

PÉCSI TUDOMÁNYEGYETEM  
KÖZGAZDASÁGTUDOMÁNYI KAR

GAZDÁLKODÁSTANI DOKTORI ISKOLA

Hauck Zsuzsanna

Minőség és minőség-ellenőrzés  
készletgazdálkodási modellekben

DOKTORI ÉRTEKEZÉS

Témavezető: dr. Vörös József

Pécs, 2015



# Tartalomjegyzék

Tartalomjegyzék .....	i
Ábrajegyzék.....	iii
Táblázatok jegyzéke .....	vi
Jelölések jegyzéke .....	vii
1 Bevezetés .....	1
2 Minőség, minőség-ellenőrzés és készletezés az ellátási láncban.....	5
2.1 Az ellátási láncról általában.....	6
2.1.1 Az ellátási lánc fogalma és szereplői.....	6
2.1.2 Az ellátási láncok sikeres működésének feltételei .....	8
2.2 A minőség, mint versenyprioritási tényező .....	11
2.2.1 A minőség fogalma.....	11
2.2.2 A minőség a termelési folyamatban .....	13
2.3 A minőség ellenőrzése.....	17
2.3.1 A folyamat-ellenőrzés statisztikai módszerei .....	18
2.3.2 A termékek minőségének ellenőrzése .....	20
2.4 A készletek szerepe az ellátási láncban .....	22
2.4.1 A készletek definíciója és fajtái.....	22
2.4.2 A készletek jelentősége a versenyképesség szempontjából .....	23
2.4.3 Az újságárus probléma és az ostorcsapás-hatás .....	27
3 Készletgazdálkodási modellek.....	30
3.1 A készletgazdálkodási modellek szakirodalmi áttekintése.....	30
3.1.1 A két alapmodell.....	30
3.1.2 Kiterjesztési irányzatok .....	34

3.1.3	A minőség-ellenőrzést figyelembe vevő irányzat .....	46
3.2	A minőség-ellenőrzés sebessége készletgazdálkodási modellekben.....	51
3.2.1	A minőség-ellenőrzés sebessége, mint döntési változó.....	51
3.2.2	A minőség-ellenőrzési sebesség hatásmechanizmusai .....	53
3.2.3	A minőség-ellenőrzési sebesség növelésének költségfüggvényei.....	55
4	EOQ modell a minőség-ellenőrzési sebesség szabad változtatásával.....	57
4.1	A modell .....	57
4.2	A minőség-ellenőrzési sebesség növelése EOQ modellekben .....	60
4.2.1	A minőség-ellenőrzési sebesség növelése egymással összefüggő ciklusokban.....	60
4.2.2	A minőség-ellenőrzési sebesség növelése egymástól független ciklusokban.....	75
5	EPQ modell a minőség-ellenőrzési sebesség szabad változtatásával .....	82
5.1	A modell .....	82
5.2	A minőség-ellenőrzési sebesség növelése EPQ modellekben.....	89
5.2.1	A minőség-ellenőrzési sebesség növelése egymással összefüggő ciklusokban.....	89
5.2.2	A minőség-ellenőrzési sebesség növelése egymástól független ciklusokban.....	101
6	Összegzés, továbbfejlesztési lehetőségek .....	110
7	Irodalomjegyzék.....	116

# Ábrajegyzék

2-1. ábra Ellátási lánc a termelő szektorban .....	6
2-2. ábra Az ellátási lánc szintjei által alkotott termelési hálózat.....	7
2-3. ábra A minőségre alapozott verseny előnyei .....	14
2-4. ábra A TQM kormánykerék .....	15
2-5. ábra Az ellenőrző diagramok tipikus szerkezete .....	19
2-6. ábra Az ideális és a tipikus OC görbe alakja .....	21
2-7. ábra A biztonsági készlet szerepe a fogyasztó-kiszolgálási szint elérésében ....	26
3-1. ábra Az EOQ alapmodell készletalakulási diagramja .....	31
3-2. ábra Az összköltség függvény szerkezetének szerepe a sorozatnagyság változtatásában .....	32
3-3. ábra Az EPQ alapmodell készletalakulási diagramja .....	33
3-4. ábra A készletgazdálkodásra ható külső tényezőkből, korlátokból kiinduló kiterjesztési irányzatok.....	36
3-5. ábra A készletgazdálkodásra ható belső tényezőkből, korlátokból kiinduló kiterjesztési irányzatok.....	40
3-6. ábra Az EOQ modell készletalakulási diagramja hátralék esetén .....	44
3-7. ábra EOQ és EPQ modellek előfordulása az utóbbi tizenöt év IJPE és EJOR számaiban.....	45
3-8. ábra Salameh és Jaber készletgazdálkodási modellje teljes átvizsgálással .....	48
3-9. ábra Az optimális minőség-ellenőrzési sebesség meghatározása hátralék nélküli esetben.....	54
3-10. ábra Az optimális minőség-ellenőrzési sebesség jelentősége hátralék keletkezése esetén .....	54
3-11. ábra A minőség-ellenőrzési sebesség növelésének két lehetséges költségfüggvénye .....	56
4-1. ábra Hiány- és készletalakulási diagram $1 - z < p$ esetén.....	59
4-2. ábra Összefüggő ciklusok készletalakulási diagramja $1 - z \geq p$ esetén .....	61

4-3. ábra Készletalakulási diagram a minőség-ellenőrzési sebesség növelése $x_1 > x_0$ és $1 - z \geq p$ esetén.....	62
4-4. ábra Összefüggő ciklusok hiány- és készletalakulási diagramja $1 - z < p$ esetén.....	63
4-5. ábra $S(z)$ függvény egy lehetséges alakja.....	65
4-6. ábra $H(z)$ függvény alakja.....	66
4-7. ábra $B(z)$ függvény alakja.....	66
4-8. ábra Az $S(z)(H(z) + B(z))$ szorzat értékei az $1 - z \leq a$ intervallumon, $(b - h)/(b + h) > E(p)$ esetén.....	68
4-9. ábra Az $S(z)(H(z) + B(z))$ szorzat értékei az $1 - z \leq a$ intervallumon, $(b - h)/(b + h) < E(p)$ esetén.....	69
4-10. ábra Az $S(z)(H(z) + B(z))$ szorzat értékei az $1 - z \leq a$ intervallumon, $(b - h)/(b + h) > E(p)$ esetén.....	70
4-11. ábra A 4.2a. példa összköltségének várható értéke.....	72
4-12. ábra A 4.2b. példa összköltségének várható értéke, $a$ két különböző értéke mellett.....	72
4-13. ábra A 4.2c. példa összköltségének várható értéke, $b$ két különböző értéke mellett.....	73
4-14. ábra A költségfüggvények deriváltjai.....	74
4-15. ábra Készletalakulási diagram az első ciklusban hátralék keletkezésével, a másodikban hátralék keletkezése nélkül.....	75
4-16. ábra A 4.3a. példa összköltségének várható értéke a hátralék fajlagos költségének két különböző értéke mellett, független ciklusokat feltételezve.....	79
4-17. ábra A 4.3b. példa összköltségének várható értéke a hátralék fajlagos költségének két különböző értéke mellett, független ciklusokat feltételezve.....	80
4-18. ábra Összköltségfüggvények összefüggő és független ciklusokban hibás termékek magas előfordulási valószínűsége mellett.....	81
5-1. ábra Készletalakulási diagram hátralék nélküli esetben $D \leq x(1 - p)$ .....	83
5-2. ábra Készletalakulási diagram hátralék nélküli esetben $D \leq x(1 - p)$ , a második ciklusban megnövelt átvizsgálási sebességgel ( $x_0 < x_1$ ).....	86
5-3. ábra Hátralék nélküli EPQ modell készletalakulási diagramja minden határon túl növelt, illetve minimális minőség-ellenőrzési sebesség mellett.....	86

5-4. ábra Készletalakulási diagram hátralék keletkezése esetén $D > x(1 - p)$ , a második ciklusban megnövelt átvizsgálási sebességgel ( $x_0 < x_1$ ) .....	87
5-5. ábra $H(z)$ egy lehetséges alakja .....	91
5-6. ábra $H(z)$ alakja egyenletes eloszlásra, $a$ különböző értékei és $h = 1$ esetén..	92
5-7. ábra $G(z)$ jellemző alakja három különböző $g(z)$ és $a = 0,5$ esetén.....	95
5-8. ábra $K(z)$ alakja a selejtarány egyenletes eloszlása, $a = 0,5$ , $h = 1$ és $b$ két különböző értéke esetén .....	98
5-9. ábra $K(z)$ alakja a selejtarány egyenletes eloszlása, $a = 0,9$ , $h = 1$ és $b$ két különböző értéke esetén ( $b/(b + h) > E(p)$ ) .....	98
5-10. ábra Az 5.1a. példa összköltség függvényei.....	99
5-11. ábra Az 5.1b. példa összköltség függvényei .....	100
5-12. ábra Az 5.1c. példa összköltség függvényei.....	101
5-13. ábra Készletalakulási diagram egymástól független ciklusokra, a második periódusban magasabb selejtaránnyal .....	102
5-14. ábra $H(z)$ alakja egyenletes eloszlásra $a = 0,5$ és $a = 0,1$ esetén ( $h = b = 1$ ) .....	104
5-15. ábra Az 5.2a. példa összköltség függvényei.....	107
5-16. ábra Az 5.2b. és az 5.2c. példa összköltség függvényei.....	107
5-17. ábra Az 5.3. példa összköltség függvényei .....	108

# Táblázatok jegyzéke

2-1. táblázat A hatékony és a reagáló ellátási lánc összevetése .....	10
2-2. táblázat Az elfogadásos mintavétel kockázatai .....	20
3-1. táblázat A készletgazdálkodási modellek fejlődési íve .....	35
4-1. táblázat $S(z)$ , $H(z)$ és $B(z)$ tulajdonságai a két kitüntetett intervallumon.....	64
4-2. táblázat $S(z)$ és $H(z)$ tulajdonságai a két kitüntetett intervallumon .....	78
5-1. táblázat Készletezéssel kapcsolatos költségek EPQ modellben.....	88
5-2. táblázat $S(z)$ , $H(z)$ és $B(z)$ tulajdonságai az EPQ modellben .....	96
5-3. táblázat $S(z)$ , $H(z)$ és $B(z)$ első és második deriváltjai .....	97
5-4. táblázat $S(z)$ és $H(z)$ tulajdonságai független ciklusok esetén .....	104



# Jelölések jegyzéke

Jelölés	Jelentése
$D$	napi kereslet (db/nap)
$m$	termelési ráta (db/nap)
$x$	a minőség-ellenőrzés sebessége (db/nap), döntési változó
$x_0$	a jelenlegi minőség-ellenőrzési sebesség, $x_0 \geq D$
$x_{max}$	a legmagasabb elérhető minőség-ellenőrzési sebesség
$z$	$z = D/x$ , $z \leq 1$ ; $z_{min} = D/x_{max}$
$g(z)$	a minőség-ellenőrzés $z$ szintre történő gyorsításának napi költsége
$s$	sorozatkezdési költség (ciklusonként merül fel)
$h$	egy termék készleten tartásának napi költsége
$b$	termékenkénti napi hátralékköltség
$Q$	sorozatnagyság (db), döntési változó
$p$	a selejt termékek aránya (%), $p \in [0, 1]$ , valószínűségi változó
$f(p)$	a selejt termékek arányának sűrűségfüggvénye
$a$	a selejt termékek lehető legmagasabb aránya ( $a \leq 1$ ) egy sorozatban
$N$	egy évben ledolgozott munkanapok száma

# 1 Bevezetés

Disszertációm célja a minőség jelentőségének készletgazdálkodási döntésekben történő bemutatása. A minőséget önmagában rendkívül fontos versenyprioritási tényezőnek tartom, de jelentős, jellemzően javító hatással tud lenni a többi versenyprioritási tényezőre is. Mindezt a vállalatok a termelési folyamat során tudják elérni, melyben kiemelendő a minőség-ellenőrzés szerepe. Az ellenőrzés egyrészt hozzásegít a konzisztencia megteremtéséhez, másrészt költségmegtakarítást is eredményezhet. A hibák felismerésével ugyanis jelentős későbbi javítási költségeket takaríthatnak meg a vállalatok, az ellátási lánc bármely szerepét is töltik be. A termelő és kereskedő cégek készletgazdálkodásában a minőség-ellenőrzés sebessége is nagyban befolyásolhatja az összköltséget, mely jelenséget modellek segítségével vizsgálók. A dolgozat így kapta a „Minőség és minőség-ellenőrzés készletgazdálkodási modellekben” címet.

A monopolista kiváltságokkal nem rendelkező vállalatoknak helyi és/vagy globális versenyben kell megállniuk a helyüket. Jellemzően azok a cégek tudnak sikereket elérni, amelyek a verseny legalább egy szegmensében kiválóak, a többiben pedig nem maradnak le sokkal a legjobb versenytársaktól. A versenyelőnyt nem elég elérni, meg is kell tartani, folyamatos fejlesztés segítségével. Egy technológiai fejlesztés bevezetését ugyanis a versenytársak sem hagyják figyelmen kívül, és ha az jól másolható, hamar alapkövetelménnyé válhat. Az elektronikus repülőjegyet például az Alaska Airlines alkalmazta először (Hallowell és Hampton 2000). Kezdetben kihívást jelentett rávenni a fogyasztókat az e-jegy használatára, mára azonban a légitársaságok versenyében alapkövetelménnyé vált ennek lehetővé tétele. Elvárássá vált a kényelmes elektronikus ügyintézés, mely annak ellenére nem számít igazán versenyelőnynek, hogy növeli a szolgáltatás minőségét - inkább hátrányt jelent az esetleges hiánya.

