilon)$-adik hatványával osztjuk az összes nominális jövedelmet, ami szintén nem „tökéletes" reáljövedelem.

$$\pi_i = p_i^{1-\varepsilon} \frac{I}{\sum_{j=1}^{N} p_j^{1-\varepsilon}} - wK_i^{-1/\alpha} p_i^{-\varepsilon/\alpha} \left(\frac{I}{\sum_{j=1}^{N} p_j^{1-\varepsilon}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} - rs_i, \quad i = 1,\ldots,N \tag{10}$$

Minthogy a kapcsolatokat adottnak vesszük, ezért az $\mathbf{A}$ mátrix elemei exogén nagyságokként jelennek meg. Így az eleve adott $\mathbf{k}$ tudásvektor és a kapcsolati mátrix együttesen meghatározza a vállalatok K_i rendelkezésre álló tudását. Ennélfogva ez a tudásszint a vállalatok számára adottságként jelenik meg, akárcsak a kapcsolatok rögzítettségéből fakadóan a kapcsolati költségek (rs_i), továbbá a munkabér (w). A vállalat számára adottságként jelenik meg ezen kívül az összes nominális jövedelem (I) és a versenytársak árai is (p_j). Így viszont a (10) profitfüggvény a vállalatok szemszögéből csupán egyetlen döntési változót, a termék árát (p_i) tartalmazza.

A profitmaximalizációs feladat megoldása során szokásos feltevés az, hogy a vállalatok egyenként relatíve kicsinyek a piac egészéhez viszonyítva, így a saját áraiknak a (10) profitfüggvényben található $\sum_j p_j^{1-\varepsilon}$ összegre gyakorolt hatását elhanyagolhatónak tekintik. Ez a technikai megoldás a levezetéseket és a kapott eredményeket lényegesen egyszerűsíti, ugyanakkor lényegi torzításokat nem okoz a következtetések szempontjából. Figyelembe véve ezt az egyszerűsítést, valamint azt a korábbi megállapításunkat, hogy a vállalatok által felhasznált munka ugyan változhat, a kapcsolatok és ezen keresztül a kapcsolatokkal kapcsolatos költségek rögzítettek (és ezzel együtt a kapcsolatok változása miatt a kibocsátás és az ár sem változik) a vállalatok optimális árdöntésére az alábbi összefüggés adódik:

$$p_i = w^{\varphi} K_i^{-\frac{\varphi}{\alpha}} \left[\frac{\varepsilon}{(\varepsilon-1)\alpha} \right]^{\varphi} \left(\frac{I}{\sum_{j=1}^{N} p_j^{1-\varepsilon}} \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}\varphi}, \quad i = 1,\ldots,N \tag{11}$$

ahol φ az α és ε paraméterek függvénye: $\varphi = \alpha/(\varepsilon(1-\alpha)+\alpha)$. A fenti összefüggés tehát azt mutatja, hogy a vállalat profitmaximalizáló ára a munkabértől, a vállalat által hozzáférhető tudástól (K_i), a versenytársak áraitól (p_j), a nominális jövedelemtől (I) és a modell paramétereitől (α és σ) függ. Minthogy φ értéke pozitív, ezért a bérek növekedése az árakat növeli, a versenytársak árainak növekedése szintén pozitívan hat a saját termék árára, akárcsak az összes nominális jövedelem növekedése is. Ezzel szemben a vállalatok által felhasználható tudás (K_i) növekedése az optimális árat csökkenti.

A monopolisztikus verseny modelljében tipikus feltevés, hogy a profit zérus. Ennek azonban két fontos előzménye van. Egyrészt a „tankönyvi" modell szimmetrikus vállalatokkal dolgozik, másrészt pedig a vállalatok száma endogén, mivel éppen a szabad be- és kilépés teszi lehetővé a profit eltűnését. Modellünkben egyrészt nem érvényesül a szimmetria, másrészt pedig rögzített vállalatszámmal dolgozunk (N) (aminek az az oka, hogy a később bevezetendő hálózati módszertan szempontjából praktikusabb és kezelhetőbb modelleket kapunk). Ezen okoknál fogva nem tesszük fel a profit zérus voltát.

A modell lezárásaként a munkapiac egyensúlyi helyzetét biztosító egyenletet kell meghatároznunk. Ehhez figyelembe kell vennünk, hogy a vállalatok optimális árdöntése az adott peremfeltételek közepette meghatározza a kibocsátás (y_i) és a felhasznált munkaerő mennyiségét (L_i) is. Modellünkben a munkakínálati döntést nem vesszük explicite figyelembe, a munkakínálatot adottnak vesszük. Ezt az exogén munkakínálatot $\overline{L}$-sal jelölve a munkapiac egyensúlyi helyzetét az alábbi egyszerű összefüggés írja le:

$$\sum_{i=1}^{N} L_i = \overline{L} \tag{12}$$

A gazdaság általános egyensúly helyzetét így $N+1$ darab egyenlet írja le, amiből N darab a vállalatok profitmaximalizáló árára felírt (11) összefüggéseket jelenti, valamint a munkapiaci egyensúlyt leíró (12) egyenletet. Ez az $N+1$ egyenlet tartalmazza az általános egyensúly valamennyi feltételét, mivel a (11) egyenletek már tartalmazzák a háztartások optimális (hasznosságot maximalizáló) döntését csakúgy, mint a termékpiaci egyensúlyi helyzetek feltételét, valamint a vállalatok profitmaximalizációs döntését is. Ezt egészíti ki a (12) egyenlet a munkapiaci egyensúly feltételével, így tehát adott valamennyi piac egyensúlyi feltétele, továbbá valamennyi szereplő optimális döntése. Az egyensúlyt leíró egyenletrendszer tehát az alábbi:

$$p_i = w^{\varphi} K_i^{-\frac{\varphi}{\alpha}} \left[\frac{\varepsilon}{(\varepsilon-1)\alpha}\right]^{\varphi} \left(\frac{I}{\sum_{j=1}^{N} p_j^{1-\varepsilon}}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}\varphi}, \quad i = 1,2,\ldots,N \tag{11'}$$

$$(13) \qquad \sum_{i=1}^{N}\left[p_i^{-\varepsilon}\frac{I}{\sum_{j=1}^{N}p_j^{1-\varepsilon}}\right]^{\frac{1}{\alpha}}K_i^{-\frac{1}{\alpha}}=\bar{L}$$

Az $N+1$ egyenlethez $N+1$ változó tartozik: az árvektor ($\mathbf{p}=(p_1,p_2,...,p_N)$) és a munkabér ($w$). Az egyenletrendszer, vagyis a modell számára adottságot jelentenek értelemszerűen az α és σ paraméterek, ezen túl pedig az exogén hálózati kapcsolatok miatt a rendelkezésre álló tudásbázisok vektora (a K_i értékek), a rendelkezésre álló munkamennyiség ($\bar{L}$), valamint az összes nominális jövedelem (I).

A fenti felsorolásból talán a nominális jövedelem exogén volta igényel némi magyarázatot, mivel első megközelítésben a gazdaság egyensúlyi helyzete befolyásolni látszik az összes jövedelmet. A megoldás abban rejlik, hogy I a nominális jövedelem és hogy a modellünk, bár az árakat explicite kezeljük, valójában reálmodell. Az árak konkrét nagyságára éppen azért tudunk önálló értéket meghatározni, mert adott az összes nominális jövedelem. Ebből a szempontból tulajdonképpen praktikusabb is volna, ha az I változót nem nominális jövedelemként, hanem pénzmennyiségként fognánk fel.

3. Hálózati modellek

Az előbbiekben bemutattuk azt az egyszerű makroökonómiai modellt, amely lehetőséget ad arra, hogy a tudáshálózatok szerepét értelmezzük és értékeljük a modell keretein belül. Ehhez azonban a hálózatok explicit figyelembevételére van szükség. Arra is kitértünk, hogy a hálózatokat egy $N \times N$-es bináris mátrix segítségével reprezentáljuk. A hálózat struktúráját e mátrix egy adott realizációja, azaz a mátrix elemeinek egy adott kombinációja jelenti. Könnyen igazolható, hogy N alacsony értéke esetén is rendkívül sok ilyen kombináció létezhet, így a hálózati struktúra ilyen szempontból történő kezelése meglehetősen nehézkes volna.

Egy kézenfekvő lehetőséget jelent a hálózati struktúrák vizuális elemzése. Ez azonban kisebb elemszámú hálózatok esetében működhet megfelelően, ahol a csomópontok és a kapcsolatok még jól elkülöníthetőek. Egy nagyobb elemszámú, és főként sűrűbb hálózat esetén a vizuális megjelenítés ugyan nem lehetetlen, de a valós struktúrák felfedezése egyre nehezebbé válik. Éppen ezért szükségünk van valamiféle támpontra ahhoz, hogy a hálózat struktúráját kezelni tudjuk, vagy másként, hogy a kapcsolati mátrix rendkívül nagy számú lehetséges kombinációit valamilyen elv szerint csoportokba vagy sorrendbe rendezhessük. Erre egy jó lehetőséget nyújtanak a társadalmi hálózatelemzés (Social Network Analysis – SNA) által kifejlesztett és mind szélesebb körben alkalmazott hálózati mutatók. Az alapvető ilyen mutatókat a függelékben mutatjuk be. Mivel célunk a különböző hálózati struktúrák szerepének vizsgálata, ehhez szükségünk van arra, hogy a hálózati struktúrák számára bizonyos referencia-pontokat határozzunk meg. Ebben a szakaszban három ilyen referencia-pontot és ezekhez kapcsolódóan két hálózati modellt mutatunk be, amelyeket a modellünkben használni fogunk.

3.1. A Watts-Strogatz hálózati modell

A hálózatelmélet (gráfelmélet) eleinte úgy tekintett a valós hálózatokra, mint véletlen hálózatokra (Barabási, 2002). Ez azt jelenti, hogy a hálózat csomópontjai közötti kapcsolatok minden rendszer nélkül, véletlenszerűen jönnek létre. Első ránézésre ez a megállapítás meg is állja a helyét, hiszen a valós hálózatok kapcsolatainak kialakulásában minden bizonnyal nagy mértékű véletlenszerűség van. Ezen a vonalon Erdős és Rényi (1959) munkáját követően a véletlen hálózatoknak széles irodalma alakult ki (Bollobás, 2001).

A véletlen hálózatok létrehozására egy rendkívül egyszerű algoritmus adható. Az N számú csomópont összesen N^2 lehetséges kapcsolatot definiál. Természetesen, ha a csomópontok önmagukkal vett kapcsolatait (hurkokat) nem értelmezzük, úgy csupán $N(N-1)$ számú potenciális kapcsolat adódik. Haladjunk végig valamennyi lehetséges kapcsolaton (azaz minden (i, j) csomópont-páron) és egy előre definiált p valószínűséggel hozzunk létre kapcsolatot a két csomópont között. Irányítatlan hálózat esetén értelemszerűen csupán $N^2/2$ vagy $N(N-1)/2$ potenciális kapcsolat adódik. Az így létrejött hálózatoknak számos érdekes tulajdonsága van. Szempontunkból talán az a leglényegesebb, hogy az így kialakuló hálózat nem skálafüggetlen: a hálózat jól jellemezhető egy átlagos kapcsolati számmal, ami a hálózat méretének növekedésével pN-hez tart.