Általánosan elfogadott nézet (ld. pl. Krajewski et al. 2013, Vörös 2010), hogy az üzleti élet legfontosabb versenyprioritási tényezői az alábbiak: széles termékválaszték, minőség, költség, ár, volumenflexibilitás, a leszállítás megbízhatósága, a leszállítás gyorsasága, értékesítés utáni szolgáltatások, disztribúciós csatornák. A termelési funkció a

költség, a minőség, a flexibilitás (volumen és választék), valamint az idő (megbízhatóság és gyorsaság) tényezőkhez kapcsolódó prioritásokért felel. Az árképzés, az értékesítés utáni szolgáltatások meghatározása, a termékek fogyasztókhöz történő eljuttatása pedig a marketing feladata. Természetesen a felelősség nem különül el élesen a két funkció között, a versenyképes teljesítmény érdekében szükség van a marketing és a termelés együttműködésére. Nem jöhetne létre például magas minőség, ha a marketing nem fogalmazná meg az erre való igényt, a termelési technológia és kapacitás pedig nem tenné lehetővé az előállítást.

Heizer és Render (2010) szerint a vállalatok szervezeti felépítésében az eddig említett marketing és termelés/szolgáltatás (operations) mellett még egy fő funkció különül el, a vállalat finanszírozásáért felelős pénzügy. Bár az ésszerű működés érdekében mindhárom terület önállósággal kell, hogy rendelkezzen, együttműködésük elengedhetetlen. Vörös (2010) szerint a piacra kerüléshez szükséges idő jelentősen rövidül a pénzügyi-termelési-marketing interfész felismerése által, a gyorsaság pedig mindig is fontos forrása volt az üzleti sikernek. Hasonlóan vélekedik Meredith és Shafer (2007), akik szerint a gyorsaság növeli a minőséget, csökkenti a költségeket és a felesleges készleteket, valamint növeli a hatékonyságot.

A versenyprioritási tényezők kapcsolatát Ferdows és De Meyer (1990) a homokkúp modellben mutatja be, mely szerint a minőség, a megbízhatóság, a gyorsaság és a költséghatékonyság rendre egymásra épülnek. Ennek megfelelően a vállalat a minőségből kiindulva tud fejlődést elérni az utóbbi három tényező tekintetében. Amennyiben csökkennek ugyanis a minőségi hibák, úgy kiszámíthatóbbá válik a termelés, megbízhatóbb lesz a szállítás. Ez eredményezheti az idő tényező másik aspektusa, a gyorsaság javulását. A szállítási határidők pontosabb betartása és a hibák előfordulásának csökkenése pedig költséghatékonyabb működéshez vezet.

A dolgozat második fejezetében a minőséggel, valamint annak ellátási láncokban betöltött szerepével foglalkozom. Bemutatom a minőség-ellenőrzés készletgazdálkodás szempontjából jelentős módszereit. Nincs ellátási lánc készletek nélkül, így a fejezet záró szakaszában a készletek minőségével és mennyiségével kapcsolatos megfontolásokat tárgyalok, mintegy bevezetve ezzel a készletgazdálkodás témakörét.

A harmadik részben a készletgazdálkodás két alapmodelljét, valamint azok kiterjesztési irányzatait ismertetem, nagyobb hangsúlyt fektetve a minőség-ellenőrzést figyelembe vevő irányzatra. Hauck (2013b) alapján érvelek amellett, hogy

**1. hipotézis A minőség-ellenőrzés sebessége lehet döntési változó készletgazdálkodási modellekben, és optimális szintjének választása csökkentheti a készletezéssel kapcsolatos összköltséget, valamint növelheti az árbevételt is.**

A minőség-ellenőrzés sebességének növelésével elsőként Hauck és Vörös (2015) foglalkozott EOQ modellekben. Ezen vizsgálódást mutatja be a dolgozat negyedik fejezete. Az ötödik fejezet EPQ modellekre oldja meg a problémát, összehasonlítva a kapott eredményeket az EOQ eredményeivel. A két fejezet együttesen ad választ az alábbi három hipotézisre:

**2. hipotézis A selejtarány eloszlása jelentős hatással van az optimális minőség-ellenőrzési sebességre.**

**3. hipotézis Amennyiben a minőség-ellenőrzés nincs olyan gyors, hogy megakadályozza a hátralék keletkezését, úgy a hátralék magas fajlagos költsége a minőség-ellenőrzési sebesség növelésére ösztönzi a kereskedő és a termelő vállalatokat egyaránt.**

**4. hipotézis A két alapmodellhez hasonlóan, a minőség-ellenőrzést figyelembe vevő készletgazdálkodási modellek közül az Economic Production Quantity modellben nagyobb a gazdaságos sorozatnagyság, mint az Economic Order Quantity modellben.**

A dolgozat elméleti, modellező jellegéből adódóan a négy hipotézis igazolása és kiegészítése mellett számos további eredményt tartalmaz. A negyedik és ötödik fejezetben összesen tizennégy tételt fogalmaztam meg és bizonyítottam. Ezek a minőség-ellenőrzést figyelembe vevő EOQ és EPQ modellek készletezéssel kapcsolatos összköltségének minimalizálását segítik elő. Elvezetnek tehát a gazdaságos sorozatnagyság, valamint az optimális minőség-ellenőrzési sebesség meghatározásához.

## 1. Bevezetés

---

Az értekezés fő mondanivalóját, valamint a hipotézisekre adott válaszokat a hatodik fejezet foglalja össze. Mivel a minőség-ellenőrzés sebességének változtathatósága új eredmény az irodalomban, ezért jelentős további kutatásra van lehetőség, ezekre is teszek néhány javaslatot.

## 2 Minőség, minőség-ellenőrzés és készletezés az ellátási láncban

Jelen fejezet célja a következő fejezetekben bemutatásra kerülő modellek gyakorlati jelentőségének megalapozása. Ellátási láncokban részt vevő vállalatok problémáit vizsgálom, ezért ismertetem a lánchoz való tartozás főbb jellemzőit, valamint a sikeres működés feltételeit. A termelő és kereskedő vállalatok célja a profit maximalizálása. Ennek bevételi oldalára meghatározó hatással van a termékeik, szolgáltatásaik iránti kereslet. A keresletnek magyarázó változója az értékesítés tárgyának minősége, amely a termelési folyamat során jön létre. A vállalatok sikeressége szempontjából ezért a termelési oldalt tekintve nemcsak a termelékenységnek van nagy jelentősége, hanem annak is, hogy milyen minőségű terméket, szolgáltatást tudnak előállítani, illetve nyújtani. A fogyasztói elégedettség elérése és fenntartása érdekében a kínálat minőségének konzisztensnek kell lennie, melynek biztosítása a termelési funkció feladata. A minőséget ennek megfelelően a termelés ellenőrzi mind az előállítási folyamat, mind a végtermék tekintetében.

A minőség és annak ellenőrzése szempontjából különös jelentőséggel bír az ellátási folyamatban résztvevők teljesítménye, valamint a lánc szervezettsége. A Toyota termelési filozófiája szerint az előállítási folyamat minden állomásán megfelelő minőséget kell előállítani ahhoz, hogy a végtermék minősége is megfelelő legyen. Ha a lánc egyetlen szeme rosszul teljesít, akkor a selejtes félkész termékből selejtes késztermék lesz. Ennek kiküszöbölésére be lehet vezetni azt a gyakorlatot, hogy minden egyes szereplő átvizsgálja megmunkálási folyamatának inputjait és outputjait egyaránt. Ez azonban a költségek jelentős emelkedéséhez is vezethet.

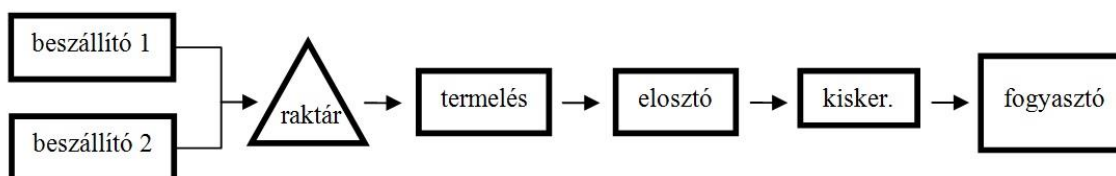
A költségek szempontjából kiemelt szerepe van a készletgazdálkodásnak. A túlkészletezés magas készletezési, az alulkészletezés magas hiány- (vagy hátralék) költségeket vonhat maga után. A készletgazdálkodás kockázatait ráadásul a minőségi célok szem előtt tartásával együtt kell mérlegelni.

## 2.1 Az ellátási láncról általában

### 2.1.1 Az ellátási lánc fogalma és szereplői

Az ellátási lánc „azon szervezetek/vállalatok összessége, amelyek közvetlenül részt vesznek a termékek és/vagy szolgáltatások ellátási és elosztási, illetve kapcsolódó információs és pénzügyi folyamataiban a forrástól a végfogyasztóig” (Némond és szerzőtársai, 2006). Chopra és Meindl (2012) szerint minden olyan érintett tagja a láncnak, aki valamilyen formában a fogyasztói igények kielégítéséhez hozzátesz. Nemcsak a termelőket és a beszállítókat sorolja tehát ide, hanem a szállítványozókat, a raktárakat, a kis- és nagykereskedőket, sőt magukat a fogyasztókat is. A lánc minden szervezete ellát olyan funkciókat, amelyek a kereslet kielégítéséhez szükségesek, ezek az értékláncot alkotó termékfejlesztés, a marketing, a termelés, az elosztás, a pénzügy és az ügyfélszolgálat. Az ellátási lánc akkor működik jól, ha az információk, a termékek és a források folyamatosan és zavartalanul áramolnak az egyes szintek között.

Vörös (2010) párhuzamot von az ellátási és az értéklánc fogalmak között. Értéket nemcsak a termelés, hanem további vállalatgazdálkodási funkciók, köztük kiemelten a marketing és a pénzügy teremtenek. Felesleges minden olyan lépés, amely nem hoz létre értéket. Ez igaz az ellátási láncra is, amely azonban inkább az értékteremtés materiális oldalára fókuszál.



**2-1. ábra Ellátási lánc a termelő szektorban**

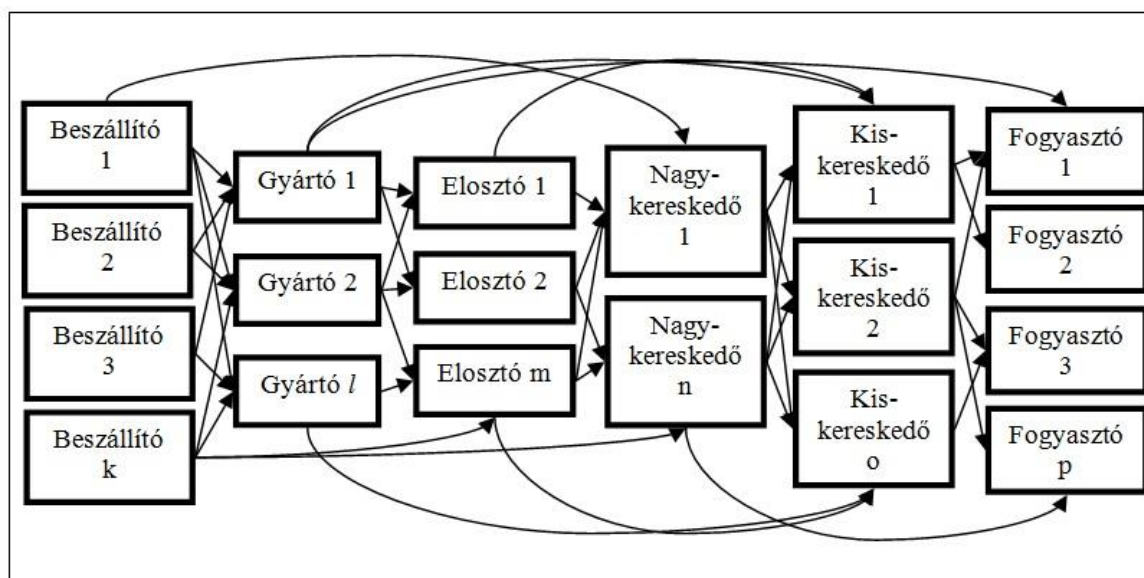
*Forrás: Vörös (2010), 345. oldal*

Az ellátási láncok tipikus szereplő vállalatai a beszállítók, a termelők, az elosztók, valamint a kis- és nagykereskedők (ld. 2-1. ábra). Ezeket a funkciókat általában raktárok fogják közre, ahonnan a fuvarozó cégek szállítják a termékeket. Csökkenthető ezek száma, ha a vállalat az egész ellátási láncot maga felügyeli. A Wal-Mart például cross-docking rendszert vezetett be a felesleges raktározás elkerülése és a költségcsökkentés érdekében. Ennek lényege, hogy az árukat az elosztó központokból gyakran tárolás nélkül

továbbszállítják, vagy közvetlen átruházás történik a beérkező és induló pótkocsik között (Johnson, 2006).

Az ellátási láncok általában hosszabbak a termelő, mint a szolgáltató szektorban, mivel szolgáltatás nyújtása esetén az előállítási és a fogyasztási folyamat gyakran egybeesik, illetve a szolgáltatás anyagigénye messze elmarad a gyártásától. Szolgáltató láncoknál a „termelő” és a fogyasztó közé nem épül be más szereplő. Megjegyezzük, hogy vannak olyan cégek (pl. Dell, webáruházak), amelyek kiküszöbölik az elosztók és kereskedők jelenlétét, és közvetlenül a fogyasztóknak értékesítik termékeiket. Ezzel közelebb kerülnek a fogyasztókhoz, így jobban tudnak alkalmazkodni azok igényeihez, könnyebben jelzik előre a keresletet.

Minden vállalat tagja legalább egy ellátási láncnak, de bizonyos vállalatok egyszerre többhöz is tartoznak. Ugyanez fordítva is igaz, mivel az ellátási lánc egyes szintjein is lehet egyszerre több szereplő. Például egy gyártónak általában több beszállítója van, és több kereskedő értékesíti termékeit. Ugyancsak jellemző, hogy a kis- és nagykereskedők több helyről szerzik be későbbi árukinálatukat. Általában nem vállalatok egymástól különálló láncolatáról van tehát szó, hanem inkább egy termelési hálózatról, ahogy azt a 2-2. ábra mutatja.