Többen is felvetették azonban, hogy a valós hálózatok nem írhatók le a véletlen hálózatok logikájával. Granovetter (1973, 1983) arra hívja fel a figyelmet, hogy a társadalmi hálózatok szorosan integrált lokális csoportok halmazaként írhatók le, ahol a lokális csoportokon belül „erős” kapcsolatok felelősek a kohézióért, ugyanakkor a hálózat egészének nagyon fontos elemei a lokális csoportokat összekötő „gyenge” kapcsolatok. Ez a különbségtétel a társadalmi tőke irodalmában is megjelenik: itt kohéziós (bonding) és áthidaló (bridging) kapcsolatoknak nevezik őket (Callois és Angeon, 2004). A társadalmi tőke irodalmában e két kapcsolat-típus közötti különbségnek lényeges szerepet tulajdonítanak: az erős lokális (bonding) kapcsolatok biztosítják a társadalmi csoportok kohézióját, míg a gyenge, globális (bridging) kapcsolatok teszik lehetővé a csoportok közötti kommunikációt, az újdonságok, az innovációk áramlását, így pedig a lokális csoportok elszigetelődésének, adott esetben önmagába záródásának (lock-in) esélyét csökkentik.

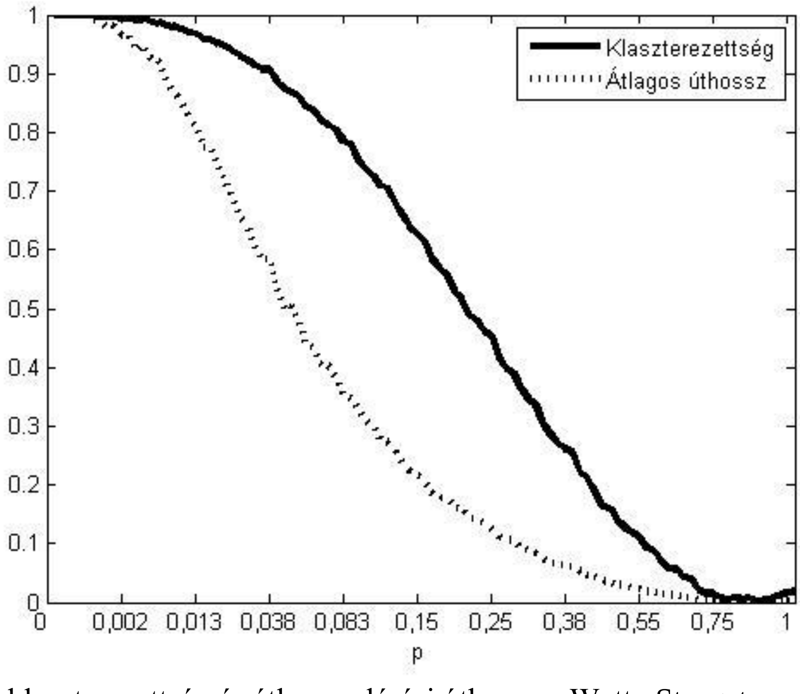
Az Erdős-Rényi féle véletlen hálózatok és a Granovetter-féle lokálisan strukturált hálózatok közötti lényeges különbségek értékeléséhez a korábban bemutatott hálózati mutatók közül kettő alkalmazására van szükség: az átlagos elérési út és az átlagos (globális) klaszterezettség mutatójára. Egy véletlen hálózatban a lokális struktúrák szerepe elhanyagolható, a klaszterezettség alacsony szintű. Ugyanakkor a véletlenszerűség okán a hálózat tagjai közötti elérési utak relatíve rövidek lesznek. A véletlen hálózatokat tehát rövid elérési utak és alacsony átlagos klaszterezettség jellemzi. Ezzel szemben a Granovetter-féle hálózatokat magas klaszterezettség jellemzi, éppen a sűrű lokális kapcsolatok miatt, ugyanakkor az elérési utak rövidek maradnak, mivel a lokális csoportokat összekötő „gyenge" kapcsolatok a hálózat távoli (eltérő lokális csoportokhoz tartozó) tagjai között is gyors kommunikációt biztosítanak. Ezt a tulajdonságot, a magas szintű klaszterezettség és a rövid elérési utak együttes jelenlétét a hálózatelmélet és a szociológiai irodalom kis világnak nevezi (*small world*).[5]

Alapvető kérdésként merül fel, hogy miként jönnek létre ezek a kis világok. Elsőként Watts és Strogatz (1998) javasolt egy algoritmust, amivel kis világok létrehozhatóak. Hálózati modelljükben a klasszikus véletlen hálózatokkal az ún. szabályos hálózatokkal állították szembe. Szabályosnak akkor tekintünk egy hálózatot, ha a csomópontoknak pontosan ugyanannyi kapcsolata van, vagy másképpen, ha ezek a kapcsolatok lokálisak. Formálisan ez azt jelenti, hogy ha a csomópontokat sorba rendezzük, akkor egy adott i csomópont kapcsolatai kizárólag a sorban szomszédos elemekkel jönnek létre. Az i csomópont szomszédságát így a következő módon definiálhatjuk: $\Gamma_i = \{ j \mid |i - j| \leq k \}$, ahol k a „szomszédság" kiterjedését adja meg. A kapcsolatok száma minden csomópont esetében $2k$. Egy szabályos hálózat jellemzője a magas klaszterezettség, hiszen a kapcsolatok lokálisan sűrűek. Az átlagos elérési út

[5] A kis világok elmélete és a felhozott példák rendkívül kiterjedtek (Buchanan, 2003). Az egyik legismertebb eredménye ennek a kutatási irányvonalnak Travers és Milgram (1969) eredménye. Ők a Harvard egyetem ismeretségi hálózatát vizsgálva jutottak arra a felismerésre, hogy az átlagos elérési út még egy ilyen kiterjedt kapcsolati hálózatban is meglepően rövid, mindössze 5,5 „lépés". Barabási (2002) megemlíti, hogy a relatíve rövid átlagos távolságok gondolatát korábban Karinthy Frigyes vettete föl egy írásában, ahol meglepően pontosan „előrejelezve" a későbbi tudományos eredményeket, 5 lépéses távolságról ír (Karinthy, 1929).

hossza nem határozható meg pontosan, mivel minél magasabb k értéke, ez az elérési út annál rövidebb.

Watts és Strogatz (1998) algoritmusa a kis világok tekintetében a következő gondolatra épül. Induljunk ki egy szabályos hálózatból, amelyet egy adott k szomszédság jellemez. Ezt követően valamennyi csomópont valamennyi kapcsolatán lépjünk végig, és valamilyen előre adott p valószínűséggel „drótozzuk" át a kapcsolatot. Ez azt jelenti, hogy a „kiindulási" csomópontot meghagyjuk, azonban a „végpontot" megváltoztatjuk úgy, hogy az új partnert véletlenszerűen választjuk ki a többi csomópont közül. Ezzel az eljárással a szabályos hálózatba fokozatosan véletlenszerűséget viszünk. Minél nagyobb p értéke, ez a véletlenszerűség annál nagyobb. $p=0$ esetén értelemszerűen a kiindulásul szolgáló szabályos hálózatot kapjuk vissza, míg $p=1$ esetén egy klasszikus véletlen hálózatot kapunk. p értékének növekedésével, azaz ahogy a hálózat egyre véletlenszerűbbé válik, a lokális struktúrák felbomlanak, ugyanakkor az elérési utak rövidülnek, ahogy a hálózat eredetileg távoli tagjai között rövid átcsapások (shortcut-ok) jönnek létre (ezt mutatja az 1. ábra).



1. Ábra: klaszterezettség és átlagos elérési úthossz a Watts-Strogatz modellben.

A klaszterezettség és az elérési utak változása mindazonáltal nem kiegyenlített. p növekedésével az átlagos elérési út már alacsony p értékekre is jelentősen csökken, míg a klaszterezettség csak relatíve magasabb p értékeknél kezd csökkenni. Ennek eredményeképpen nullánál nagyobb, de még relatíve alacsony p értékeknél található egy olyan tartomány, ahol az átlagos elérési úthossz már rövid, a klaszterezettség azonban még magas, vagyis kis világok jönnek létre. Egy fontos körülmény, hogy a kis világok létrejöttéhez relatíve kevés szabályos kapcsolat véletlenszerű áthelyezésére van szükség. Ez a néhány véletlenszerű kapcsolat már elegendő átkötést képez a hálózat eredetileg távolabbi tagja között ahhoz, hogy az elérési utak érzékelhetően csökkenjenek, ugyanakkor a hálózat lokális struktúráit ez még nem bontja meg radikálisan.

A Watts-Strogatz modell tehát egy kézenfekvő eszközt ad a kezünkbe, amelynek segítségével (adott hálózati méret és átlagos kapcsolati szám esetén) a hálózatok egy adekvát és egyetlen paraméterrel jól kezelhető tipológiáját adjuk. A p paraméter változása a szabályos és a véletlen hálózatok között képez átmenetet, miközben segítségével a kisvilág-típusú hálózati struktúrák is felfedezhetőek.

3.2. A Barbási-Albert modell és annak módosított változata

A Watts-Strogatz hálózati modell széles körben alkalmazott módszertani eszközzé vált az utóbbi időben (lásd pl. Cowan, 2006; Carayol és Roux, 2009). Barabási (2002) azonban rámutat a modell egy komoly hátrányára, mégpedig arra, hogy a modellben a fokszám-eloszlás p értékétől függetlenül megtartja a véletlen hálózatokra is jellemző Poisson-eloszlást. Az indulási pontként szolgáló szabályos hálózatban a kapcsolatok fokszáma azonos: $2k$. Az algoritmus során azonban a kapcsolatok száma nem változik, így az átlagos fokszám tetszőleges p esetén is $2k$ marad. A hálózat struktúrája továbbra is jellemezhető egy tipikus, reprezentatív csomóponttal, amelynek fokszáma $2k$. Az egyes csomópontoknak ettől több és kevesebb kapcsolata is lehet, azonban a szórás nem nagy.

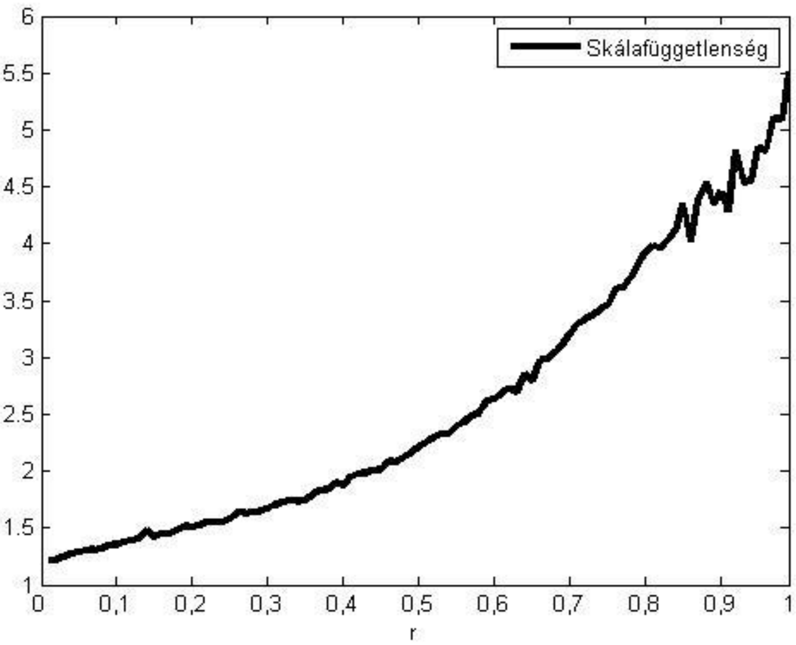
Barabási (2002) éppen arra hívja fel a figyelmet, hogy a valós hálózatok a legtöbb esetben nem jellemezhetőek egy reprezentatív elemmel, így az átlagos fokszámmal. Ezek a hálózatok tipikusan skálafüggetlenek, ami azt jelenti, hogy néhány súlyponti szereplőnek nagyon sok kapcsolata van, míg a többségnek kevesebb. Így az áltagos fokszám relatíve kicsi lesz, miközben a hálózat domináns szereplőinek fokszáma jelentősen magasabb. Ebben az esetben a fokszám-eloszlás nem Poisson-eloszlás. Miként Barabási és Albert (1999) kimutatják, a skálafüggetlen hálózatok esetén a fokszám-eloszlás tipikusan egy $z = ks^{-\delta}$ hatványfüggvénnyel írható le, sőt rámutatnak arra is, hogy a függvény kitevője, viszonylag stabil értéket mutat különféle valós hálózatokban.

Barabási és Albert (1999) egy algoritmust is javasolnak arra vonatkozóan, hogy miként jönnek létre (állíthatók elő) skálafüggetlen hálózatok. Az algoritmus két fontos eleme a hálózatok növekedése és az ún. preferenciális kapcsolódás. Előbbi azt jelenti, hogy a hálózathoz egyre újabb és újabb csomópontokat adunk hozzá, míg az utóbbi azt tükrözi, hogy az újonnan csatlakozó csomópontok úgy alakítják ki új kapcsolataikat, hogy nagyobb valószínűséggel csatlakoznak olyan, már a hálózatban lévő csomópontokhoz, amelyeknek fokszáma magasabb. Ez a két jelenség együttesen vezet ahhoz, hogy a kialakuló hálózatok skálafüggetlenek lesznek. A preferenciális kapcsolódás értelemszerűen egyre nagyobb szerepet biztosít azoknak a csomópontoknak, amelyek több kapcsolattal rendelkeznek. Ugyanakkor a növekedés puszta ténye is a skálafüggetlenséget erősíti, hiszen legtöbb kapcsolattal éppen a legrégebbi, legidősebb csomópontok fognak rendelkezni (Barabási, 2002; Sebestyén és Parag, 2010). Tanulmányunkban a Barabási-Albert modell egy speciális módosítását vezetjük be, amely lehetőséget ad arra, hogy a Watts-Strogatz modellhez hasonlóan, egy normált paraméter segítségével a skálafüggetlenség különböző fokait érjük el egy hálózatban.

Az algoritmus alapja a Barabási-Albert modell. Adott egy véletlenszerű kiindulási hálózat M csomóponttal és csomópontonként átlagosan k kapcsolattal. (Vegyük észre, hogy a kiindulási hálózat létrehozásánál a kapcsolatok kialakulásának valószínűsége és az átlagos fokszám, mint paraméter, felcserélhető: adott M esetén ugyanis az átlagos kapcsolati szám megközelítőleg pM, vagyis $k \approx pM$.) Ezt követően $N-M$ lépésben a hálózat méretét N-re növeljük úgy, hogy minden lépésben egy új csomópontot adunk a hálózathoz, amely csomópontok egyenként k kapcsolatot alakítanak ki az adott lépésben. Amiben modellünk eltér a Barabás-Albert modelltől, az az, hogy az új kapcsolatok kialakítása különböző forgatókönyvek szerint is végbemehet. A különböző forgatókönyvek közötti választást egy paraméteren keresztül valósíthatjuk meg, melyet r-rel jelölünk. Egy adott csomópont új kapcsolata r valószínűséggel a legtöbb kapcsolattal rendelkező lehetséges partnerrel jön létre (Barabási-Albert féle preferenciális kapcsolódás), $1-r$ valószínűséggel pedig véletlenszerűen a lehetséges partnerek közül valamelyikkel. Így egy olyan hálózati modellt kapunk, amely minden esetben k átlagos fokszámú hálózatokat ad eredményül, míg r érétkétől függően véletlen vagy centralizált, skálafüggetlen hálózatokat eredményez. Logikus továbbá, hogy r értéke nulla és egy közé kell, hogy essen, a két szélsőséges értéket is megengedve.

A véletlenszerűség az r paraméteren keresztül lép be a modellbe. Ha $r=1$, akkor egy szélsőségesen centralizált hálózatot kapunk eredményül, ahol kezdeti hálózat tagjainak rendkívül sok kapcsolata van, míg a többieknek csupán k. Amennyiben $r=0$, úgy a kapcsolatok véletlenszerűen alakulnak ki, míg r növekedésével a fokszám egyre nagyobb súlyt kap.

Fel kell hívnunk a figyelmet két fontos jelenségre is. Egyfelől a hálózat csak speciális esetben lehet szélsőségesen centralizált, mivel a kezdeti hálózat véletlenszerűsége csak abban az esetben teszi lehetővé a csillag-topológiájú hálózat kialakulását, ha $M = 2$ és $k = 1$. Minden más esetben $r = 1$ esetén egy szorosan kapcsolt központi mag körül jön létre egy kevés kapcsolattal rendelkező periferikus halmaza a csomópontoknak. Másfelől pedig azt is hozzá kell tennünk, hogy $r = 0$ esetén sem kapunk teljes mértékben véletlen hálózatot, mivel a véletlenszerűség ellenére a hálózat növekedésének időbeli dimenziója azt eredményezi, hogy a korábban csatlakozó csomópontok automatikusan több kapcsolattal rendelkeznek.



2. Ábra: A hálózati fokszám-eloszlást leíró hatványfüggvény δ paraméterének alakulása különböző r értékek mellett.

Éppen ezért a hálózat struktúrájának elemzésekor nem feltétlenül jó viszonyítási alap a véletlen hálózat, sokkal inkább az $r = 0$ eset, ugyanúgy, ahogy a Watts-Strogatz modellnél a viszonyítási alap a véletlen hálózat.[6]

A bemutatott hálózati modellek kapcsán fontos megjegyeznünk, hogy a két modell, bár analógiák találhatóak, nem kapcsolható össze konzisztensen. Ez alatt azt értjük, hogy a Watts-Strogatz modell eredménye $p = 1$ esetén nem egyezik meg a módosított Barabási-Albert modell $r = 0$-ra érvényes esetével. Ennek

[6] Természetesen felvethető, hogy a Watts-Strogatz modell algoritmusának analógiájára egy olyan hálózati modellt alkossunk, amelyben a szélsőségesen skálafüggetlen hálózat jelenti a viszonyítási alapot (vagyis ahol egyetlen csomópontnak $N-1$ számú kapcsolata van, a többi $N-1$ csomópontnak pedig egyetlen kapcsolata), majd r valószínűséggel alakítsunk át egy kapcsolatot véletlenszerűen. Ez természetesen lehetővé tenné, hogy a szélsőségesen skálafüggetlen hálózattal szemben, a pólus másik oldalán egy teljesen véletlenszerű hálózat alakuljon ki. Ugyanakkor ez a modell nem teszi lehetővé azt, hogy a létrejövő hálózat több centrális elemmel rendelkezzen, így a Barabásiék által felfedezett és eredeti modelljükben generálható hálózati struktúrák már nem lennének megfigyelhetők.

ellenére valamilyen folytonosságot találhatunk, hiszen a Watss-Strogatz modellben p növekedésével egy szabályos hálózattól egy teljesen véletlenszerű hálózatig jutunk el, míg a módosított Barabási-Albert modellben r növekedésével egy, a véletlen hálózathoz közeli hálózattól egy szélsőségesen skálafüggetlen hálózathoz jutunk el. Ugyanakkor fontos látnunk a két modell közötti alapvető különbséget: a szabályos-véletlen hálózatok nem ugyanazon dimenzióban értelmezettek, mint a kevésbé- és nagyobb mértékben skálafüggetlen hálózatok. Ez éppen abból a tényből következik, ami miatt a skálafüggetlen hálózatok vizsgálata előtérbe került a hálózatelméletben, nevezetesen, hogy a Watts-Strogatz modell nem alkalmas az ilyen típusú hálózatok leírására. Ebből következően nem állhatja meg a helyét az a feltételezés, hogy p növekedése a Watts-Strogatz modellben tulajdonképpen egyfajta előzménye a módosított Barabási-Albert modell r skálájának.

4. Szimulációk

Az előző pontban bemutatott általános egyensúlyi modell hálózati struktúrákkal kibővített változata a hálózat csomópontjainak (a gazdasági egységeknek) egyedi modellezése miatt analitikusan nem oldható meg. Ennek okán a modellt numerikus módszerekkel oldjuk meg, ami ahhoz vezet, hogy a paraméterekre specifikus értéktartományokat és értékeket kell definiálnunk.

4.1. Rögzített paraméter-értékek

A paraméterek közül talán a legkézenfekvőbb jelölt a tartós rögzítésre a nominális jövedelem paramétere, I, aminek a korábban már említett dichotómia az oka. Ezek alapján I értékét adottnak vesszük, a numerikus szimulációk során folyamatosan $I = 100$-zal dolgozunk. Hasonló módon rögzítjük a munkakínálat nagyságát is: a numerikus szimulációk során $\bar{L} = 100$-zal dolgozunk. Ugyanígy rögzítésre kerül a vállalatok száma (és a hálózat mérete), N. Ennek praktikus okai vannak, ugyanis a cél a hálózati struktúra szerepének vizsgálata: N értékét 50-re állítjuk be a szimulációk során.

A tudás-hálózatot meghatározó paraméterek közül rögzítésre kerül R, a kapcsolatok átlagos száma is. Minthogy N is rögzített, így a hálózatok sűrűsége is adott. Ennek a későbbiekben lényeges következménye lesz az eredmények értékelése szempontjából. Ezzel szemben p vagy r értékét, azaz a hálózati modellek valószínűségi paramétereit nem rögzítjük, mivel éppen ezek változása teszi lehetővé különböző hálózati struktúrák vizsgálatát. Nem rögzítjük továbbá a tudás-aggregátor két paraméterét, θ-t és ρ-t. Ennek az az egyszerű oka van, hogy ezek a paraméterek a tudáshálózatok kialakulásánál és a tudás-áramlás szempontjából jelentőséggel bírnak, így elemzésünk hozzáadott értékét képviselik.