2-2. ábra Az ellátási lánc szintjei által alkotott termelési hálózat

*Forrás:* Chopra és Meindl (2012) alapján saját szerkesztés



### 2.1.2 Az ellátási láncok sikeres működésének feltételei

Chopra és Meindl (2012) szerint a termelési hálózat minden tagjának eredményessége szempontjából kiemelt jelentőségűek az ellátási lánc stratégiai, tervezési, valamint operatív jellegű döntései. A stratégia meghatározza a struktúrát a következő néhány évre. Megmondja, hogyan kell elosztani az erőforrásokat, és mi lesz az egyes szereplők feladata. Kijelöli, mely tevékenységeket kell kapun belül elvégezni, illetve kiszervezni; milyen telephelyekre, kapacitásokra, raktározási lehetőségekre kell építeni.

A stratégia által kijelölt keretek között gyakrabban, általában negyedévente hozzák meg a tervezési döntéseket. Ezt a különböző piacok keresleti előrejelzéseivel kezdik, melyre alapozva döntés születik arról, hogy melyik piac keresletét honnan elégítik ki, a kiszervezni kívánt tevékenységet mely alvállalkozók végezzék el, milyen készletgazdálkodási politikát folytassanak, milyen legyen a marketing tevékenység időzítése és mértéke. Ennél is rövidebb időhorizontra vonatkoznak az operatív jellegű döntések. Például a fogyasztói megrendelésekkel heti, napi rendszerességgel foglalkoznak. (Chopra és Meindl, 2012)

Lee (2004) szerint a jól működő termelési hálózatok három kulcsfontosságú tulajdonságának egyike az *alkalmazkodási képesség*. Az ellátási láncoknak ugyanis gyakran kell a piaci változásokhoz igazodniuk, akár stratégia-, termék-, illetve technológiaváltással. Ehhez folyamatosan figyelniük kell a világ gazdaságait, hogy potenciális piacokat kutassanak fel. Pontosan tudniuk kell, hogy technológiájuk és termékük az életciklus melyik szakaszában tart, és készen kell állniuk azok átalakítására. Ismerniük kell a rövid- és hosszú távú fogyasztói igényeket. Lépést kell tartaniuk a logisztikai infrastruktúra fejlődésével is. Folyamatosan kutatniuk kell az olyan új beszállítók után, akik megbízhatóak, és kínálatuk kiegészíti, felülmúlja a jelenlegiek által nyújtottakat.

A megfelelő beszállítók kiválasztása stratégiai jelentőségű kérdés, befolyásolja ugyanis a vállalat és az ellátási lánc egészének versenyképességét. Nem csak a versenyprioritási tényezők tekintetében mutatott teljesítmény alapján érdemes azonban értékelni őket. Choi és Linton (2011) szerint ügyelni kell arra, hogy a beszállítóknak is lehetnek beszállítói, illetve szervezhetnek ki tevékenységet. Felhívják a figyelmet annak veszélyére, hogy a gyártók általában túlságosan a közvetlen beszállítóikra támaszkodnak, hagyva, hogy azok maguk koordinálják a láncban messzebb elhelyezkedőket. Ezzel

ugyanis olyanok kezébe delegálnak fontos feladatokat, akikre a termelőknek nincs rálátása. Emiatt kevésbé tudják kontrollálni költségeiket, veszítenek azon képességükből, hogy naprakészen reagáljanak a technológiai és keresleti változásokra. A beszállítói szintek növelése segít hamarabb hozzájutni a szükséges információkhoz, és akár az is előfordulhat, hogy a vállalatok maguk idézik elő a versenytársaknak fejtörést okozó változásokat.

Lee (2004) az alkalmazkodóképesség mellett az agilitásban és az összehangoltságban látja a sikeres ellátási lánc kulcsát. Az *agilitás* célja a rövidtávú keresleti és kínálati változásokra való gyors reagálás, valamint a negatív külső hatások kezelése. Ehhez gyors és zökkenőmentes információáramlásra és a beszállítókkal való szoros együttműködésre van szükség. Elengedhetetlen a megbízható logisztikai rendszer kiépítése, valamint a készenléti és válságkezelési tervek kidolgozása. A készenlét a készletszintre is értendő. A szerző javasolja tartalék képzését az olcsóbb, de kulcsfontosságú alkatrészekből.

*Összehangoltságra* az ellátási lánc összteljesítményének növelése érdekében van szükség. Hosszú távon akkor lehet igazán versenyképes a lánc, ha annak minden szerepe ugyanazon célt követi, a közös jó teljesítmény érdekében cselekszik. Ehhez Lee (2004) japán mintára az információk és a tudás önzetlen megosztását javasolja. Szerinte egyértelműen meg kell határozni a szerepeket, feladatokat, felelőségeket, és osztozni kell a kockázatban, költségekben és az eredményekben egyaránt. Ezzel tulajdonképpen egyetértve, Narayanan és Raman (2004) arról értekeznek, hogy az ellátási lánc csak akkor lehet stabilan sikeres, ha az abban szereplő minden vállalatnak oka van arra, hogy ugyanazon irányba húzza a rendszert. Ennek érdekében a vállalatok egymással való kommunikációját sürgetik, melynek egyéni felismerése már fél sikernek számít.

Fisher (1997) sokat idézett tanulmánya szerint a kereslet előrejelezhetősége alapján két csoportra oszthatjuk a termékeket, ami egyben meghatározza a hozzájuk illő ellátási lánc típusát is. A funkcionális termékek alapszükségleteket elégítenek ki, amelyek az idő múlásával nem változnak jelentősen. Éppen ezért stabil, jól előrejelezhető kereslet és hosszú termék-életciklus jellemzi őket. Ezen feltételek miatt a fogyasztók számára fontos a biztos elérhetőség, a konzisztens minőség és az ár. Az alacsony árat alacsony előállítási és elosztási költségek segítségével lehet hosszú távon elérni, ezért a funkcionális termékek előállítása *hatékony ellátási lánc* működtetését követeli meg.

## 2. Minőség, minőség-ellenőrzés és készletezés az ellátási láncban

Az innovatív termékek éppen ellenkező tulajdonságokkal bírnak. Jellegükből adódóan keresletük nehezen becsülhető előre, rövid az életciklusuk, mivel a versenytársak lemásolhatják az innovatív ötletet. Az innovativitás és a megfelelő minőségű és mennyiségű kínálat megteremtéséhez szükséges flexibilitás magas költségekkel jár. Mivel a kereslet volumene nem ismert, ezért a piacközvetítési költségek is rendkívül magasak. A felmerülő keresletre gyorsan, rövid átfutási idő mellett kell válaszolni, ezért innovatív termékek kínálatát *reagáló ellátási lánc* segítségével érdemes nyújtani. A hatékony és reagáló ellátási láncokat néhány olyan ismerv szerint hasonlítja össze a 2-1. táblázat, melyek későbbi vizsgálódásaink szempontjából fontosak.

**2-1. táblázat A hatékony és a reagáló ellátási lánc összevetése**  
(Fisher (1997) alapján saját szerkesztés)

Szempont	Fizikailag hatékony ellátási lánc	A piaci változásokra rugalmasan reagáló ellátási lánc
Termék	funkcionális	innovatív
Kereslet	könnyen előrejelezhető	nehezen becsülhető
Elsődleges cél	a lehető legalacsonyabb költségszint mellett kielégíteni a keresletet	gyorsan reagálni a kereslet ingadozásaira, a készlethiány, az áron aluli eladás és a készlet elavulásának elkerülése érdekében
Készletezési politika	magas készletforgás és az ellátási lánc készlet szintjének minimalizálása	nagy puffer készletek képzése
Beszállítók kiválasztása	költség és minőség alapján	gyorsaság, rugalmasság és minőség alapján

Krajewski et al. (2013) szerint, ha a termék-folyamat mátrixban szeretnénk elhelyezni a két választási lehetőséget, akkor a reagáló ellátási lánc inkább az egyedi, testreszabott termékek, ehhez tartozóan pedig komplex előállítási folyamatok területén található. Projekt- és műhelyszerű, esetleg cellás termeléshez illik. A mátrix főátlóján a standardizált tömegtermékek és az egyre lineárisabb termelési folyamat felé haladva a hatékony ellátási lánc működtetése célszerű. Nem megszakítható folyamat, szalag, esetleg cellás termeléshez javasolt.

Chopra és Meindl (2012) szerint az ellátási láncok teljesítményét hat fő tényező határozza meg. Ezek közül logisztikai jellegűek a telephelyek, a szállítás és a készletezés. Az árazás, az információ, valamint a szerepek meghatározása kereszt-funkcionális jellegű. Az ezekkel kapcsolatos döntéseknek is összhangban kell lenniük az ellátási lánc választott típusával. A telephelyek és a szállítás kérdése némileg összefügg. A reagáló ellátási láncnak gyorsan kell elérnie a fogyasztókat, ezért több, azokhoz közeli telephely és gyors szállítás kell, hogy jellemezze. A hatékony ellátási lánc inkább a költségek leszorítására koncentrálva, kevesebb telephellyel, a szállító eszközök magas fokú kihasználtságával kell, hogy működjön. A készletezés problémáját és lehetőségeit részletesen tárgyaljuk a harmadik fejezetben. Az árazás a marketing feladata, melyet a termelés a költséghatékony működéssel tud támogatni. Az információ fontosságára az újságárus probléma kapcsán (ld. 2.4.3. szakasz) utalunk. A szerepek meghatározása tekintetében megjegyezzük, hogy az ellátási lánc menedzsment egyik stratégiai jelentőségű kérdése az outsourcing kiterjedési fokának meghatározása, mely azt jelenti, hogy a vállalat az ellátási lánc milyen kiterjedését látja el a saját forrásaiból, illetve beszállítók kapacitásának felhasználásával. Hauck (2014a) részletesen foglalkozik azzal a kérdéssel, hogy milyen szempontokat érdemes figyelembe venni az outsourcing és az integráció közötti választás, illetve a partner vállalatok kiválasztása során. A döntést támogató modell felállítása mellett esettanulmányokkal igazolja – többek között – a minőség szerepének fontosságát.

### **2.2 A minőség, mint versenyprioritási tényező**

#### **2.2.1 A minőség fogalma**

A versenyprioritási tényezők közül a költségek egy része, az ár és bizonyos értelmezésében az idő is viszonylag jól számszerűsíthető: előrejelezhető vagy utólag megállapítható. A többi tényezőről, köztük a minőségről ugyanez azonban nem mondható el. Ennek egyik oka, hogy a minőség alatt nem mindenki ugyanazt érti, mindenki máshogy érzékeli, az érzékeléshez pedig nehéz számot, illetve mértékegységet rendelni. Az egyes termékek, szolgáltatások minőségének összehasonlításához azonban szükségünk van a minőség mérésére.

Ahhoz, hogy a minőséget mérni és ellenőrizni tudjuk, definiálnunk kell annak tárgyát. Garvin (1984) öt kategóriába sorolja a minőség definícióit, megkülönböztetve transzcendens, termék alapú, felhasználó alapú, termelés alapú és értékalapú megközelítésmódokat. A transzcendens nézet szerint a minőség belső kiválóságot jelöl, nem definiálható pontosan, felismerése pedig csak tapasztalati úton történhet. A termék alapú megközelítés ugyanakkor a mérhetőség mellett érvel, elismerve a szubjektivitás jelenlétét a mérésben. A felhasználó-központú definíciók arra hívják fel a figyelmet, hogy a minőséget a felhasználók, a fogyasztók ítélik meg, így az ő elképzeléseikhez kell igazodni. A termelésre fókuszáló megközelítés az előírásoknak való megfelelésre törekszik, célja a termelési folyamat hibáinak kiküszöbölése. Az érték alapú koncepcióban az elfogadható költségek, árak is szerepet játszanak a minőség megítélésében.

Bármelyik felfogásról legyen is szó, a meghatározásokban közös, hogy mivel a minőséget a fogyasztók érzékelik, ezért az ő értékítéletük döntő fontosságú a kérdésben. Vörös (2010) mindezt úgy foglalja össze, hogy a minőség a fogyasztó termékről alkotott benyomása és kialakított elvárása közötti különbség. Jó minőség tehát akkor jön létre, ha a fogyasztónak a termékről alkotott képe konzisztens módon megfelel elvárásainak, vagy felülmúlja azokat. Mindez egybevág a *vevői minőségértelmezéssel* (Juran, 1966), melynek összetettsége Demeter (2014) szerint három tényezéből fakad. (1) A terméket a fogyasztók egyben látják, és a bennük kialakult összkép alapján következtetnek a minőségre. (2) A vevők egy tárgyasult termék vásárlásakor is tulajdonképpen egy hasznosságcsomagot kapnak, a minőség részének tekintik a kapcsolódó szolgáltatásokat és azok milyenségét. (3) Ezek megítélése fogyasztónként változik, hiszen a vevői értékítélet a vevő személyiségéből fakad. Az egyes fogyasztók eltérő preferenciákkal rendelkeznek, melyek különböző jelentőséggel bírnak, más-más mértékben befolyásolják a minőségről alkotott képet. Hauck (2013a) alapján megjegyezzük, hogy a kiváló minőség elérése érdekében a vállalatok termelési és marketing funkciójának szorosan együtt kell működni egymással. A marketing szolgáltatja a termelés számára az információt a fogyasztói igényekről, ennek megfelelően végigkíséri a terméktervezés folyamatát. A prototípus kifejlesztését követően is folyamatosan előrejelzést készít a termék iránt várható keresletről, valamint meghatározza a termék (vagy szolgáltatás) eladási árát.

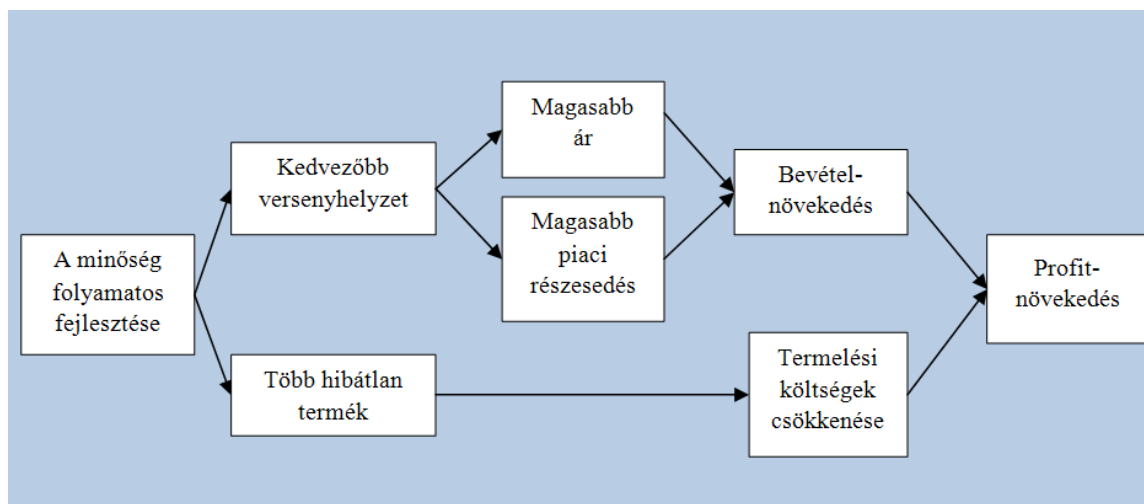
A termékek, szolgáltatások minősége tehát több jellemzőből tevődik össze. Garvin (1987) a minőség nyolc dimenzióját határozza meg, amelyek lehetővé teszik, hogy ezeket a jellemzőket stratégiai szempontból értékelni tudjuk. A nyolc dimenzió a teljesítmény, a

különleges tulajdonságok, a megbízhatóság, a megfelelés, a tartósság, a szervizelhetőség, az esztétika/forma, valamint a minőség észlelése. Jelen munka modelleket tartalmazó fejezetei a termék vagy szolgáltatás vevői elvárásoknak, illetve minőségi standardoknak való megfelelésére, a konformitásra helyezik a legnagyobb hangsúlyt. A modellezés sajátosságai mellett ennek jelentős oka, hogy Demeter (2014) szerint ezért a minőségdimenzióért - a termékfejlesztés és az új anyag beszerzése mellett - leginkább a termelési funkció felel, és napjainkban a fogyasztói választásnak ez az egyik döntő szempontja.

Demeter (2014) a vevői mellett megkülönbözteti a *technikai (gyártói) minőségértelmezést*. Utóbbi szerint a minőséget a tényleges és az előírt érték (vagy határérték) összehasonlításával lehet megítélni. Ehhez számszerűsíteni kell a termék fő jellemzőinek alsó illetve felső határértékét, toleranciaszintjét. Amennyiben a mért érték a két határérték közé esik minden termékjellemző szempontjából, úgy a termék minősége megfelelő.

### 2.2.2 A minőség a termelési folyamatban

A termékek, szolgáltatások minőségének a verseny szempontjából különösen nagy jelentőséget tulajdonít Schonberger és Knod (1991). A 2-3. ábra alapján megállapíthatjuk, hogy ha egy vállalat folyamatosan fejleszti a termelési folyamat minőségét, akkor egyre több hibátlan terméket tud előállítani, csökkentve ezzel a termelés költségeit, hiszen kevés selejt képződik, illetve nem kell sokat költenie javításra és minőség-ellenőrzésre. A minőség javulása emellett kedvezőbb versenyhelyzetbe hozza a vállalatot, melynek következtében egyrészt magasabb áron értékesíthet, másrészt növekszik a piaci részesedése. E két hatás a bevételek növekedésében teljesedik ki, ami a termelési költségek csökkenéséhez társulva profitnövekedést eredményez.



**2-3. ábra A minőségre alapozott verseny előnyei**

*Forrás: Schonberger és Knod (1991, 139. oldal) alapján saját szerkesztés*

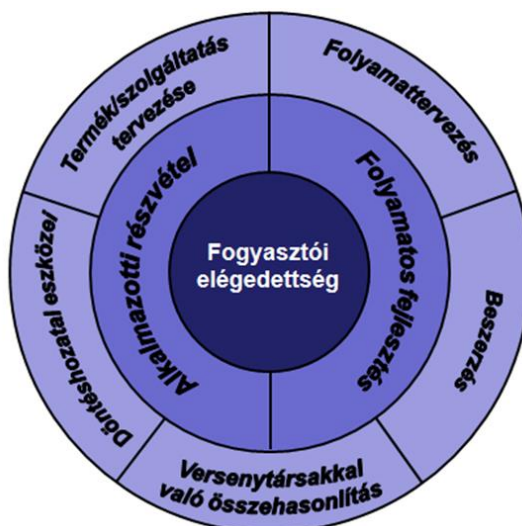
Ahogy arra a fentiekben már utaltunk, a *minőség* nehezen számszerűsíthető, nincs egy mindenki által elfogadott mérési módszer. Ennek háttérében leginkább az áll, hogy a minőséget több, jellemzően szubjektív módon megítélhető szempont szerint értékelhetjük, mely szempontok tartalma és jelentősége ráadásul termékenként, fogyasztói csoportonként, sőt egyénenként eltérő. A szakirodalom a jó minőségből eredő versenyelőnyök bemutatása mellett természetesen mérlegeli a minőség megteremtésével kapcsolatos költségeket is. A hibátlan termékek növekvő arányának van ugyan költségcsökkentő hatása, de kérdés, hogy ennek mértéke hogyan viszonyul a minőség folyamatos növelésének költségeihez. Feigenbaum (1956) a minőséghez kapcsolódó költségek alábbi csoportosítását javasolja:

- a hibák előfordulásának megelőzésére szánt költségek (*prevention costs*),
- a minőség-ellenőrzéssel kapcsolatos költségek (*appraisal costs*),
- a termelés során keletkező sérülések, hibák javítására fordított összeg (*internal failure costs*), amely értelemszerűen az eladás előtt felmerülő költségelem,
- az eladás utáni javítási költségek (*external failure costs*): a hibára akkor derül fény, amikor a termék már az ügyfélhez került, a fogyasztói elégedetlenség kiküszöbölése érdekében tesz intézkedéseket a vállalat; a profitra gyakorolt hatást nehézkes pontosan meghatározni, mivel a minőségi hiba következtében keresletet is veszíthet, melynek mértékét olyan – nehezen számszerűsíthető – tényezők is befolyásolhatják, mint például a fogyasztói csoport kultúrája.

## 2. Minőség, minőség-ellenőrzés és készletezés az ellátási láncban

Mivel szolgáltatások nyújtása esetén a fogyasztó részt vesz a teljes folyamatban, ezért annak teljes időtartama alatt észleli a minőséget. Éppen ezért a szolgáltató szektorban különös figyelmet kell fordítani a hibák kiküszöbölésére, illetve azok előfordulása esetén a gyors reagálási képesség kifejlesztésére. Hauck és Németh (2012) szerint ebben nagy szerepe van az alkalmazottnak, különösen az általuk mutatott érzelmi intelligenciának (EQ). Jelen munka leginkább a termelő cégek által gyártott termékekben megjelenő minőség tárgyalására koncentrálna, azonban kapcsolódó szolgáltatások nyújtása esetén nagy jelentősége lehet az előző megállapításnak.

Legyen szó akár termékről, akár szolgáltatásról, a minőségre irányuló fejlesztéseket úgy célszerű véghezvinni, hogy az ne hozza hátrányba a vállalatot a többi versenyprioritási tényező tekintetében. A teljeskörű minőségirányítás (Total Quality Management, TQM) a tökéletesítést úgy képes megoldani, hogy közben csökkenti is a termelési költségeket. A TQM filozófia lényegét foglalja össze a 2-4. ábra.



2-4. ábra A TQM kormánykerék

*Forrás:* Krajewski et al. (2013,180. oldal) alapján saját szerkesztés

A TQM koncepció középpontjában a fogyasztó áll, a vállalat célja a fogyasztói elégedettség lehető legmagasabb szintjének elérése. A termelésirányítás tehát nemcsak a termelési folyamat tökéletesítésére koncentrálna, hanem a marketing által tolmácsolt fogyasztói igényeket is szem előtt tartja. A Toyota ezt a hozzáállást azzal is tudja erősíteni, hogy minden egyes munkaállomás, illetve dolgozó belső fogyasztónak számít. Ha egy alkalmazott hibát észlel, akkor a jidoka elv értelmében azonnal nyilvánvalóvá kell tennie „fogyasztói elégedetlenségét”, hogy a hibát minél előbb ki lehessen javítani.



Amennyiben minden alkalmazott jó minőséget kap, illetve ad tovább, úgy a külső fogyasztóhoz is ilyen termék kerül.

A Toyota 14 vállalati irányítási alapelvét részletesen tárgyalja Liker (2004). Az elveket a következő négy csoportba sorolja: (1) hosszú távú szemlélet, (2) a megfelelő folyamat a megfelelő terméket eredményezi, (3) a humán tőke fejlesztése növeli a vállalat értékét, (4) a problémák gyökerének folyamatos megkeresése és megoldása szervezeti tanulást eredményez. Watanabe et al. (2007) a Toyota sikerének kulcsát két pillér segítségével foglalja össze, mely két pillér összhangban van a TQM kormánykerék második körvonalával. A fogyasztói elégedettség megteremtéséhez, a minőségi termék létrehozásához (1) a kaizen elven és (2) az emberségességen keresztül vezet az út. A kaizen a folyamatos fejlesztés, tökéletesítés fontosságát hirdeti. Az emberséges vezetés motiválja az alkalmazottakat saját ötleteik, észrevételeik megosztására. Mivel ők vannak legközelebb a termékhez, nekik kell megteremteni a jó minőséget a Toyota elveinek alkalmazása által.

A TQM a fogyasztói elégedettség elérésének célját kell, hogy szem előtt tartsa a termékek/szolgáltatások megtervezése során, a termelési/szolgáltatási folyamatot is ezen szemléletben tervezi meg, valamint ezen célnak megfelelő alvállalkozókat választ. A versenytársakkal való összehasonlításban is megjelenik a fogyasztói szempont, végső soron a vásárlók elégedettsége a teljes döntéshozatalt végigkíséri.

A minőségguruként számon tartott Deming (2000) eredetileg 14 pontban írja le a TQM megvalósításának módját. Heizer és Render (2010) mindezt hét fő kategóriában foglalja össze: (1) Folyamatos fejlesztés, azaz állandó tökéletesítés minden tekintetben, vonatkozik tehát a nyersanyagokra, a beszállítókra, az alkalmazottakra, a termelési eszközökre és minden folyamatra. (2) Hat szigma program, melynek célja a lehető legrövidebb idő alatt magas minőséget (99,99966%-ban hibamentes gyártást) és alacsony költségszintet kialakítani. (3) Mivel a szakirodalom szerint a minőségi problémák 85%-a a gépek meghibásodásából, illetve a nem megfelelő alapanyag-minőségből következik, ezért az alkalmazottak felhatalmazása minőségi javulást hozhat. (4) Benchmarking, azaz a folyamatok legjobb versenytársakkal való összehasonlítása. (5) A Just-in-Time filozófia követése elősegíti a minőségi, pazarló készletek nélküli termelést, átláthatóbbá teszi a folyamatot. Az alacsony készletszint emellett nem takarja el a termelés problémáit. (6) A Taguchi-koncepció a konzisztens minőség fontosságára hívja fel a figyelmet. Minőségvesztés-függvénnyel szemlélteti, mekkora veszteség éri a vállalatot, ha nem a

fogyasztó elvárásának megfelelő minőséget értékesít. (7) A TQM eszközök használata: *hibalista* készítése, melynek adatait *hisztogramokkal és oszlopdigramokkal* ábrázolhatjuk; *Pareto-diagramok*; *ok-okozati diagramok* és *halszálka-diagramok*. A legfontosabb eszközök pedig a következő szakaszban tárgyalt *folyamatellenőrzés statisztikai módszerei* (SPC, Statistical Process Control), melyek azt hivatottak megállapítani, hogy a folyamat során konzisztens termék, szolgáltatás jött-e létre.

### 2.3 A minőség ellenőrzése

Minden termék (szolgáltatás) termelési folyamat során jön létre, így annak minősége is az alatt alakul ki. A vevői minőségértelmezés jelentős mértékű szubjektumot tartalmaz, és a fogyasztói megítélés javításához elengedhetetlen a marketing funkció aktivitása. A technikai (gyártói) minőségértelmezés objektívebb elemzést tesz lehetővé, hiszen számszerűsíthető jellemzők alapján kell eldönteni, hogy a tényleges minőség megfelel-e az előírtaknak.

A TQM megközelítés alapján a gyártók igyekeznek folyamataikba beépíteni a minőséget. A termék előállításának teljes útja során törekszenek kiszűrni a hibákat, melyeket keletkezésükkor orvosolhat a vállalat. Ha javítás nem lehetséges, akkor pedig a felesleges további munkavégzéstől kíméli meg a gyártót a hiba feltárása. A rendszerben rejlő hibák feltárása érdekében akár munkaállomásonként is használhatják a folyamatellenőrzés statisztikai módszereit. Ha sikerül ilyen jellegű problémákat fellelni, azzal jelentős további meghibásodást előzhet meg a vállalat.