Rögzítésre kerül végül a makromodell két paramétere, α és σ. Itt két szempont is döntő. Egyfelől ezek a paraméterek a makromodell részét képezik, így a tudás-áramlással és a tudáshálózatokkal nem közvetlen a kapcsolatuk. Másfelől viszont ezek olyan paraméterek, amelyek a makroökonómiai szakirodalom alapján könnyen meghatározhatóak, sőt, releváns empirikus bázison a meghatározott értékek védhetők is. E két paraméter ugyanis a széles körben elterjedt és alkalmazott DSGE modellek (dinamikus sztochasztikus általános egyensúlyi modellek) szerves részét képezi.

Egyrészt ezek a modellek is tartalmaznak termelési függvényt, így a munka parciális termelési rugalmasságát is, másrészt pedig tipikusan monopolisztikus versenyt feltételeznek, ami a termékvariánsok közötti helyettesítés rugalmasságának explicit figyelembe vételét igényli. Ami miatt a paraméter-értékek meghatározásánál ezek a modellek számunkra hasznosak, az az a tény, hogy a DSGE modellek gazdaságpolitikai alkalmazhatósága ezek empirikus becslését és/vagy kalibrálását teszi szükségessé. Az alkalmazott DSGE modellek tehát e paraméterértékekre valamilyen empirikusan alátámasztható értékhalmazt szolgáltatnak. Éppen ezért a két szóban forgó paraméter értékének rögzítése során alkalmazott DSGE modellekhez nyúlunk és az ott használt paraméterértékek alapján képezünk egy átlagos értéket. Különböző DSGE modellekben használt, becsült vagy kalibrált értékeket tartalmaz az 1. táblázat a vizsgált két paraméterre vonatkozóan. Jól látható, hogy a paraméterek értékei jól definiálható tartományban szóródnak. A szimulációk során az egyedi értékek átlagát alkalmazzuk, így α és σ értékét rendre 0,7-es és 0,85-os szinten rögzítjük.

Szerző	***Ország***	***α***	***σ***
Smets-Wouters (2007)	USA	0,81	0,9
Ratto et al. (2009)	Eurozóna	0,52	0,9
Dib (2001)	Kanada	0,67	0,83
Mendoza (1991)	Kanada	0,68	
Harrison et al. (2005)	Anglia	0,69	0,91
Adolfson et al. (2007)	Svédország	0,71	0,82
Jakab-Világi (2008)	Magyarország	0,83	0,83
Baksa et al. (2009)	Magyarország	0,72	
Erceg et al. (2006)	USA		0,83
Christoffel et al. (2008)	Eurozóna		0,74
Átlag		***0,70***	***0,85***

1. Táblázat – Alkalmazott DSGE modellek paraméter-értékei

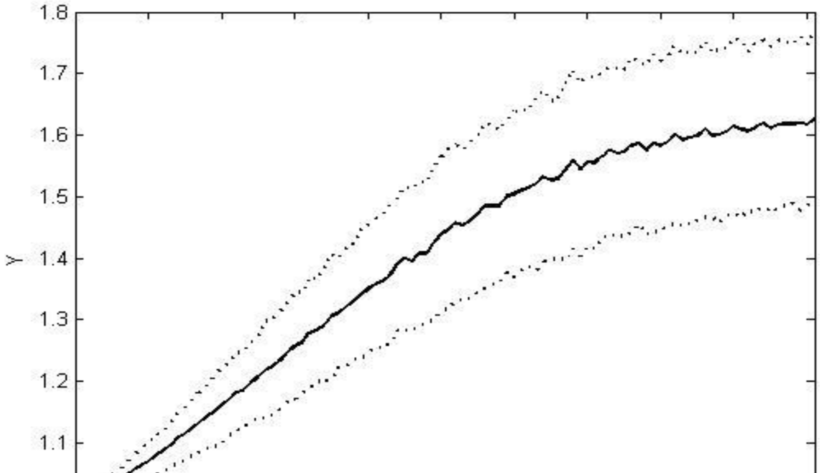
5. Szimulációs eredmények

A továbbiakban a fent bemutatott modell szimulációi során kapott eredményeket mutatjuk be. Először azokat az eseteket mutatjuk be, amikor a hálózati kapcsolatok mátrixát a Watts-Strogatz modell alapján generáltuk, majd ezt követően a módosított Barabási-Albert modell segítségével szimulált hálózati kapcsolatok esetén adódó eredményeket prezentáljuk.

5.1. Általános egyensúly a Watts-Strogatz modellben

A fentieknek megfelelően a következő numerikus szimulációt végezzük el. A Watts-Strogatz modell p paraméterének különböző értékei mellett kialakuló hálózati struktúrát alapul véve megoldjuk az általános egyensúlyi modellt. (A szimulációs során használt algoritmust a függelékben mutatjuk be.) A hálózat elemeinek száma 50, az átlagos kapcsolati szám pedig 6 a szimulációk során. α és σ értékét a fentieknek megfelelően 0,7-nel és 0,85-nek állítjuk be. A tudás-aggregátor paramétereit első futtatásunk során rögzítjük, ρ érétkét 0,5-nek, θ értékét pedig 0,8-nek vesszük. A most rögzítésre kerülő paraméterek változásának hatását később részletesebben is megvizsgáljuk, egyelőre csupán a hálózati struktúrát reprezentáló p paraméter változásának hatását vizsgáljuk.

A fenti paraméter-értékek mellett megoldva a modellt megkapjuk az általános egyensúlyra jellemző output-változókat. A vizsgálat során valamennyi p értékre 1000-szer futtattuk le a szimulációt, amire azért van szükség, mivel a Watts-Strogatz algoritmus sztochasztikus elemet is tartalmaz, így ugyanarra a p értékre különböző futtatások során némileg eltérő hálózati struktúra, így potenciálisan eltérő aggregált gazdasági teljesítmény adódhat.



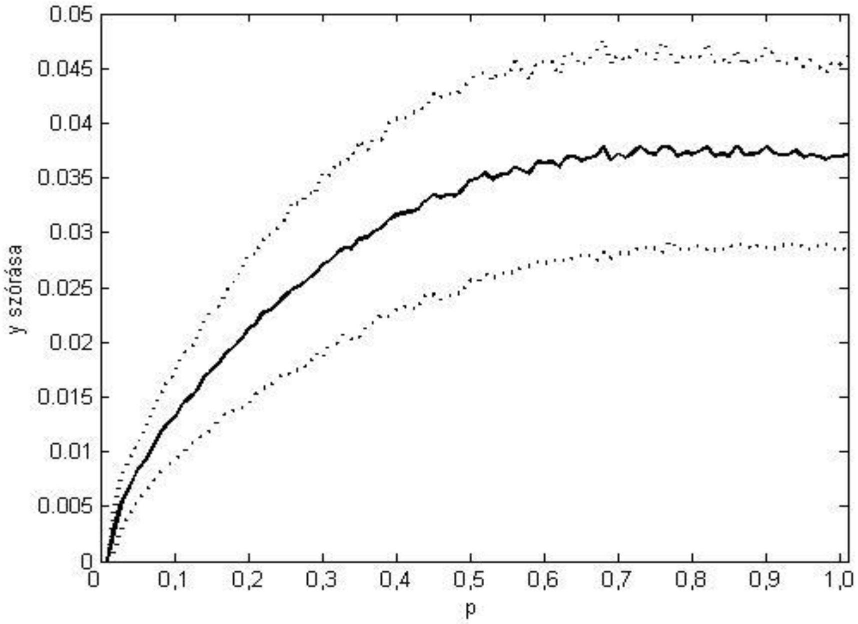
3. Ábra: a kibocsátás alakulás a Watts-Strogatz modell p paraméterének függvényében

A 3. ábrán a reálkibocsátás alakulása követhető nyomon p függvényében. A vastag vonal az összes kibocsátásra kapott futtatásonkénti eredmények átlagát mutatja, míg a szaggatott vonalak az átlag körüli szórás értékét reprezentálják. A függőleges tengelyen a kibocsátás $p = 0$ esethez képest vett értéket tüntettük fel. Az ábráról jól látható a p paraméter és a kibocsátás közötti pozitív irányú összefüggés. Ez azt jelenti, hogy amennyiben az alapul szolgáló tudás-hálózat a szabályos, lokálisan strukturált formától a véletlenszerű felé halad, úgy a hálózatra „épülő” gazdaság kibocsátása emelkedik. Az emelkedő tendencia $p = 0{,}6$ körül megtörik, lelassul, míg p magas értékeire számottevő javulás már nem érzékelhető.

Nagyon fontos kiemelnünk, hogy az ábrán látható eredmények kizárólagosan a hálózat struktúrájának változásából fakadnak. Ha ugyanis visszatekintünk a második szakasz elején bevezetett (2) termelési függvényre és (4) tudás-aggregátorra, akkor könnyen beláthatjuk, hogy a vállalatok által kialakított kapcsolatok száma önmagában pozitív hatással van a kibocsátásra. Az alkalmazott két hálózati modell jelentősége éppen abban rejlik, hogy minden esetben azonos átlagos kapcsolati számot adnak eredményül. A Watts-Strogatz modellben a csomópontok száma konstans, és a kapcsolatok száma is konstans, hiszen az algoritmus során csupán a meglévő kapcsolatok áthelyezését végezzük el, de kapcsolatokat nem hozunk létre illetve nem is szüntetünk meg. Így tehát a fenti ábrán látható hatás nem fakadhat abból a triviális megállapításból, hogy több kapcsolat több hozzáférhető tudást és ezáltal magasabb termelékenységet és kibocsátást jelent. Eredményünk tehát azt bizonyítja, hogy magának a hálózati struktúrának, vagyis a kapcsolatok egymáshoz képest vett elhelyezkedésének is külön szerepe van a gazdasági teljesítmény alakulásában.

A hálózati struktúra szerepének fent bemutatott relevanciáján túl a kapott eredmények érdekes következtetéseket implikálnak a kis világok, mint speciális hálózati struktúrák szempontjából. A hálózati modelleket bemutató fejezetpontban azt láttuk, hogy A Watts-Strogatz modellben p relatíve alacsony értékeire jönnek létre kis világok, magas klaszterezettséggel és rövid átlagos elérési úthosszal. Ezzel szemben a gazdasági egyensúly figyelembevétele azt mutatja, hogy a legmagasabb aggregált kibocsátást akkor kapjuk, ha a gazdasági tevékenység alapjául szolgáló tudás-hálózatok a lehető legvéletlenszerűbbek. Ugyanakkor érdemes megfigyelni egy érdekes tendenciát: a kibocsátás alakulása p függvényében nagyjából lineáris növekedést mutat $p = 0{,}5$-ig, majd a kibocsátás növekedése egyre kisebb ütemű, vagyis a véletlenszerűségnek egyfajta csökkenő hozadéka érvényesül. Ha visszatekintünk a klaszterezettséget és az átlagos úthosszt bemutató ábrára, akkor azt látjuk, hogy körülbelül ez az a pont, ahol mind a klaszterezettség, mind pedig az átlagos elérési út eléri a minimális értékét. Ez azt a következtetést implikálja, hogy az átlagos elérési út és a klaszterezettség csökkenése, illetve ezzel együtt a véletlenszerűség növekedése ugyan fontos tényező az aggregált kibocsátás alakulásában, a véletlenszerűség növekedésének „határhozadéka” addig magas, amíg az alapul szolgáló hálózat kis világnak tekinthető. Egy ilyen hálózatban egy-egy újabb áthidaló kapcsolat létrejötte a lokális csoportok között nagyobb mértékben képes növelni a gazdaság teljesítményét, mint egy ugyanilyen addicionális áthidaló kapcsolat abban az esetben, ha a hálózat már nem rendelkezik a kis világra jellemző karakterisztikákkal.

Modellünk segítségével vizsgálhatjuk az árszínvonal alakulását is, ez azonban triviálisnak tűnik, hiszen adott nominális kibocsátás (pénzmennyiség) mellett a magasabb aggregált kibocsátáshoz alacsonyabb árszínvonalnak kell társulnia. A szimulációs eredmények ezt megerősítik: p növekedésével az árszínvonal csökken. Ettől érdekesebb kérdés annak vizsgálata, hogy az egyedi vállalatok egyedi kibocsátása milyen mértékben szóródik különböző hálózati struktúrák esetén.



4. Ábra: a vállalatok egyedi kibocsátásainak relatív szórása p függvényében

A 4. ábra mutatja a vállalatok egyedi kibocsátásainak relatív szórását a p paraméter függvényében. Azt látjuk, hogy a vállalatok kibocsátása nem mutat számottevő szóródást, a relatív szórás értéke átlagosan legfeljebb 3,5%. A szórás azonban növekvő tendenciát mutat: minél magasabb p, annál nagyobb a különbség az egyes vállalatok kibocsátása között. Ugyanakkor az aggregált kibocsátás kapcsán elmondottak érvényesek itt is: a szóródás mindaddig növekszik, amíg a klaszterezettség és az átlagos elérési út csökken. A vállalatok kibocsátásának különbségeivel mért heterogenitás tehát szintén összefüggésben van a kis világ struktúrával: mindaddig, amíg a kis világ struktúra jellemző a hálózatra, újabb áthidaló kapcsolatok létrejötte a vállalatok közötti különbségeket (átlagosan) növeli, ugyanakkor abban az esetben, amikor az újabb áthidaló kapcsolatok létrejötte a klaszterezettséget és az átlagos elérési utat már nem képes érdemben csökkenteni, a vállalatok közötti különbségek már nem nőnek tovább.

Fontos megjegyeznünk, hogy a szimulációk során a vállalatok saját tudása azonos (a $\mathbf{k}$ vektor elemei egyesek), így a 4. ábrán látható növekedés a szóródásban kizárólag a hálózati struktúra hatásának tudható be. Ez jól látható abból is, hogy $p=0$ esetén a relatív szórás nulla, hiszen ebben az esetben a kapcsolatok száma valamennyi vállalat esetén azonos és a tudásszintek is egyformák. Ugyanakkor az aggregált kibocsátás és az egyedi kibocsátások szórásának tendenciája egy lényeges összefüggésre is rávilágít: a magasabb kibocsátás aggregált szinten a mikro-szereplők nagyobb egyenlőtlenségével jár együtt. A modell eredményei tehát rávilágítanak egyfajta trade-off kapcsolatra az aggregált teljesítmény és az egyenlőtlenség között.

A fenti elemzés segítségével sikerült rávilágítanunk arra, hogy a gazdasági tevékenység alapjául szolgáló tudáshálózatok struktúrája hatással van az aggregált kibocsátásra. Azt láttuk, hogy a véletlenszerűség és a kibocsátás között pozitív kapcsolat fedezhető fel, ugyanakkor a kis világokra jellemző hálózati struktúra másodlagos szerepe is megfigyelhető. Fontos azonban megvizsgálnunk azt is, hogy a kapott képet mennyiben árnyalja az, hogyha más paraméter-értékekre is elvégezzük az elemzéseket. Ennek érdekében egy olyan szimulációs stratégiát alkalmazunk, amely bizonyos értelemben analóg a modell megoldásának analitikus levezetésével, amennyiben lehetőséget nyújt arra, hogy a modell-paraméterek output (endogén) változókra gyakorolt hatását nyomon kövessük.

Ehhez a statisztikában jól ismert Monte Carlo szimulációk elvét vesszük alapul, amelynek a lényege, hogy a modell paramétereit véletlenszerű kombinációban választjuk meg és feljegyezzük az eredményváltozók értékét. Ezt követően egy újabb véletlen kombinációra is megoldjuk a modellt és feljegyezzük az eredményváltozók értékét. A lépést elegendő alaklommal elvégezve az eredményváltozók és a paraméterek értékei közötti kapcsolatot statisztikai eszközökkel vizsgálhatjuk. A továbbiakban ezt a módszert alkalmazzuk a modellünkben, amely így azt a lehetőséget biztosítja, hogy az eddig fixnek vett paraméterek értékének hatását is bevonjuk az elemzésbe. Az egyes futtatások során feljegyezve a paraméterek aktuális értékét és a kapott eredményváltozókat egy egyszerű keresztmetszeti adatbázishoz jutunk, amelyben egy rekord egy futtatás paraméter-értékeit és az eredményváltozók értékeit tartalmazza. Ennek az adatbázisnak a segítségével egyszerű regresszió-analízist végezhetünk, amelyben a magyarázó változók szerepét a modell paraméterei, a magyarázott változó szerepét pedig a modell eredményváltozói töltik be. Az alábbi elemzés elvégzéséhez összesen 10.000 futtatást végeztünk el véletlenszerűen választott paraméterekkel.

Az alábbi táblázat tartalmazza a kibocsátásra felírt regressziós modell eredményeit, amelyben valamennyi paramétert magyarázó változóként szerepeltettük. A táblázat tartalmazza a szokásos statisztikai outputokat.

	Coefficient	*Std. Error*	*t-ratio*	*p-value*	
const	1902,74	334,062	5,6958	<0,00001	***
alpha	1047,3	109,057	9,6033	<0,00001	***
sigma	345,709	108,801	3,1775	0,00149	***
theta	1787,5	108,758	16,4356	<0,00001	***
rho	-6614,53	544,153	-12,1556	<0,00001	***
p	489,416	108,344	4,5172	<0,00001	***
I	-1,22642	1,0899	-1,1253	0,26051	
L	6,41794	1,08902	5,8933	<0,00001	***

2. Táblázat: Regressziós eredmények. OLS regresszió, magyarázott változó: Y

A táblázatból kiolvasható, hogy a nominális jövedelem (vagy pénzmennyiség) kivételével valamennyi paraméter szignifikáns. A hálózati struktúrát kifejező p paraméter esetén pozitív hatást kapunk, ami a 3. ábrán bemutatott tendenciával azonos képet tükröz. Az aggregált termelési függvény két paramétere, α és $\overline{L}$ pozitív hatással van a kibocsátásra, amely triviális eredmény, tekintve a termelési függvény specifikációját. A termékvariánsok közötti helyettesíthetőséget kifejező σ paraméter esetében szintén pozitív hatást kapunk, ami azt mutatja, hogy nagyobb fokú helyettesíthetőség magasabb aggregált kibocsátással párosul. Ez az eredmény tulajdonképpen a piacon érvényesülő monopol-hatások és a kibocsátás közötti összefüggést tükrözi.[7] A spilloverek erősségét mutató θ paraméter hatása szintén pozitív, ami logikus következtetésnek tűnik, hiszen a magasabb spillover azt jelenti, hogy minden egyéb változatlansága mellett a vállalatokhoz több tudás áramlik más szereplőktől, így saját felhasználható tudásbázisuk magasabb lesz, ami az egyedi és az aggregált kibocsátási szintek növekedését eredményezi. A vállalatok tudása közötti helyettesíthetőséget mérő ρ paraméter esetében negatív együtthatót kapunk. Minél tökéletesebb a helyettesítés, annál kisebb kibocsátást kapunk. Ez az eredmény azt mutatja, hogy a magasabb kibocsátási szintek a vállalatok magasabb fokú heterogenitása esetén figyelhetőek meg. A sokféleség

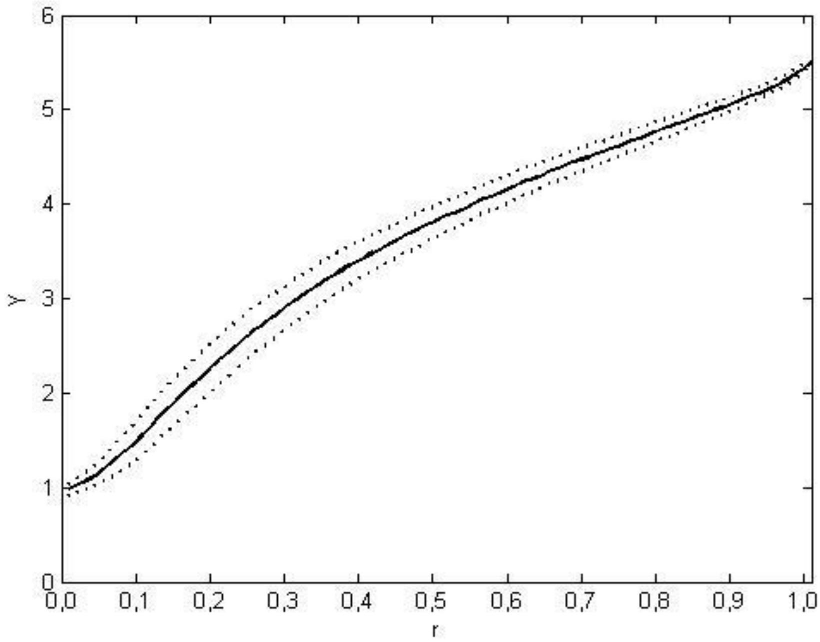
[7] Minél erősebb a vállalatok monopolereje, azaz a termékdifferenciálás foka, annál nagyobb a holtteher-veszteség. A helyettesíthetőség növekedése a homogén termékek és így a tökéletes verseny irányába mozdítja a gazdaságot, ami a holtteher-veszteséget csökkenti.

a gazdaság aggregált teljesítményét növeli. Végül megemlítjük, hogy a nominális jövedelem nincsen kimutatható hatással a kibocsátásra, ami a modell dichotomikus jellegéből nyilvánvalóan következik.

5.2. Általános egyensúly a módosított Barabási-Albert modellben

Az előző pontban részletesen megvizsgáltuk a Watts-Strogatz modell és az általunk felírt egyszerű általános egyensúlyi modell együttes működését. Az alábbiakban az itt alkalmazott módszertant használjuk fel újból, mindössze azzal a különbséggel, hogy a gazdaság alapját képező tudás-hálózatokat a módosított Barabási-Albert modell segítségével állítjuk elő és ennek következtében a korábban használt p paraméter helyére a hasonló funkciót betöltő r paraméter kerül.