Minőség-ellenőrzésre nemcsak a folyamat közben, hanem annak végén és/vagy elején is szükség lehet. Előbbi oka lehet, hogy eladás előtt a vállalat meg szeretne bizonyosodni arról, hogy megfelelő minőségű terméket ad ki a kezéből. Utóbbi tipikus esete, ha a gyártó leellenőrzi, hogy megfelelő minőségű alapanyagot, alkatrészt fog-e felhasználni megmunkálási folyamataiban. Kiskereskedő is ellenőrizheti, hogy a beszállító termékei megfelelnek-e az elvárásainak, esetleg nem károsodtak-e a szállítás során.

### 2.3.1 A folyamat-ellenőrzés statisztikai módszerei

A folyamat-ellenőrzés statisztikai módszerei (statistical process control, SPC) a TQM fontos eszközei. Segítségükkel megállapítható, hogy adott folyamat során konzisztens minőségű termék (szolgáltatás) jött-e létre. Amennyiben a mért paraméterek nem felelnek meg az elérni kívántnak, úgy meg kell keresni azok okát. Az okok egy részét a rendszer jellegéből adódóan a vállalat nem tudja meghatározni, másik része ugyanakkor azonosítható, így feltárásuk és kiküszöbölésük javítja a folyamat minőségét. A módszerek lényegét Vörös (2010), valamint Slack et al. (2010) alapján foglaljuk össze.

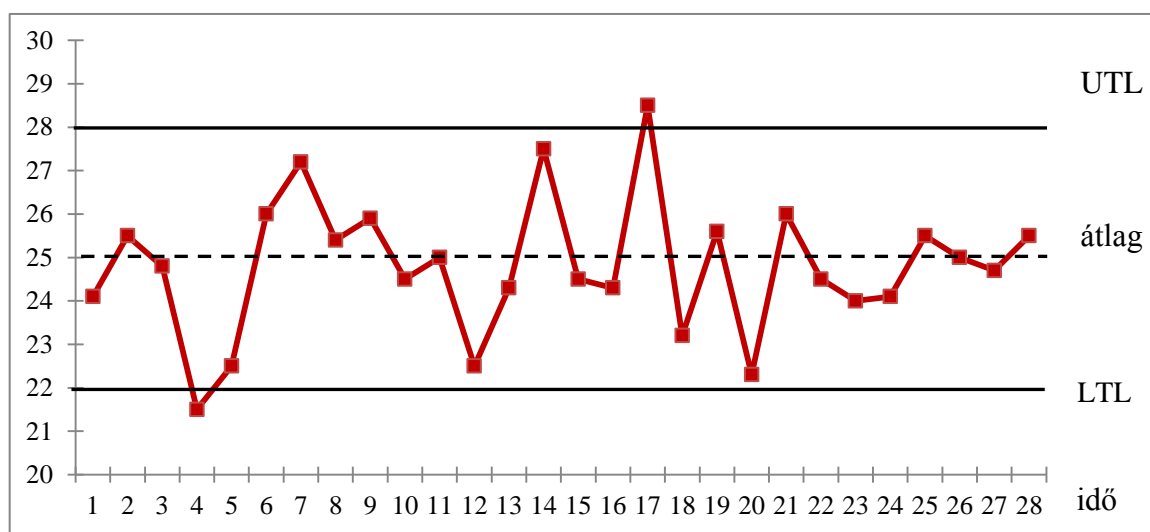
A folyamat természetes velejárójának tekintett hibákat a vállalat nem tudja befolyásolni, ezért ki kell alakítania egy tűréshatárt, melyen belüli értékeket elfogadhatónak tart. A folyamat ingadozása általában leírható egy olyan normális eloszlással, melyben a megfigyelések 99,74%-a a várható érték  $\pm 3$  szórási környezetében található. Amennyiben a vállalat el tudja fogadni, hogy 10.000 esetből átlagosan várhatóan 26 hiba forduljon elő, úgy az ellenőrző diagramjain az alsó ellenőrző limitet (LTL, lower tolerance limit) a várható értéknél 3 szórással alacsonyabb, a felső ellenőrző limitet (UTL, upper tolerance limit) a várható értéknél 3 szórással magasabb szintre kell helyeznie. Amennyiben a két szigma (szigma alatt a szórást értjük) szabályt alkalmazza a szervezet, úgy kisebb tűréshatáron belül, tehát hamarabb sürgöt beavatkozásra a minőség-ellenőrzés eredménye. A riasztás ez esetben nagyobb valószínűséggel felesleges, de komoly problémáktól kímélheti meg a vállalatot.

Számos vállalat soknak tartja a három ezreléknyi hibát, különösen azóta, hogy az 1980-as években a Motorola először alkalmazta a hat szigma (six sigma) koncepciót, amely szinte teljesen hibamentes gyártást tűz ki célul. Ennek lényege, hogy a folyamat természetesnek tartott  $\pm 3$  szórása fele legyen a tűrés intervallumnak, melyből következően egymillió esetből átlagosan várhatóan 3,4 hiba fordul elő. Ez természetesen csak akkor valósulhat meg, ha a folyamat szórása rendkívül kicsi.

Egy folyamat akkor számít irányítottnak, ha az általa előállított termék (szolgáltatás) paramétereinek eloszlása időben nem változik. Az ellenőrző diagramok leggyakrabban előforduló fajtái az „X”, az „R”, a „p” és a „c” diagramok, melyek szerkezete hasonló. A diagramok vízszintes tengelyén az időt, függőleges tengelyén pedig az ellenőrizni kívánt minőség tényezőt mérjük fel. Például a Scharffen Berger csokoládégyár finomítási folyamatának fontos követelménye, hogy a szemcsék mérete 25

## 2. Minőség, minőség-ellenőrzés és készletezés az ellátási láncban

mikron legyen (Snow et al., 2006). 4 héten keresztül minden nap több mintát véve a napi eredmények átlagát ábrázoljuk az ellenőrző diagramon (ld. 2-5. ábra). A tűréshatárok kialakításához 1 mikronnyi szórással és a három szigma szabállyal számoltunk. A felső ellenőrzési limit így 28, míg az alsó 22 lett. Mivel a 25 mikronnál alacsonyabb érték javítja a csokoládé lágyságát, ezért a 4. napi folyamatot érdemes elemezni, hiszen aznap rendkívül alacsony, 21,5 mikronos értéket mértünk. A 17. napon ugyanakkor túl magas lett a mikronsztint, a folyamat aznap tehát nem volt kontroll alatt.



**2-5. ábra Az ellenőrző diagramok tipikus szerkezete**

*Forrás: saját szerkesztés*

Minden folyamat változik, a statisztikai folyamat-ellenőrzésnek azt kell megállapítania, hogy ezeknek a változásoknak hol vannak az elfogadható, természetes határai, melyeken túl a folyamat már nincs kontroll alatt. Amennyiben a folyamat teljesítménye átlépi ezt a határt, úgy be kell avatkozni annak korrigálása érdekében.

Az X diagram segítségével megállapítható, hogy bekövetkezett-e változás az átlagos teljesítési időben. Az R diagram ugyanezt az alapsokaság szórására vonatkozóan ellenőrzi. A p diagramot akkor alkalmazzák, ha egyetlen hiba előfordulása sem elfogadható. A c diagram segítségével pedig azt követhetjük nyomon, hogy a termékegységenkénti hibák száma követ-e egy előre megkívánt eloszlást.

### 2.3.2 A termékek minőségének ellenőrzése

A folyamat-ellenőrzés statisztikai módszereit következetesen jól alkalmazva a minőség konformitása a folyamatból következik. Mégis szükség lehet egyes folyamatok inputjainak, illetve végtermékeinek minőség-ellenőrzésére. Hiba előfordulhat ugyanis az inputokat nyújtó beszállítóknál, az anyagmozgatás és/vagy a szállítás során, valamint a saját gyártási folyamatunk minőség-ellenőrzésében.

Mivel jellemzően sok termékről, illetve inputról kell eldönteni, hogy minősége megfelel-e az elvárásoknak, ezért az ellenőrzés általában mintavétel segítségével történik. A döntéshez előzetesen meg kell határozni az elfogadható minőségi szintet (acceptable quality level, AQL) és az elfogadható hibaarányt (lot tolerance percentage defective, LTPD), melyhez a mérés eredményeit viszonyítani lehet. Az AQL a sorozatban előforduló hibás termékek aránya, amit a vállalat hajlandó – jellemzően az esetek 5%-ában – elutasítani annak ellenére, hogy a sorozat valójában elfogadható lenne. Az LTPD a sorozatban előforduló hibás termékek aránya, amit a vállalat hajlandó tévedésből – jellemzően az esetek 10%-ában – elfogadni. Természetesen előfordulhat, hogy a minta nem jól reprezentálja a sorozat tulajdonságait, így az elfogadásos mintavételnek vannak kockázatai (ld. 2-2. táblázat).

**2-2. táblázat Az elfogadásos mintavétel kockázatai**

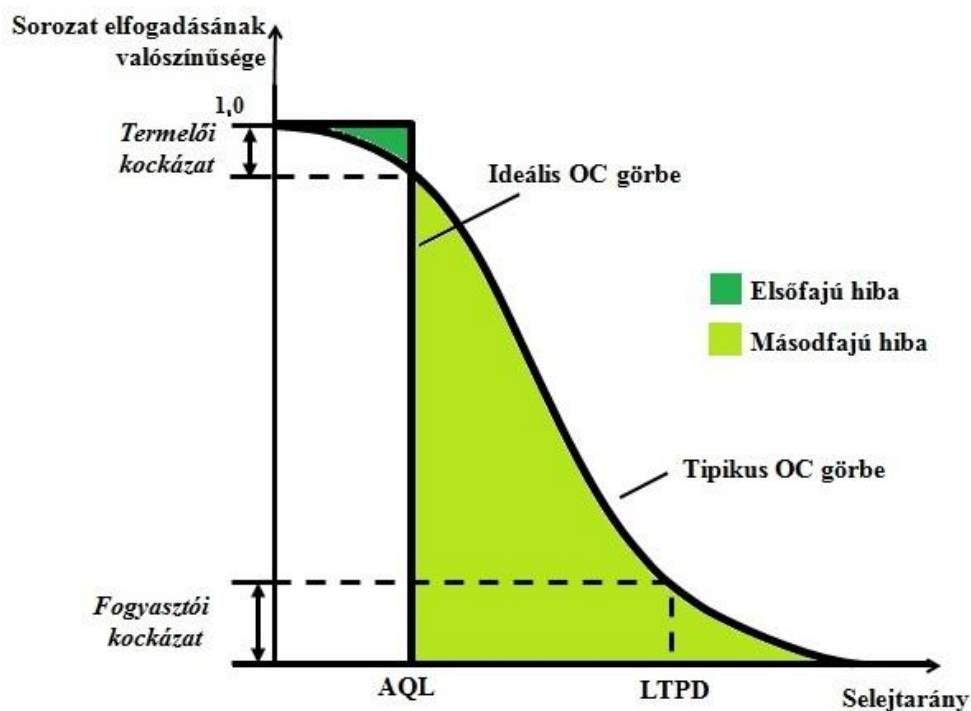
*Forrás: Stack et al. (2010), 533. oldal alapján saját szerkesztés*

Döntés	A sorozat minősége	
	elfogadható	nem elfogadható
A sorozat elutasítása	elsőfajú hiba	helyes döntés
A sorozat elfogadása	helyes döntés	másodfajú hiba

Amennyiben egy elfogadható minőségű sorozatot utasítunk el, akkor elsőfajú hibát követünk el. Ez a termelői kockázat, melynek szintjét általában 5%-ra szokták tenni. Másodfajú hibát pedig akkor vétünk, ha elfogadhatónak minősítünk egy olyan sorozatot, amelyben egyébként a tűréshatárnál magasabb a selejtarány. A fogyasztói kockázatra 10%-os valószínűségi szintet szokás meghatározni. (Slack et al., 2010)

A működési jelleggörbe (operating characteristic curve, OC görbe) ideális esetben a helyes döntést mutatja. Nulla ugyanis annak a valószínűsége, hogy egy sorozatot

elutasítana a vállalat, ha az AQL szintnél több hibás terméket tartalmazna. 100% annak a valószínűsége, hogy egy sorozatot elfogad, ha az a valóságban az AQL-nél kisebb arányban tartalmazna selejtet. A valóságban azonban számítanunk kell az első- és másodfajú hibák előfordulására. Az OC görbe valóságban előforduló tipikus alakját az ideális görbével hasonlítja össze a 2-6. ábra.



**2-6. ábra Az ideális és a tipikus OC görbe alakja**

*Forrás: Krajewski et al. (2013)*

Az elfogadásos mintavétel menete Krajewski et al. (2013) alapján a következő:

1. Véletlen mintát veszünk egy sorozatból, melynek minőségét megmérjük, majd az előre meghatározott elfogadható minőségi szinthez viszonyítjuk.
2. Amennyiben a minta minősége megfelel a követelményeknek (kevés selejtet tartalmazott), úgy az egész sorozatot elfogadjuk.
3. Amennyiben a minta minősége nem felel meg a követelményeknek, úgy
  - a. a teljes sorozatot átvizsgáljuk, és minden egyes hibás terméket megjavítunk vagy másikkal helyettesítünk;
  - b. a teljes sorozatot elutasítjuk (visszaküldjük a beszállítónak, vagy ha magunk gyártottuk, akkor megpróbáljuk feltárni a hiba okát).

A Dodge-Roming táblázatok adott kockázati szintekhez megmutatják, hogy mekkora méretű mintát kell vennünk, illetve mennyi abban az elfogadható hibaszám (Slack et al., 2010). A minta növelése természetesen csökkenti a kockázatokat, így a vállalatok dönthetnek eleve úgy, hogy minden egyes elemet a minta részének tekintenek, és a teljes sorozatot átvizsgálják.

### 2.4 A készletek szerepe az ellátási láncban

Készleteket minden vállalat tart, melynek mennyiségi aránya függ a tevékenység jellegétől és a készletgazdálkodási politikától egyaránt. Az ellátási láncokban keletkeznek készletek az egyes szereplők végtermékeiként, de termelési folyamataik inputja is készlet. A szereplők termelési folyamatain belül is halmozódhatnak fel kisebb-nagyobb mennyiségben, és az ezzel való helyes gazdálkodásnak is nagy hatása van a versenyképességre. A versenyprioritási tényezők mellett a túl- és az alulkészletezés problémájára is figyelni kell az ellátási láncban.

#### 2.4.1 A készletek definíciója és fajtái

Vörös (2010) definíciója alapján készlet minden tárolt anyag, vásárolt alkatrész, félkész termék, befejezetlen termelés vagy késztermék, áru. Krajewski et al. (2013) szerint olyan anyagok összessége, amelyek a fogyasztói igények kielégítésére szolgálnak, illetve a szolgáltatások vagy termékek előállítását támogatják. Számviteli csoportosítás szerint léteznek vásárolt, valamint saját előállítású készletek. Utóbbi leginkább termelő cégeknél fordul elő, amelyek természetesen alapanyagokat, alkatrészeket is kell, hogy raktározzanak. Kis- és nagykereskedőknél a vásárolt készletek dominálnak.

Az üzleti folyamatban betöltött funkciójukat tekintve Némon és szerzőtársai (2006) alapján öt csoportba oszthatjuk a készleteket. A *tervezett* (anticipált vagy felkészülési) készletek üzemszünetek, eladási csúcsidőszakok és promóciós akciók készletigényének kielégítését szolgálják. *Sorozatnagyság* (ciklus) készlet akkor keletkezik, ha a hatékony termelési ráta meghaladja a fogyasztási ütemet, ezért az egyszerre beszerzett és megtermelt mennyiség annál nagyobb méreteket ölt. *Fluktuációs* készleteket előre nem látható okok bekövetkezése, a kereslet és kínálat ingadozása miatt

különíthetünk el. *Szállítási* készletek azért keletkeznek, mert a magas szállítási költségek egyszerre nagyobb termékmennyiség szállítását követelik meg. A vállalat berendezéseire tartozó alkatrészek pótlására, cseréjére használatosak a *tartalékalkatrész*-készletek.

A készletek képzésének, keletkezésének oka, hogy a kereslet és a kínálat időben nem egyszerre merülnek fel. Ez nemcsak a kész-, hanem a félkész termékekre, alkatrészekre, nyersanyagokra is igaz, hiszen a gyártási és ellátási folyamatok állomásainak is értelmezhetjük belső keresletét és kínálatát. Heizer et al. (2010) szerint az anyagáramlási időnek csak mintegy 5 százalékában történik tényleges megmunkálás, a fennmaradó időben a termékek készlet formájában várakoznak. Bár alapvetően termékekkel foglalkozunk, megjegyzésként megemlíjtük, hogy a szolgáltatások terén a túlórákat, az állásidőt, valamint az ügyfelek megvárakoztatását értelmezhetjük készletezési költségként.

### 2.4.2 A készletek jelentősége a versenyképesség szempontjából

A fentiekkel összhangban, a készletek szerepét is a termelési versenyképességre ható tényezők (versenyprioritások) mentén mutatjuk be. Az *idő* szempontjából kézenfekvő előny, hogy a kereslet hirtelen felfutására gyorsabban tud reagálni a vállalat, ha vannak tartalékai a raktárban. Készlethiány esetén könnyen elpártolhatnak a vásárlók, akiknek a bizalmát nehéz lehet visszanyerni, legyen szó akár háztartásról, akár vállalatról. Amennyiben a taylorista-fordista szemléletnek megfelelően a folyamatokat készletekkel határoljuk el, úgy a félkész termékek, alkatrészek készletezésével üzemszüneteket kerülhetünk el. Felhasználásukkal függetleníteni lehet egymástól a termelési részlegeket, így szűk keresztmetszetek és üzemzavarok nem befolyásolják a többi állomás ciklusidejét.

A Toyota által bevezetett just-in-time rendszer azonban óva int a túlzott készletezéstől, hiszen amiatt nem, vagy nem időben derül fény termelési problémákra, ami pedig minőségi problémákat és többletköltségeket eredményezhet. Ha a termelési folyamat megfelelően összehangolt és jó az információáramlás, akkor a gyártás köztes termékeinek készletszintje nem kell, hogy olyan magas legyen, mint a készáruké. A belső kereslet önmagában ugyanis könnyebben előrejelezhető.

A raktározás egyben *flexibilitást* is nyújt mind a széleskörű, mind a nagy volumenű kínálat tekintetében. Meg kell jegyeznünk azonban, hogy a rugalmasság csak



abban az esetben realizálódhat a gyakorlatban, ha megfelelő készlet-nyilvántartási rendszer támogatja. Keresletet ugyanis az a készlet elégít ki, amelyik gyorsan megtalálható a raktárban. Romlandó termékek esetében a megfelelő körülmények között való tárolás mellett a szavatossági idő nyilvántartása is alapkövetelmény.

Az elavuló termékek gyártásának időzítése nemcsak az idő és a flexibilitás, hanem a készletezési *költségek* szempontjából is jelentős kérdés. Koltai (2009) egy naptárakat gyártó vállalat ütemezési problémáját mutatja be, ahol kiemelt cél a készletezési költségek minimalizálása. Megállapításai szerint a kamatszámítás módja és a kamatláb mértéke nem befolyásolja a feladatok elvégzésének optimális sorrendjét. Arra ugyanis a nyersanyagok költségei, valamint az egyes műveletek elvégzési ideje vannak hatással. Megjegyzi, hogy mindez nem jelenti azt, hogy a hitelfeltételek ne lennének hatással a készletezési költségek értékére.

Amennyiben a terméknek nincs elévülési ideje, úgy konszolidált gazdaságot feltételezve a készletezési költségek nagyságát az áru önköltségének átlagosan 20-40 százalékára becsülik (Vörös, 2010). Slack et al. (2010) szerint a raktározási költségek szerepe nyilvánvaló, de ezekbe nemcsak a raktárépület bérlése, fenntartása és az üzemeltetés, hanem a mozgatás, a biztosítás, a nyilvántartás és egyéb kapcsolódó költségelemek is beleértendők. A készletek továbbá tőkét kötnek le, így szűkítik a vállalat pénzügyi, beruházási mozgásterét. A JIT szerint minden készlet pazarlás, ezért kalkulációiban a 20-40-nél is magasabb százalékkal kell, hogy számoljon. A JIT által megkövetelt alacsony készlet szint akkor valósítható meg, ha a termelés kontroll alatt van és a felhasználandó nyersanyagok, félkész termékek magas minőségűek, kis szórással.

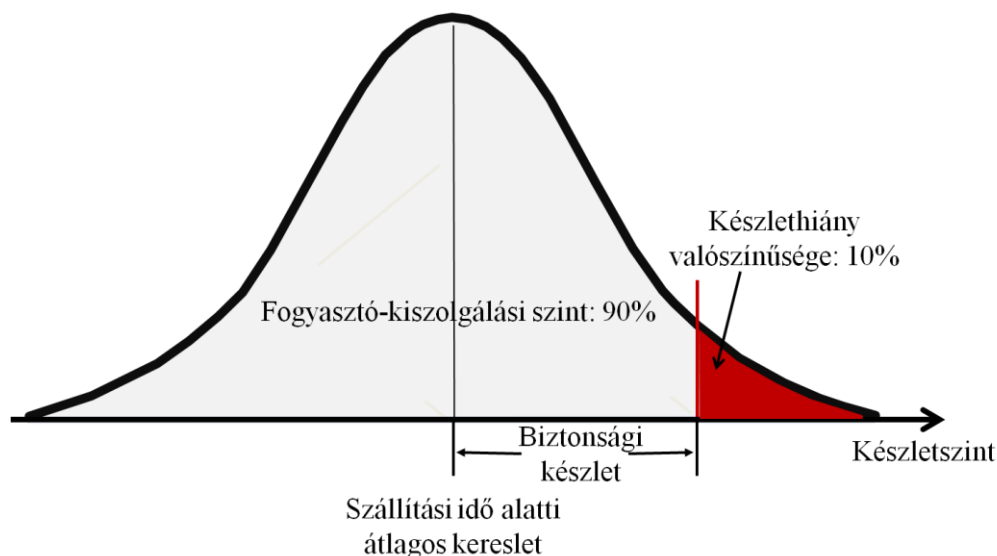
Készletezéssel abban az esetben takaríthatunk meg költségeket, ha a nagyobb volumenben történő rendelés miatt árengedményt kapunk a beszállítóinktól, illetve a nagyobb sorozatban történő gyártás alacsonyabb fajlagos költségeket eredményez. Nagyobb sorozat rendelése, illetve gyártása fajlagosan alacsonyabb rendelési, illetve átállási és szállítási költségeket eredményez. A magasabb készlet szint felhalmozása megnöveli a munkaerő és az eszközök kihasználtságát. A készletezés védhet továbbá az infláció ellen is. Mindezek persze akkor jelentenek valódi megtakarítást, ha a készletezés többletköltségei nem növekednek meg a megtakarítás szintjénél nagyobb mértékben.

A készlet-nyilvántartás alapegysége a készlet-nyilvántartási egység (stock-keeping unit, SKU). Az ABC-analízis ezeket három csoportba osztja aszerint, hogy milyen értéket képviselnek a vállalat számára. A Pareto-elv látszik érvényesülni, hiszen a készletek

értékének 80%-át a termékek 20%-a adja, ezek kerülnek az „A” besorolású osztályba. A „B” kategóriába a készletek azon 30%-a kerül, amelyek a készletérték 15%-át teszik ki. A fennmaradó 5%-ot a „C” osztály termékei adják, melyek a készletek mintegy 50%-át jelentik. Az „A” kategória kiemelt szerepet élvez, szintjüket gyakran ellenőrzik és magas előállítási költségeik miatt igyekeznek alacsony szinten tartani az éppen felhasználatlan mennyiségüket. A kategória beszállítóival is intenzívebb a kapcsolat. „C” kategóriából természetesen szélesebb a választék és nagyobb az átlagosan raktározott mennyiség. (Krajewski et al., 2013)

A következő időszakra készletezni célszerű mennyiséget a keresleti előrejelzések figyelembevételével teszik meg a vállalatok. Számolniuk kell az előrejelzések pontatlanságával, és mérlegelniük kell annak kockázatait, hogy túl sok vagy túl kevés készlet legyen a raktárban. Ezen bizonytalanság ellen nyújthat védelmet a biztonsági készletek képzése, ami természetesen többletköltségekkel jár, de elősegíti a marketing szempontból is nagy jelentőségű fogyasztó-kiszolgálási szint javítását.

Normális (szimmetrikus) eloszlást feltételezve, amennyiben a következő sorozat raktárba érkezésének idejére eső kereslet várható értékének megfelelő mennyiséget raktároz a vállalat, azzal 50%-os fogyasztó-kiszolgálási szintet ér el. A keresletet tehát csak 50%-os valószínűséggel fogja tudni kielégíteni. A szállítási idő alatti átlagos kereslet szintjéhez biztonsági készletet számolva olyan rendelési ponthoz jutunk, amely megnöveli a kereslet kielégítésének valószínűségét. Ez a pont a várható értékhez képest  $z\sigma$  egységnyire van (ennyi a biztonsági készlet), ahol  $z$  a standard normális eloszlás kívánt kiszolgálási szinthez tartozó  $z$ -értéke,  $\sigma$  pedig a kereslet szállítási időre eső szórása. A 2-7. ábra feltüntetett 90%-os szint tehát úgy érhető el, ha a várható értéknek megfelelő készletszint mellett a kereslet szállítási idő alatti szórásának 1,285-szeresét kitevő biztonsági készletet képezünk.



**2-7. ábra A biztonsági készlet szerepe a fogyasztó-kiszolgálási szint elérésében**

Forrás: Krajewski et al. (2013) alapján saját szerkesztés

Chopra és Sodhi (2004) az ellátási láncok kockázatkezelésének tárgyalásakor külön kitérnek a készletezés szerepére. Szerintük készletek képzésével jelentősen csökkenthető a leszállítási csúszások kockázata, és kisebb mértékben ugyan, de szintén csökken a nehezen előrejelezhető zavarok, a kapacitás- és beszerzési problémák kockázata. Utóbbiak az alacsony input következtében akár a rendszer leállításához is vezethetnek. Magas készletfelhalmozás esetén ugyanakkor jelentős mértékben megnő a készletezési kockázat, melynek mértéke függ a készlet értékétől, az elavulási időtől, valamint a keresletre és a kínálatra vonatkozó bizonytalanságtól.

Inkább alacsony készletszint mellett szól a *minőség* tényező, melyen a készletezés jellemzően rontani, mintsem javítani tud. Minél több időt tölt ugyanis a késztermék a raktárban, annál nagyobb esély van rá, hogy veszít értékéből: elavul (pl. műszaki cikk), megromlik (pl. élelmiszer), károsodik, megsemmisül vagy eltűnik. Mérlegelni kell ugyanakkor azt a kockázatot is, hogy az emiatt alacsonyan tartott készletszint kevésnek bizonyulhat a kereslet hirtelen megugrása esetén. Ha a vállalat túlórával próbálja elkerülni a hiányt, az egyrészt többletköltséget jelent, másrészt fokozott figyelmet kell fordítania a minőség-ellenőrzésre. A meghosszabbított munkaidő csökkenti a termelési hatékonyságot, és nemcsak az előállítási folyamat, hanem az átvizsgálás során is nagyobb valószínűséggel fordulhatnak elő hibák. A hiány kiküszöbölése történhet outsourcing segítségével. Az ezzel kapcsolatos helyes döntés meghozatalában kiemelt szerepet tulajdonít a minőségnek Hauck (2014a).