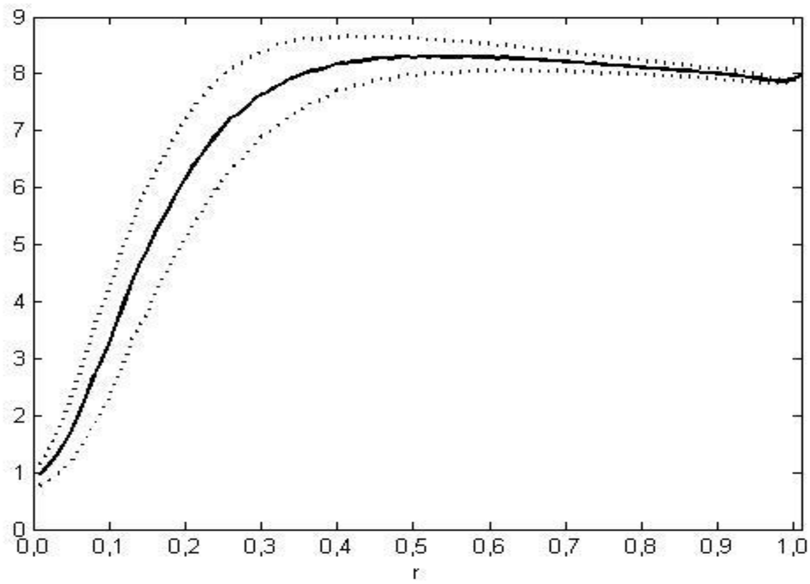
A szimulációkban alkalmazott paraméter-értékek is azonosak, vagyis benchmark-ként egy olyan helyzetet elemzünk, melyben α és σ érétke a már ismert módon került meghatározásra, ρ és θ érétkét rendre 0,5-nek és 0,8-nak vesszük. A hálózat jelen esetben is 50 elemű, az átlagos fokszám pedig 6.



5. Ábra: Az r paraméter hatása a kibocsátás alakulására

Az 5. ábrán nyomon követhető, hogy akárcsak a p paraméter a Watts-Strogatz modell esetén, az r paraméter is pozitív hatást gyakorol a kibocsátásra a módosított Barabási-Albert modell esetén. Ez tehát azt jelenti, hogy a skálafüggetlen struktúrával rendelkező hálózatok kedvezőbbek a tudás-áramlás szempontjából a véletlenszerű hálózatoknál. Fontos itt is kiemelnünk, hogy az alapul szolgáló hálózati modellben az átlagos fokszám változatlan, annak ellenére, hogy a struktúra a domináns és marginális szereplők kettősségén alapul. Így tehát a módosított Barabási-Albert modell esetében is azt a konklúziót vonhatjuk le, hogy a hálózati struktúra önmagában befolyásolja a gazdaság teljesítményét.

Érdekes még megfigyelnünk a szórás alakulását r változásával. Szemben a Watts-Strogatz modellel, ahol az eredmények szórása folyamatosan emelkedett, itt a szórás először növekszik, aztán csökken, sőt, $r = 1$-nél el is tűnik. Ennek az az egyszerű oka, hogy amíg a Watts-Strogatz modellnél p növekedésével a véletlenszerűség szerepe egyre növekedett, addig most ez éppen ellenkezőleg van. A véletlenszerűség r növekedésével csökken, hiszen $r = 1$ esetén egy szélsőségesen centralizált hálózat jön létre. Ugyan a modellünkben ez a szélsőséges centralizáltság nem jelent egyetlen központi szereplőt, a véletlenszerűség gyakorlatilag a hálózati modell kiinduló hálózatára koncentrálódik, ami azonban a teljes hálózatnak csupán egy kis részét teszi ki.



6. Ábra: Az egyes vállalatok kibocsátásának szórása r függvényében

A vállalatok kibocsátásának szórását tekintve a kép kicsit összetettebb. Itt azt látjuk, hogy ez a szórás a skálafüggetlenség egy bizonyos fokáig emelkedik, majd pedig enyhén ugyan, de csökken. Ez az eredmény jól tükrözi a módosított Barabási-Albert modell logikáját. r alacsony értékeinél a hálózat (relatíve) véletlenszerű, vagyis (relatíve) jól jellemezhető egy reprezentatív vállalattal és így egy kibocsátási szinttel. Ugyanakkor r növekedésével a skálafüggetlenség válik dominánssá, a reprezentativitás megszűnik, és a kevés és sok csomóponttal rendelkező vállalatok közötti különbségek lényegesen megnőnek. Ugyanakkor r egy kritikus szintjénél (jelen esetben ez 0,5 körül található) a hálózat struktúrája még szélsőségesebbé válik, ez azonban már nincsen hatással a vállalatok közötti különbségek mértékére, mivel a sok kapcsolattal rendelkező vállalatok magas kibocsátását „kompenzálja” az alacsony kibocsátású vállalatok nagy száma.

	Coefficient	*Std. Error*	*t-ratio*	*p-value*	
const	109491	7733,63	14,1578	<0,00001	***
alpha	59790,7	2545,12	23,4923	<0,00001	***
sigma	34638,5	2570,86	13,4735	<0,00001	***
theta	49836,5	2558,68	19,4774	<0,00001	***
rho	-368846	12745,4	-28,9396	<0,00001	***
r	32092,1	2568,7	12,4935	<0,00001	***
I	-57,5105	25,7492	-2,2335	0,02554	**
L	183,198	25,5061	7,1825	<0,00001	***

3. Táblázat Regressziós eredmények. OLS regresszió, magyarázott változó: Y

Az előző pontban bemutatott Monte Carlo szimulációkkal analóg elemzések eredményét mutatja a 3. táblázat. Az eredmények hasonló tendenciákat mutatnak, mint az előző pontban vizsgált Watts-Strogatz modell esetén kapott eredmények. Először is, az r paraméter esetében megkapjuk az 5. ábrán tapasztalt tendenciát, vagyis a hálózati struktúra hatására kapott parciális eredményünk fennmarad akkor is, ha a modell más paramétereit megváltoztatjuk. A termelési függvényt meghatározó paraméterek (α és $\overline{L}$) ebben az esetben is a triviális pozitív hatást mutatják, a termékvariánsok helyettesíthetősége is pozitív hatással van a kibocsátásra. A spillover paraméter hatása értelemszerűen most is pozitív, a tudás-bázisok helyettesíthetőségét reprezentáló ρ paraméter pedig, akár csak a Watts-Strogatz modell esetén, negatívan hat a kibocsátásra. A nominális kibocsátás együtthatója negatív és enyhén szignifikáns, amit nem tudunk a hálózati modell specifikus jellegével magyarázni, így azt az álláspontot fogadjuk el, hogy ez az eredmény az eljárás sztochasztikus jellegéből fakad.

6. Összefoglalás

Tanulmányunkban egy egyszerű általános egyensúlyi modellt mutattunk be, amelybe explicit módon beépítettük a tudáshálózatok strukturális jellemzőit. A modell analitikus megoldását numerikus szimulációk alkalmazásával helyettesítettük, mivel a hálózati struktúrák figyelembevétele a gazdasági szereplők egyedi modellezését igényli, így a reprezentatív szereplők feltevése nem alkalmazható. A hálózati struktúrák értelmezése során egy, a szakirodalomban már elterjedt modellt alkalmaztunk (Watts-Strogatz modell), ezt azonban kiegészítettük egy másik hálózati modellel, amelyre módosított Barabási-Albert modellként hivatkozunk.

A modell szimulációi során kapott eredmények egyértelműen megmutatják, hogy a tudás-hálózatok strukturális jellemzői lényegesen befolyásolják a gazdaság aggregált teljesítményét. Először is azt látjuk, hogy a hálózatok véletlenszerűségének növekedése pozitívan hat a kibocsátásra, a véletlenszerűség pedig a lokális struktúrák felbomlásával és az átlagos elérési úthossz csökkenésével jár. Másodszor pedig azt figyelhettük meg, hogy a véletlenszerű hálózatoktól a skálafüggetlen (vagyis magasan centralizált) hálózati struktúrák irányába haladva az aggregált kibocsátás szintén növekszik.

Érdekes következtetés adódik abból, hogy a legmagasabb kibocsátási szintek a skálafüggetlen hálózatok esetén adódnak. Összevetve ezt az eredményt Barabási (2002) azon megfigyelésével, hogy a valós hálózatok tipikusan skálafüggetlen jellemzőkkel írhatóak le, egy olyan sejtésünk lehet, hogy a valós hálózatok egyfajta evolúciós folyamat során olyan fejlődési utat járnak be, amely során a hálózatra épülő rendszer teljesítménye maximális.

Ezzel párhuzamosan vizsgálva a vállalatok egyedi kibocsátási szintjei közötti különbséget, azt tapasztaljuk, hogy mindkét hálózati modell esetében a magasabb kibocsátás mellé az egyedi vállalati teljesítmények magasabb szóródása társul. Ez azt mutatja, hogy az aggregált teljesítmény és az egyenlőtlenség között negatív irányú kapcsolatot találunk.

Az itt bemutatott és elemzett modell természetesen számos ponton kiegészíthető, tovább bővíthető. Egyfelől vizsgálható segítségével a technológiai diffúzió dinamikája és a hálózati struktúrák szerepe ebben a dinamikában. Egy további fontos kiterjesztése lehet a modellnek a hálózati kapcsolatok dinamikájának beépítése, amely a hálózati struktúra endogenizálását teszi lehetővé. Érdekes kiterjesztésként adódik a hálózati csomópontok más dimenzióba helyezése: amennyiben a csomópontokat vállalatok helyett régiókként értelmezzük, úgy a modell regionális szempontok elemzésére is alkalmas lehet. Ezen felül az alapul szolgáló makromodell alkalmas kiterjesztése (például az SCGE modellezés eszközeivel) ezt a regionális perspektívát egy komplexebb modellkeretbe helyezheti.

Irodalomjegyzék

Abrahamson, E., Rosenkopf, L. (1997): Social Network Effects on the Extent of Innovation Diffusion: A Computer Simulation. *Organization Science*, 8(3), 289-309. o.

Adolfson, M., Laseen, S., Linde, J. Villani, M. (2007): Bayesian estimation of an open economy DSGE model with incomplete pass through. *Journal of International Economics*, 72(2), 481-511. o.

Aghion, P., Howitt, P. (1992): A Model of Growth Through Creative Destruction. *Econometrica*, 60, 323-351. o.

Almeida P., Kogut, B. (1999): Localization of knowledge and the mobility of engineers. *Management Science*, 45, 905–917. o.

Anselin, L., Varga, A., Acs, Z. (1997): Local Geographic Spillovers between University Research and High Technology Innovations. *Journal of Urban Economics*, 42(3), 422-448. o.

Audretsch, D.B., Feldman, M.P. (1996): R&D Spillovers and the Geography of Innovation and Production. *American Economic Review*, 86(4), 253-273. o.

Baksa, D., Benk, Sz., Jakab, M.Z. (2009): A Költségvetési Tanács DSGE modelljének rövid leírása. MagyarKöztársaság Költségvetési Tanácsa.

Bala, V., Goyal, S. (2000): A Noncooperative Model of Network Formation. *Econometrica*, 68(5), 1181-1230. o.

Balconi, M., Breschi, S., Lissoni, F. (2004): Networks of inventors and the role of academia: An exploration of Italian Patent data. *Research Policy*, 33, 127–145. o.

Barabási Albert-László (2002): Behálózva. A hálózatok új tudomány. Hogyan kapcsolódik minden egymáshoz és mit jelent ez a tudományban, az üzleti és a mindennapi életben. Magyar könyvklub.

Barabási, A-L., Albert, R. (1999): Emergence of scaling in random networks. *Science*, 286, 509-512 o.

Barabási, A-L., Albert, R., Jeong, H. (2000): Scale-free characteristics of random networks: The topology of the world wide web. *Physica A*, 281, 69-77 o.

http://en.wikipedia.org/wiki/Random_graph - cite_ref-0Bollobás, Béla (2001): Random Graphs, 2nd Edition, Cambridge University Press.

Breschi, S., Lissoni, F.(2003): Mobility and social networks: localised knowledge spillovers revisited. CESPRI, working paper no. 142.

Buchanan, M. (2003): Nexus, avagy "kicsi-a-világ". A hálózatok úttörő tudománya. Typotex, Budapest.

Callois, J.M., Angeon, V. (2004): On the role of social capital on local economic development: an econometric investigation on rural employment areas in France. In: 78th Conference of Agricultural Economics Society. Agricultural Economics Society, Imperila College, London, 27.

Carayol, N., Roux, P. (2009): Knowledge flows and the geography of networks: A strategic model of small world formation. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 71(2), 414-427. o.

Christoffel, K. Coenen, G. Warne, A. (2008): The new area-wide model of the euro area - a micro-founded open-economy model for forecasting and policy analysis. Working Paper Series 944, European Central Bank.

Cohen, W.M., Levinthal, D.A. (1990): Absorptive capacity: A new perspective on learning and innovation. *Administrative Science Quarterly*, 35(1), 128-152. o.

Cowan, R. (2005): Network models of innovation and knowledge diffusion. In: Breschi, S., Malerba, F. (eds.): Clusters, Networks and Innovation, Oxford University Press, Oxford, 29-53. o.

Cowan, R. Jonard, N. (2004): Network structure and the diffusion of knowledge. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 28(8), 1557-1575. o.

Cowan, R., Jonard, N., Zimmermann, J.-B. (2006): Evolving networks of inventors. *Journal of Evolutionary Economics*, 16(1), 155-174. o.

Dib, A. (2001): An Estimated Canadian DSGE Model with Nominal and Real Rigidities. Working Papers 01-26, Bank of Canada.

Dixit, A.K., Stiglitz, J.E. (1977): Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity. *American Economic Review*, 67(3), 297-308. o.

Erceg C.J., Guerrieri, L., Gust C. (2006): SIGMA: a new open economy model for policy analysis. International Finance Discussion Papers 835, Board of Governors of the Federal Reserve System (U.S.).

Erdős, P. Rényi, A. (1959): On Random Graphs I. In Publ. Math. Debrecen, 6, 290–297. o.

Feldman, M.P. (1994): The Geography of Innovation. Boston, Kluwer Academic Publisher.

Granovetter, M. (1983): The Strength of Weak Ties: A Network Theory Revisited. *Sociological Theory*, 1, 201–233. o.

Granovetter, M.S. (1973): The Strength of Weak Ties. *American Journal of Sociology*, 78(6), 1360 o.

Grossman, G.M., Helpman, E. (1994): Endogenous Innovation in the Theory of Growth. *Journal of Economic Perpectives*, 8, 23-44. o.

Harrison, R., Nikolov, K., Quinn, M., Ramsay, G., Scott, A., Thomas, R. (2005): The Bank of England Quarterly Model. London: Bank of England.

Jackson, M.O., Wolinsky, A. (1996): A Strategic Model of Social and Economic Networks. *Journal of Economic Theory*, 71(1), 44-74. o.

Jaffe, A.B. (1989): Real Effects of Academic Research. *American Economic Review*, 79(5), 957-970. o.

Jaffe, A.B., Trajtenberg, M. (2002): Patents, Citations and Innovations: A Window on the Knowledge Economy. MIT Press, Cambridge, MA.

Jakab, Z.M., Világi, B. (2008): An estimated DSGE model of the Hungarian economy. MNB Working Papers 2008/9, Magyar Nemzeti Bank (The Central Bank of Hungary).

Johansson, B., Forslund, U. (2008): The analysis of location, co-location and urbanization economies. In: Karlsson (ed.): *Handbook of Research on Cluster Theory*, Edward Elgar, UK.

Kaldor, N. (1966): Marginal Productivity and the Macro-Economic Theories of Distribution: Comment on Samuelson and Modigliani. *The Review of Economic Studies*, 33(4), 309-319. o.

Karinthy Frigyes (1929): Minden másképpen van (Ötvenkét vasárnap). Athenaeum, Irodalmi és Nyomdai Rt., Budapest.

Marshall, Alfred (1890): Principles of Economics. London, Macmillan.

Mendoza, G.E. (1991): Real Business Cycles in a Small Open Economy. *The American Economic Review*, 81, 797-818. o.

Ratto, M., Roeger, W., Veld, Jan in 't (2009): QUEST III: An estimated open economy DSGE model of the euro area with fiscal and monetary policy. *Economic Modelling*, 26(1), 222-233. o.

Romer, P. (1990): Endogenous Technological Change. *Journal of Political Economy*, 98, S71-S102. o.

Sebestyén, T. (2010): Innovation and diversity in a dynamic knowledge network. KRTI Műhelytanulmányok, 2010/1.

Sebestyén, T., Parag, A. (2010): The Dynamics of Link Formation in Patent Innovation Networks. *Perspectives of Innovation, Economics and Business*, 4(1) 21-25. o.

Smets, F. Wouters, R. (2007): Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach. *American Economic Review*, 97(3), 586-606. o.

Solow, R.M. (1957): Technical Change and the Aggregate Production Function. *Review of Economics and Statistics*, 39, 312-320 o.

Sorenson, O. (2005): Social Networks, Informal Complexity and Industrial Geography. In: Fornahl, D., Zellner, C., Audretsch, D.B. (eds.): The Role of Labour Mobility and Informal Networks for Knowledge Flows. Springer.

Travers, J., Milgram, S. (1969): An Experimental Study of the Small World Problem. *Sociometry*, 32, 425-443 o.

Watts, D.J., Strogatz, S.H. (1998): Collective dynamics of ’small-world’ networks. *Nature*, 393, 409–10 o.

Zucker, L., Darby, M., Armstrong, J. (1994): Intellectual capital and the firm: The technology of geographically localized knowledge spillovers. NBER Working Paper Series, Working Paper no. 4946.

Függelék

Hálózati mutatók

Az egyik legalapvetőbb lokális (egyedi csomópontra értelmezett) hálózati mutató az egy csomópont által birtokolt kapcsolatok száma. Ezt fokszámának (*degree*) nevezzük. A kapcsolati mátrix segítségével egy csomópont fokszáma könnyen felírható:

(A.1)
$$s_i = \sum_{j=1}^{N} a_{ij},$$

ahol N a hálózat tagjainak (csomópontjainak) számát jelöli. Természetesen képezhetünk globális mutatót is, ami az egyedi fokszámok átlagaként adódik, ezt átlagos fokszámnak (*average degree*) nevezzük:

(A.2)
$$as = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} a_{ij}}{N}$$

Míg az egyedi (lokális) fokszám viszonylag jól jellemzi egy csomópont centralitását (integráltságát) a hálózaton belül, addig az átlagos fokszám félrevezető lehet globális szinten. Ez olyan esetekben lényeges, amikor a hálózat struktúrája skálafüggetlen, azaz a csomópontok fokszám-eloszlása aszimmetrikus. Barabási és Albert (1999) megmutatja, hogy a valós hálózatok fokszám-eloszlása tipikusan az alábbi formájú hatványfüggvényt követi:

(A.3)
$$z = ks^{-\delta}$$

Ez a forma azt fejezi ki, hogy egy adott fokszám (s) előfordulásának valószínűsége (vagy relatív gyakorisága) (z), annál kisebb, minél nagyobb s értéke. A fenti kifejezésben k és δ konstans paramétereket jelölnek. Az (A.3) összefüggésben szereplő δ paraméter, mint a hálózati struktúra egy fontos mutatója, nem számítható ki olyan egyszerű módon, mint például a lokális fokszám vagy az átlagos fokszám. Egy adott hálózat esetén azonban a fokszám-értékek relatív gyakorisága meghatározható, és ezekre a relatív gyakoriság értékekre illeszthető egy, az (A.3) egyenletnek megfelelő függvény. Amennyiben az (A.3) egyenletet loglinearizáljuk, úgy a δ paraméter meghatározása a standard legkisebb négyzetek módszerével meghatározható.

A hálózat egészére jellemző további mutató az ún. átlagos elérési út. Definiáljuk a hálózati távolság mátrixát: $\mathbf{D}=[d_{ij}]$ ahol a d_{ij} általános elem az i és j csomópontok hálózatban vett ún. geodetikus távolságát reprezentálja. A geodetikus távolság két csomópont között a hálózatban vett legrövidebb utat jelenti, így a $\mathbf{D}$ mátrix a gráfelméletből ismert legrövidebb-út algoritmusok segítségével könnyen meghatározható, bár a kapcsolati mátrix segítségével zárt forma nem írható fel rá. Amennyiben a hálózat nem irányított, úgy a $\mathbf{D}$ mátrix szimmetrikus lesz, hiszen $d_{ij} = d_{ji}$. Logikus továbbá, hogy egy csomópont önmagától vett távolsága nulla, vagyis $d_{ii} = 0$. Ezek alapján a hálózat tagjai közötti legrövidebb utak átlagaként megadható az átlagos elérési út:

(A.4)
$$ad = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} d_{ij}}{N(N-1)}$$

Ez a mutató alkalmas lehet például arra, hogy az információ hálózaton belüli terjedésének valamilyen közelítője legyen. A rövid elérési utak gyors, míg hosszú elérési utak lassú terjedést tesznek lehetővé.