### 2.4.3 Az újságáros probléma és az ostorcsapás-hatás

Az operációkutatás klasszikus témaköre az újságáros probléma, melyet a biztonsági készlet tárgyalásakor némileg érintettünk. A feladat szerint egy újságárosnak naponta el kell döntenie, hogy mennyi újságot rendeljen. Ha túl sokat rendel, úgy felesleges készlete marad, hiszen másnap már nem tudja eladni a napilapokat. Ha pedig túl keveset, úgy nem tudja kielégíteni a fogyasztói igényeket, így bevételtől esik el, ráadásul az elégedetlen fogyasztók másik újságárust választhatnak a jövőben. Utóbbi miatt a modellek általában azzal a feltételezéssel élnek, hogy a hiányból eredő fajlagos veszteségek (jelölje  $b$ ) meghaladják a (túl)készletezés fajlagos költségét (jelölje  $h$ ). Winston (2003) alapján diszkrét eloszlás esetén határelemzéssel, folytonos eloszlás esetén pedig integrálással határozható meg az optimális rendelési mennyiség, ami a várható költségeket minimalizálja. Be lehet bizonyítani, hogy az optimális fogyasztó-kiszolgálási szint az  $OFK = b/(b + h)$  képlettel kiszámítható (Vörös, 2010), ahol  $b$  a hátralék,  $h$  a készlettartás fajlagos költsége. Ha valóban teljesül, hogy  $b > h$ , akkor ez a szint meghaladja az 50%-ot.

Az újságáros probléma ellátási láncában a fogyasztók, az újságáros és a kiadó vesznek részt. A kiadó megrendelésre gyárt, így kapacitásait az újságáros keresletéhez tudja igazítani, sem a túlkészletezés, sem a hiány kockázata nem fenyegeti. A fentiekben láttuk azonban, hogy az ellátási láncoknak általában ennél több szereplője van, így tulajdonképpen mindannyiuknál felmerül az újságáros probléma. Minden egyes szereplő a láncban előtte álló keresletét elégíti ki, így ezt kell minél pontosabban előrejeleznie. A többi szereplő keresletét azonban a fogyasztók kereslete határozza meg, így a láncban elől álló kiskereskedők lehetnek a legpontosabbak a készletgazdálkodásban, mivel ők vannak legközelebb a fogyasztói információkhoz. A nagykereskedők a kiskereskedők keresletéből tudnak következtetéseket levonni, ez az információ azonban torz, mivel ez a kereslet már becslésen alapszik. Ahogy haladunk tovább a láncban, egyre torzul az információ. A lánc végén álló termelők már jóval nagyobb hiba mellett tudnak előrejelezni, és ennek megfelelően gyártanak. Amennyiben a termelő túl sok készletet tart, az a lánc készletezési költségein keresztül akár az árakat is megnövelheti. Ha alulkészletez, akkor pedig csökken a fogyasztó-kiszolgálási szint, hiszen a többi szereplő hiába becsüli jól a keresletet, ha beszállítója nem tud megfelelő mennyiségű kínálattal szolgálni. A jelenséget jól

szimulálja az MIT Sloan School of Management által kidolgozott Beer Game nevű tapasztalati tanulás játék.

A kereslet előrejelzésének pontatlanságai a fogyasztóktól távolodva általában nőnek, a lánc fogyasztókhöz közeli részének bizonytalansága az anyagáramlás forrásai felé haladva felnagyítódnak. A szakirodalom ostorcsapás-hatásnak nevezi azt a jelenséget, amikor az ellátási láncban a fogyasztóktól távolodva a kereslet, ennek megfelelően pedig a készletszint kilengései egyre nagyobbak. Annak érdekében, hogy ez a hatás minél kisebb legyen, érdemes a lánc szereplőinek szorosan együttműködniük, így igazodhat a lánc összessége a legpontosabban a fogyasztói és a többi szereplő közötti kereslethez.

Az információk megosztása érdekében az amerikai Wal-Mart áruházlánc vezette be először az RFID (rádiófrekvenciás azonosító) rendszert. Ennek lényege, hogy az árura azonosító címkét helyeznek, melynek segítségével nyomon tudják követni, hol van a termék. Ezzel nemcsak az eladásösztönzés hatékonysága figyelhető meg jobban, de csökkennek a készlethiányból és –többletből eredő veszteségek. Emellett szól az is, hogy az Egyesült Államokban a hiányzó készletek 25%-a valójában nem hiányzik, csak a termékek sokszor rossz helyre kerülnek a vevőtérben vagy a raktárban. A rendszer bevezetésekor az RFID-vel ellátott Wal-Mart áruházak készlethiánya nettó 16%-kal csökkent. (Johnson, 2006)

Az ellátási lánc koordinálásának szükségességét jól illusztrálja az olasz Barilla tésztagyár esettanulmánya is (Hammond, 2006, valamint Hammond, 2008). A kereslet fluktuációjának vizsgálata során kiderült, hogy a vállalat nagyrészt maga generálta azt, árazási és promóciós politikáján keresztül. A döntéseket az ellátási lánc szereplői külön, egymástól függetlenül hozták. A probléma megoldása érdekében a Barilla bevezette a JIT elosztás (Just-in-Time Distribution, JITD) rendszerét, melynek értelmében a forgalmazók megrendeléseit figyelmen kívül hagyva, saját logisztikai egységével határozza meg azokat a szállítási mennyiségeket, melyek szerinte a leghatékonyabban elégítik ki a fogyasztói igényeket, és jobban elosztja a terheket az ellátási láncon belül. A JITD segítségével csökkenteni tudja a kereslet ingadozását, mivel a termelést jobban összehangba hozza a valós piaci igényekkel.

A piaci igények és az ellátás összhangját a Wal-Mart a „minden nap alacsony ár” (everyday low prices, EDLP) stratégiája segítségével valósítja meg. Ez azt jelenti, hogy változatlan áron, nem pedig időszakos akciók mellett kínálja termékeit. Ha az árak gyakran váltakoznak, az magas raktárkészletet igényel. Az EDLP azonban kisimítja a

## 2. Minőség, minőség-ellenőrzés és készletezés az ellátási láncban

---

keresleti függvényt, csökkentve ezzel a bizonytalanságot, ezen keresztül pedig az ostorcsapás-hatást. Az EDLP-nek köszönhetően a Wal-Martnak nincs szüksége olyan gyakori reklámozásra, mint versenytársainak, az így megtakarított pénzt pedig árleszállításra tudja fordítani. Az eladott mennyiség további növelése érdekében a Wal-Mart beszerzői a beszállítókkal együtt dolgoznak az árak leszorításán, melyet a beszállítók finanszíroznak forgalmuk növelése érdekében. (Johnson, 2006)

## 3 Készletgazdálkodási modellek

### 3.1 A készletgazdálkodási modellek szakirodalmi áttekintése

A készletgazdálkodási modellek közös célja, hogy megtalálják az optimumot a túl- és az alulkészletezés kockázataival mellett, azaz a lehető legmagasabb fogyasztói elégedettséget érik el a lehető legalacsonyabb költség mellett. A fogyasztói elégedettség eléréséhez jelen modelljeinkben a termelési funkció feladata a jó minőségű és megfelelő mennyiségű kínálat megteremtése.

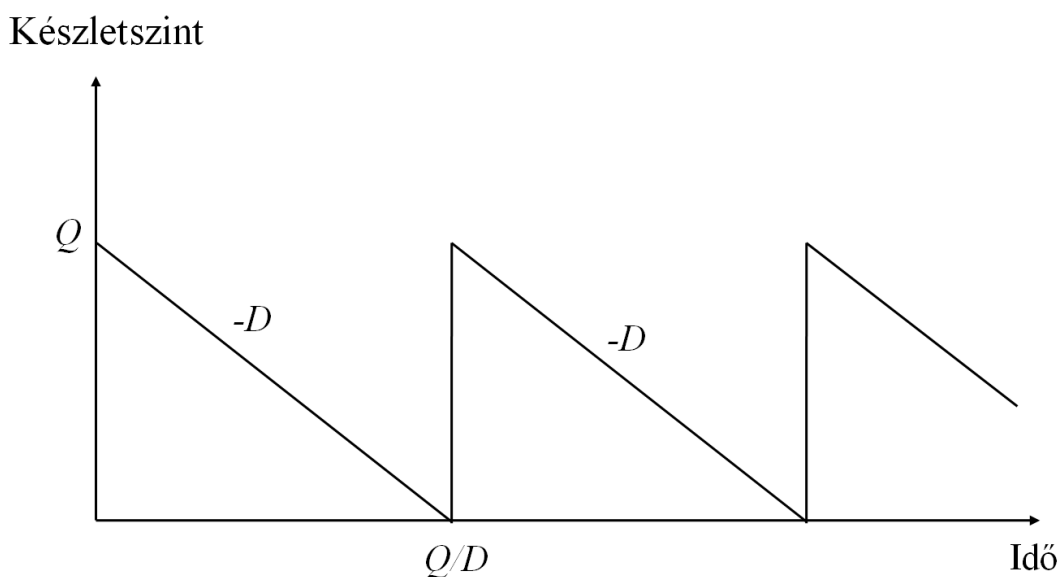
#### 3.1.1 A két alapmodell

##### Az Economic Order Quantity (EOQ) modell

A készletgazdálkodás alapmodellje nemrég ünnepelte századik születésnapját. Harris (1913a és 1913b) alap gondolatának lényege, hogy a sorozatkezdési (rendelési vagy átállási) és készletezési költségek, valamint a kereslet ismeretében határozzuk meg a gazdaságos sorozatnagyságot. Annál több terméket érdemes egyszerre legyártani, illetve rendelni, minél drágább a rendelés, magasabb a kereslet és olcsóbb a készlettartás. A modell optimális készletezési politikát határoz meg, nem veszi figyelembe a gyártáshoz, elosztáshoz, szállításhoz kapcsolódó költségeket, ahogy az árbevételt sem.

Harris (1913a és 1913b) Economic Order Quantity (EOQ) modellje értelmezhető kereskedőkre és termelő cégekre egyaránt. Legegyszerűbb változata a 3-1. ábra készletalakulási diagramjából indul ki. A gyakran fűrészfoghoz hasonlított modell készletezési ciklusokra osztja a tervezési időintervallumot. Minden ciklus elején egy  $Q$  mennyiségű termékből álló sorozat érkezik a raktárba. Ezek lehetnek késztermékek, félkész termékek, de akár nyersanyagok is. A beérkezett mennyiséget feltételezéseink szerint egyenletes kereslet emészt fel. A következő egy év keresletét  $D$ -vel jelölve egy sorozat  $Q/D$  idő alatt fogy el, ennyi tehát egy periódus hossza. A vizsgált

időintervallumban előforduló ciklusok száma ennek reciproka, vagyis  $D/Q$ . Minden készletezési periódus elején  $s$  sorozatkezdési költség merül fel, amely kereskedő esetén a rendelésfeladás, gyártó esetén az átállítás költsége. Ez a költség fix, és független a sorozatnagyságtól. Az alapmodellben feltételezzük, hogy az átfutási idő nulla, tehát amikor elfogy a raktárkészlet, úgy azonnal be tud érkezni egy új sorozat. Erre azért is szükség van, mert hiány nem megengedett.



**3-1. ábra Az EOQ alapmodell készletalakulási diagramja**

*Forrás: Harris (1913a, 1913b) alapján saját szerkesztés*

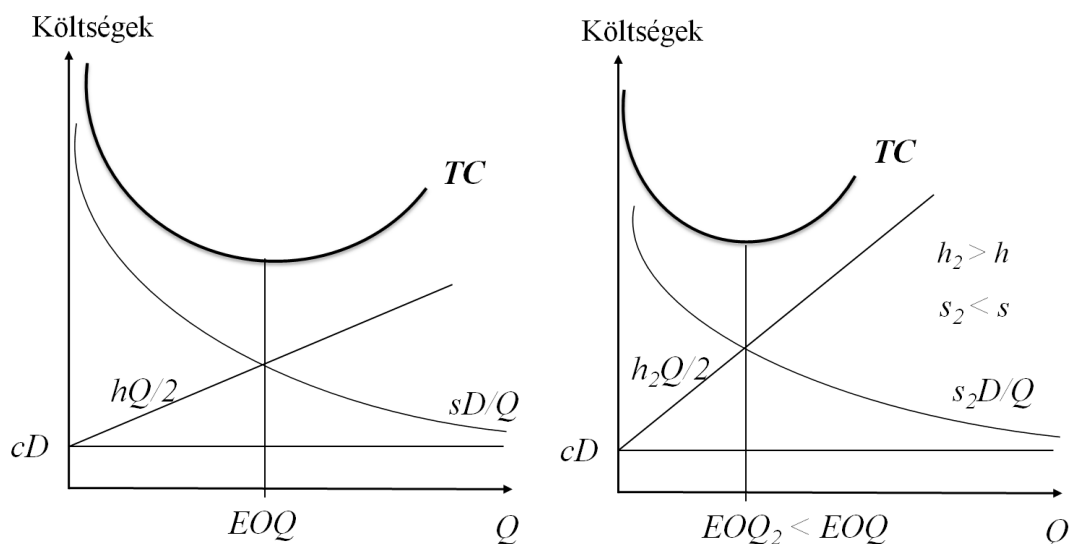
A fentiek alapján egy év alatt  $sD/Q$  sorozatkezdési költség merül fel, melyhez hozzáadódnak még a készlettartási és a termékkel kapcsolatos költségek. A fajlagos készlettartási költség ( $h$ ) állandó, és mivel a kereslet is állandó, eloszlása pedig egyenletes, ezért  $Q/2$  átlagos készlet szint után merül fel. Gyártás esetén a  $c$  előállítási költség a keresletnek megfelelő mennyiségben merül fel, amely kereskedő esetén a beszerzési árat jelenti. Az összköltség függvény tehát:

$$TC^{EOQ}(Q) = sD/Q + hQ/2 + cD \quad (3.1)$$

Mivel a döntéshozó számára adott a kereslet, valamint a sorozatkezdési, a fajlagos készlettartási és a termékkel kapcsolatos költségek, ezért a sorozatnagyság az egyetlen döntési változó. A cél az összköltség minimalizálása, melyhez a gazdaságos sorozatnagyságot a  $Q = \sqrt{2sD/h}$  Wilson-formulával (Wilson, 1934) határozhatjuk meg.