A hálózat globális jellemzője a sűrűség (*density*) mutatója. A sűrűség egy normalizált mutató, amely azt mutatja meg, hogy a lehetséges kapcsolatok számához viszonyítva mennyi kapcsolat van ténylegesen jelen a hálózatban. A sűrűség mutatója ily módón szoros kapcsolatban áll az átlagos fokszámmal. A lehetséges összes kapcsolat száma irányítatlan hálózat esetén: $N(N-1)/2$, így a sűrűség az alábbi módon adódik:

(A.5)
$$ds = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} a_{ij}}{N(N-1)} = \frac{as}{N-1}$$

A sűrűség, mint globális mutató lokális párja a klaszterezettség mutatója. Ez a mutató egy igen sokrétű és a hálózat tagjainak lokális környezetét jól leíró mutatószámnak tekinthető. Cowan (2006) definíciója szerint a klaszterezettség annak mutatójaként értelmezhető, hogy egy adott csomópont szomszédjai milyen mértékben szomszédjai egymásnak is. Jelölje Γ_i az i-edik csomópont szomszédságát, vagyis $\Gamma_i = \{j \mid a_{ij} = 1\}$. Γ_i számosságát a már bevezetett s_i fokszám mutató adja meg. Jelölje Φ_i azon kapcsolatok halmazát, amelyek az i csomópont szomszédjai, tehát Γ_i elemei között jönnek létre, azaz $\Phi_i = \{a_{kl} \mid k,l \in \Gamma_i\}$, vagy másképpen $\Phi_i = \{a_{kl} \mid a_{ik} = a_{il} = 1\}$. Ekkor a klaszterezettség mutatója az i csomópont vonatkozásában:

(A.6) $$c_i = \frac{|\Phi_i|}{s_i(s_i - 1)}$$

Ahol $|\Phi_i|$ a Φ_i halmaz számosságát jelöli. A klaszterezettségnek ez a lokális értelmezése analóg a globális sűrűség mutatójával, tulajdonképpen értelmezhető egyfajta lokális sűrűségként: az adott csomópont környezetének sűrűségeként. Ha c_i értéke magas, akkor az adott hálózat egy sűrű lokális kapcsolati rendszerbe ágyazódik, míg ha c_i értéke alacsony, akkor ez a lokális sűrűség kevéssé jellemző. A lokális sűrűség szerepéről kicsit bővebben is szólunk majd a következő alpontban.

A klaszterezettség lokális mutatója mellett egy globális mérőszámot is bevezethetünk, ami a tulajdonképpen az egyes csomópontok klaszterezettségének átlagos számát mutatja:

(A.7) $$ac = \frac{\sum_{i=1}^{N} c_i}{N}$$

Ez a mutató a hálózat egészében értelmezi a lokális struktúrák szerepét: érétke magasabb, ha a lokális kapcsolatok dominánsak, míg értéke alacsonyabb, ha a lokalitás kevésbé jellemző egy hálózatra.

A keresleti függvény levezetése

Adott a hasznossági függvény és a költségvetési korlát. A megoldandó feladat:

(A.8) $$U = \left(\sum_{i=1}^{N} x_i^{\sigma} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \to \max, \;\; s.t. \;\; I = \sum_{i=1}^{N} p_i x_i$$

A feladat Lagrange függvénye:

(A.9) $$\Gamma = \left(\sum_{i=1}^{N} x_i^{\sigma} \right)^{\frac{1}{\sigma}} + \lambda \left(I - \sum_{i=1}^{N} p_i x_i \right)$$

A Lagrange függvény x_i szerint vett első deriváltja:

(A.10) $$\frac{\partial \Gamma}{\partial x_i} = \left(\sum_{i=1}^{N} x_i^{\sigma} \right)^{\frac{1}{\sigma}-1} x_i^{\sigma-1} - \lambda p_i$$

A deriváltat egyenlővé téve nullával kapjuk, hogy

(A.11) $$\left(\sum_{i=1}^{N} x_i^{\sigma} \right)^{\frac{1}{\sigma}-1} x_i^{\sigma-1} = \lambda p_i$$

Az így kapott N egyenletből λ-kat kiküszöbölve azt kapjuk, hogy

(A.12) $$\frac{x_i}{x_j} = \left(\frac{p_i}{p_j} \right)^{\frac{1}{\sigma-1}}$$

bármely i, j párra (értelemszerűen $i = j$ esetén egyszerű azonosságot kapunk). Ha élünk a $j = 1$ helyettesítéssel, akkor a fenti összefüggést felírhatjuk, mint

(A.13) $$x_i = \left(\frac{p_i}{p_1} \right)^{\frac{1}{\sigma-1}} x_1$$

azaz bármely x_i termék keresletét kifejezhetjük egy másik termék kereslete és az árarányok függvényében. A fenti összefüggéseket a költségvetési korlátba helyettesítve:

(A.14) $$I = \sum_{i=1}^{N} p_i \left(\frac{p_i}{p_1} \right)^{\frac{1}{\sigma-1}} x_1$$

adódik, amelyet kifejezve x_1-re kapjuk, hogy

(A.15) $$x_1 = \frac{I}{\sum_{i=1}^{N} p_i \left(\frac{p_i}{p_1} \right)^{\frac{1}{\sigma-1}}}$$

Vezessük be az $\varepsilon = 1/(1-\sigma)$ jelölést. Így a fenti összefüggést egyszerűsíthetjük:

(A.16)
$$x_1 = p_1^{-\varepsilon} \frac{I}{\sum_{i=1}^{N} p_i^{1-\varepsilon}}$$

Amennyiben a fenti műveletsort tetszőleges j-re elvégezzük, könnyen belátható, hogy a j termék iránti kereslet:

(A.17)
$$x_j = p_j^{-\varepsilon} \frac{I}{\sum_{i=1}^{N} p_i^{1-\varepsilon}}$$

■

A szimulációs modell algoritmusa

- Első lépésként rögzítjük a modell paramétereit.
- Ezt követően a 3. szakaszban bemutatott két hálózati modell valamelyikével előállítjuk az $\mathbf{A}$ kapcsolati mátrixot.
- Az $\mathbf{A}$ kapcsolati mátrix és az exogén változóként adott $\mathbf{k}$ tudás-vektor a (4) tudás-aggregátoron keresztül meghatározza a vállalatok számára hozzáférhető tudás mennyiségét, K_i-t, valamennyi i vállalat esetén.
- Ezt követően a gazdaság általános egyensúlyi állapotát határozzuk meg, vagyis azt a w bérszintet és $\mathbf{p}$ árvektort, amelyre mind a termékpiacokon, mind pedig a munkapiacon egyensúly van. Az egyensúly meghatározásának menete a következő:
    - Kiválasztunk egy induló bérszintet. Közelítő választásként adódik a szimmetrikus esetben levezetett egyensúlyi bér.
    - A kiválasztott bérszint és a többi paraméter alapján megoldjuk az egyensúlyi árakat meghatározó (11') egyenletrendszert, így megkapjuk az adott bérszint esetén a termékpiacok egyensúlyát biztosító árvektort.
    - A kapott árvektor és a (7) keresleti függvények segítségével megadható az egyes termékekből keresett és a piaci egyensúly miatt egyben termelt mennyiség, azaz a vállalati kibocsátások $\mathbf{y}$ vektora.
    - A vállalatok kibocsátása a (2) termelési függvények alapján meghatározza a vállalatok által felhasznált munkamennyiséget, amit a munkafelhasználás $\mathbf{L}$ vektora ad meg.
    - A munkafelhasználás vektora lehetővé teszi, hogy ellenőrizzük a munkapiaci egyensúly feltételének teljesülését. Amennyiben a munkapiaci egyensúly nem teljesül, új bérszintet választunk és ennek segítségével ismét elvégezzük a fenti iterációt, meghatározzuk az árvektort, majd ebből a munka-felhasználási

vektort. Munkapiaci túlkereslet esetén a bérszintet értelemszerűen növelni, míg túlkínálat esetén csökkentenünk kell, hogy az egyensúlyi helyzet irányába haladjunk.

A fenti folyamat iterációjával végül eljutunk ahhoz a bérszinthez, amelyre a munkapiac és valamennyi termékpiac is egyensúlyba kerül.

Természetesen a modell megoldható úgy is, hogy az árvektor és a bérszint egyensúlyi értékeit egyidejűleg határozzuk meg. A szimulációs futtatások során azonban a fenti algoritmust használtuk, mivel ez az eljárás gyorsabbnak bizonyult.

A KRTI eddig megjelent műhelytanulmányai

Varga Attila: From the geography of innovation to development policy analysis: The GMR-approach (2007/1)

Bessenyei István: Növekedési pólusok a térben és a társadalomban (2007/2)

Darvas Zsolt - Schepp Zoltán: Kelet-közép-európai devizaárfolyamok előrejelzése határidős árfolyamok segítségével (2007/3)

Varga Attila: GMR-Hungary: A Complex Macro-Regional Model for the Analysis of Development Policy Impacts on the Hungarian Economy (2007/4)

Reiff Ádám - Zsibók Zsuzsanna: Az infláció és az árazási magatartás regionális jellemzői Magyarországon, mikroszintű adatok alapján (2008/1)

Varga Attila - Parag Andrea: Egyetemi tudástranszfer és a nemzetközi kutatási hálózatok szerkezete (2008/2)

Schepp Zoltán - Szabó Zoltán: Felsőoktatás-politika és állami finanszírozás: a 2007. évi felvételi tanulságai a gazdaságtudományi alapképzésben (2008/3)

Kaposi Zoltán: Város és agrárrendszer a polgárosodás korában (1850-1914) (a mezőgazdaság változásai Nagykanizsán) (2008/4)

Barancsuk János: Néhány gondolat az „árelfogadó" és „ármeghatározó" fogalmak jelentéséről (2009/1)

Kiss Gy. Kálmán: A szövetkezeti bank megteremtésének kísérlete Magyarországon (2009/2)

Zeller Gyula: Létezik-e a Smith probléma, avagy mennyire egységesek Adam Smith nézetei? (2009/3)

Járosi Péter - Atsushi Koike - Mark Thissen - Varga Attila: Regionális fejlesztéspolitikai hatáselemzés térbeli számítható általános egyensúlyi modellel: a GMR-Magyarország SCGE modellje (2009/4)

Mellár Tamás: Felemás magyar modernizáció (2009/5)

Szabó Zoltán: Az új paternalizmus: a nem-racionális hitelfelvevői magatartás és a túlzott eladósodás néhány gazdasági viselkedéstani összefüggése (2009/6)

Erdős Katalin-Varga Attila: Az egyetemi vállalkozó: legenda vagy valóság az európai regionális fejlődés elősegítésére? (2009/7)

Sebestyén Tamás: Innovation and Diversity in a Dynamic Knowledge Network. (2010/1)

Mellár Tamás: Válaszút előtt a makroökonómia? (2010/2)

Attila Varga- Dimitrios Pontikakis- George Chorafakis: Agglomeration and interregional network effects on European R&D productivity (2010/3)

Attila Varga - Péter Járosi - Tamás Sebestyén: Geographic Macro and Regional Model for EU Policy Impact Analysis of Intangible Assets and Growth (2010/4)

Rappai Gábor – Szerb László: Összetett indexek készítése új módon: a szűk keresztmetszetekért történő büntetés módszere. (2011/1)

Mellár Tamás: Néhány gondolat a makroegyensúly értelmezéséhez (2011/2)

Balatoni András - Mellár Tamás: Rövid távú előrejelző modell Magyarországra (2011/3)

Varga Attila - Járosi Péter - Sebestyén Tamás : A GMR-Európa modell és alkalmazása EU kohéziós politikai reformok előzetes hatásvizsgálata során (2011/4)

Sebestyén Tamás: Hálózati struktúra és egyensúly: a tudás-áramlás szerkezeti jellemzőinek kérdései (2011/5)