Erre a formulára lesz ugyanis nulla az első derivált, a második derivált pedig pozitív. Az összköltség függvény szerkezetét a 3-2. ábra bal oldala mutatja be.



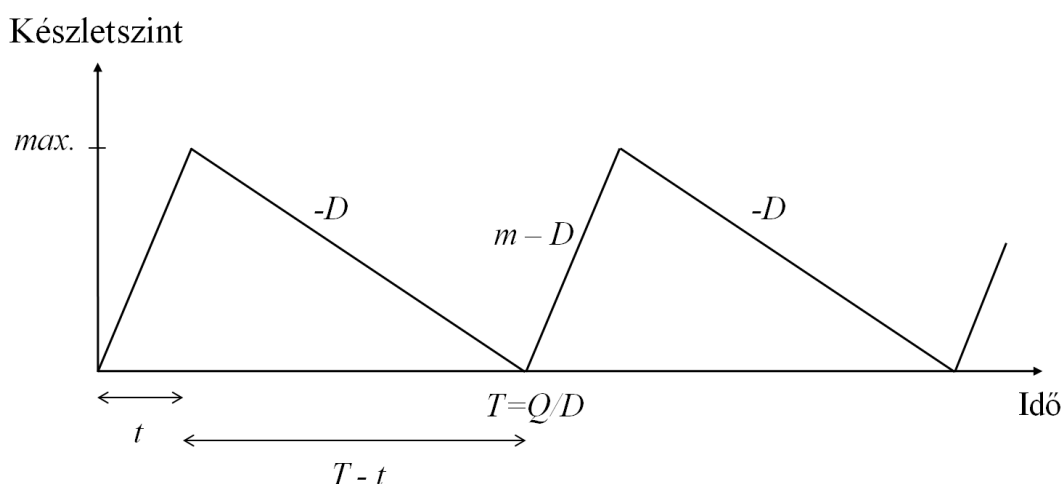
**3-2. ábra Az összköltség függvény szerkezetének szerepe a sorozatnagyság változtatásában**

*Forrás: saját szerkesztés*

A 3-2. ábra jobb oldala azt mutatja meg, hogyan lehet alacsonyabb gazdaságos sorozatnagyságot elérni. Erre azért keressük a választ, mert a kiváló minőség előállításáról is híres Toyota Termelési Rendszerben a kívánatos sorozatnagyság egységnyi. A Wilson-formula alapján egyik megoldás lehetne a kereslet csökkentése, ez azonban nyilván nem célja a vállalatnak. A sorozatkezdési költség csökkentése azonban célja, és ebben a Toyota rendkívüli eredményeket ér el. A folyamatos fejlesztésnek köszönhetően ugyanis órákról másodpercekre tudja csökkenteni az átállási időket. Ezzel radikálisan csökkenthető  $s$ , aminek köszönhetően a sorozatkezdési költségeket mutató görbe az origóhoz közelebb tolódik (ld. 3-2. ábra), így korábban metszi a készletezési költség egyenesét, vagyis csökken a gazdaságos sorozatnagyság. A Wilson-formula nevezőjében álló  $h$  fajlagos készlettartási költséget emellett a Toyota magasabbnak tekinti, mint a vállalkozások általában. A TTR filozófia szerint ugyanis minden készlet pazarlás. A készlettartási költségek lineáris egyenese ennek megfelelően sokkal meredekebb a 3-2. ábra jobb oldalán, tovább csökkentve ezzel a gazdaságos sorozatnagyságot.

### Az Economic Production Quantity (EPQ) modell

A fenti EOQ problémát gondolta tovább Taft (1918a és 1918b), feltételezve, hogy a termékek nem a készletezési periódus elején, egyszerre, hanem folyamatosan érkeznek a raktárba. Ezt értelmezhetjük úgy is, hogy a termelési ráta véges. A modell neve Economic Production Quantity-re változott, mivel leginkább termelő cégekre értelmezhető. A kereslet itt is állandó és egyenletes, hiány továbbra sem megengedett. A termelési rátát  $m$ -mel jelöljük, melynek meg kell haladnia a  $D$  keresletet, hogy időegységenként  $(m - D)$  termék érkezhessen a raktárba. Miután a készletszint elérte a maximumát, a termelés leáll, és akkor indul be újra, amikor a kereslet teljesen felemészti ezt a készletszintet (ld. 3-3. ábra).



**3-3. ábra Az EPQ alapmodell készletalakulási diagramja**

*Forrás: Taft (1918a, 1918b) alapján saját szerkesztés*

Az összköltség kiszámításához meg kell határoznunk a sorozatkezdéssel, a készlettartással és a termék előállításával kapcsolatos költségeket. Utóbbi változatlanul az előállítás fajlagos költségének és a keresletnek a szorzata, azaz  $cD$ . Sorozatkezdési (átállási) költség minden ciklus elején merül fel. Egy ciklus addig tart, ameddig a  $Q$  mennyiségű megtermelt sorozat el nem fogy, azaz  $Q/D$  ideig, így az év ismét  $D/Q$  periódusból áll, változatlanul  $sD/Q$  költséget előidézve.

Az EOQ modellhez képest különbség tehát a készleten tartott mennyiségben van, melynek fajlagos költsége most nem a sorozatnagyság, hanem a maximális készletszint

fele után merül fel, ennyi ugyanis az átlagosan készletezett mennyiség. A maximális készletszint meghatározásához arányba kell állítanunk egymással a cikluson belül azt a szakaszt, amikor történik termelés, illetve amikor a termelés szünetel. A 3-3. ábra jelöléseit alkalmazva  $t$  ideig termel a vállalat, így a készletalakulás  $(m - D)$  pozitív meredeksége miatt  $t(m - D)$  maximális szintet éri el ebben az időpontban. A következő  $(T - t)$  ideig  $D$  meredekséggel csökken nulláig, vagyis az így elfogyasztott mennyiség  $(T - t)D$ , melynek meg kell egyeznie a  $t(m - D)$  maximális készletszinttel. Egyenlővé téve a két kifejezést, valamint felhasználva, hogy  $T = Q/D$ , azt kapjuk, hogy  $t = Q/m$  idő alatt készül el egy sorozat, és mivel addig  $(m - D)$  meredekséggel kerültek a termékek a raktárba, ezért a maximális készletszint  $(m - D) Q/m$ .

Az összköltség függvény tehát:

$$TC^{EPQ}(Q) = sD/Q + h(m - D)Q/2m + cD, \quad (3.2)$$

amely a  $Q^{EPQ} = \sqrt{2sD/h} \cdot \sqrt{m/(m - D)}$  sorozatnagyság mellett veszi fel minimumát. A Wilson-formulát a  $\sqrt{m/(m - D)}$  módosító faktor növeli, mivel az nagyobb egynél. A gazdaságos sorozatnagyság annál közelebb kerül az EOQ modell eredményéhez, minél magasabb a termelési ráta. A módosító faktor úgy tudja elérni az elméleti egyes szintet, ha a termelési ráta végtelen.

Megjegyezzük, hogy az EOQ és EPQ modellekben előforduló költségelemek mérése a gyakorlatban jelentős kihívás elé állítja a vállalatot. A fajlagos készlettartási költségek kiszámítására is léteznek különböző eredményt adó módszerek, de sokkal problémásabb a sorozatkezdési (rendelési) költségek kalkulálása.

### 3.1.2 Kiterjesztési irányzatok

A két bemutatott készletgazdálkodási alapmodellnek számos kiterjesztési irányt jegyzi a szakirodalom. Az ezeket elindító alap gondolatok épülhetnek a korábbi modellekben konkrétan megfogalmazott vagy kimondatlan feltevésekre. Andriolo et al. (2014) a modellek fejlődésének tizenöt mérföldkövét definiálja, melyeket a 3-1. táblázat listáz. A két alapmodell publikálását követően negyven-negyvenöt év múlva történt meg az első komolyabb áttörés, ekkor jelent meg ugyanis Wagner és Whitin (1958) dinamikus készletgazdálkodási modellje. Az optimalizálás célja itt is a sorozatkezdési és készlettartási

költségek minimalizálása volt, de a termék *kereslete* nem konstans, hanem *időben változó*. A készletezési politika kialakítása tehát keresleti előrejelzésre alapszik.

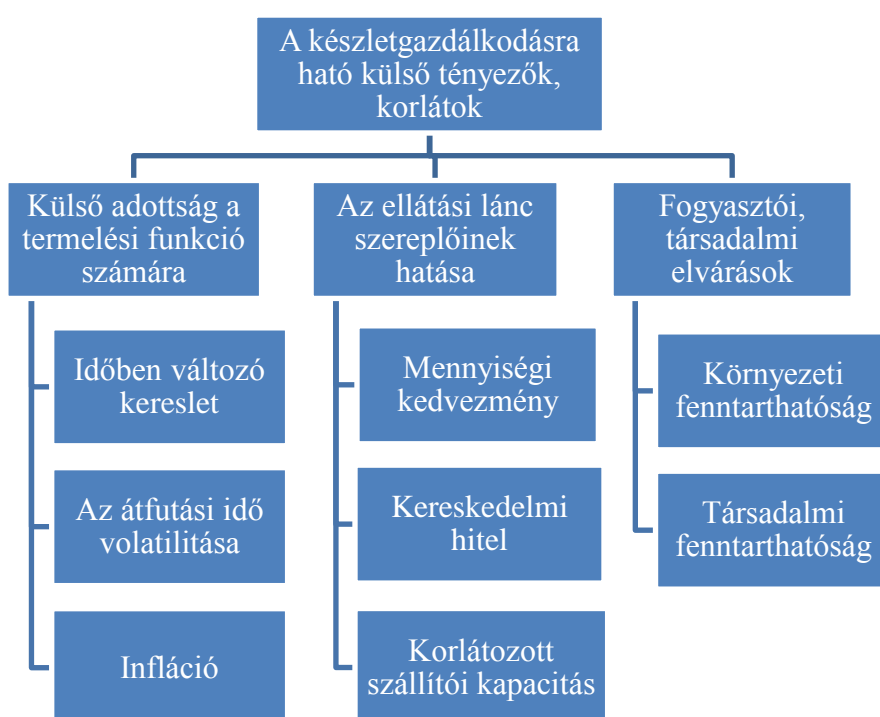
**3-1. táblázat A készletgazdálkodási modellek fejlődési íve**

Forrás: Andriolo et al. (2014) alapján saját szerkesztés

A szakirodalmi újdonság tartalma	Első publikáció megjelenése	Általános érvényű, szemléletbeli jelentősége a készletgazdálkodásban
EOQ alapmodell	1913	A készletgazdálkodás egyszerű matematikai modellezése
EPQ modell	1918	
Időben változó kereslet	1958	Piaci változások és dinamika
Romlandó termékek	1963	
Mennyiségi kedvezmény	1963	
Infláció	1975	
Változó átfutási idő	1979	A termelésre vonatkozó korlátok, változók
Kereskedelmi hitel	1985	
Folyamatingadozás	1986	
Hiány és hátralék	1987	
Javítás és újrahasznosítás	1996	
Korlátozott szállítói kapacitás	1999	A beszerzésre vonatkozó korlátok, változók
Hibás termékek	2000	
Környezeti fenntarthatóság	2011	Fenntarthatóság
Társadalmi fenntarthatóság	2012	

Az eredeti EOQ modellhez képest az EPQ tulajdonképpen már utal rá, hogy a termékek nem a sorozatkezdés pillanatában készülnek el. Az *átfutási időt* az elsők között vette figyelembe Hadley és Whitin (1963), Gross és Soriano (1969), valamint Vinson (1972). Ezeknek és a hasonló modelleknek közös alapja, hogy az egyes sorozatok bizonyos leszállítási idő után, nem pedig az igény jelzésének pillanatában érkeznek meg a raktárba, legyen szó akár termelő, akár kereskedő vállalatról. A leszállítási idő mértékének birtokában meghatározzák, mikor kell rendelést feladni ahhoz, hogy a sorozat akkor érkezzen be, amikor éppen lenullázódik a készlet szint. A rendelési pont annál a készlet szintnél van, amennyi éppen a leszállítási időre eső kereslet mértéke.

A modellek nagy része általában nem áll meg ennél az újításnál, hanem a magyar modellnek (Ziermann, 1964 és Prékopa, 1965) megfelelően számolnak mind az átfutási idő (elsőként Liberatore, 1979), mind a kereslet várható értékével és szórásával. A leszállítási időre eső kereslethez képest ezért biztonsági készletet adnak, és ezen összegnek megfelelő készletszinten állapítják meg a rendelési pontot. Ahogy azt a 2.4.2. szakaszban tárgyaltuk és a 2-7. ábra segítségével bemutattuk, biztonsági készlet képzésével a vállalat a fogyasztó-kiszolgálási szintet tudja növelni, csökkentve ezzel a készlethiány előfordulásának valószínűségét.



**3-4. ábra A készletgazdálkodásra ható külső tényezőkből, korlátokból kiinduló kiterjesztési irányzatok**

*Forrás: saját szerkesztés*

A kereslet, valamint az átfutási idő ingadozásaira a készletgazdálkodási politikát kialakító termelési funkciónak nincsen közvetlenül befolyása. A keresletre leginkább a marketing funkció tud hatással lenni. Az átfutási időt a vállalat alkuereje, saját előállítás esetén innovációs képessége csökkentheti, bizonyos mértékű volatilitás jelenléte azonban természetes. Ezek mellett egyértelműen adottság a vállalat számára az *infláció* mértéke (ld. 3-4. ábra). Az árszínvonal általános növekedése, így a vásárlóerő csökkenése nem maradhat ki a vállalatok ár- és költségkalkulációiból, ennek megfelelően jelentős hatással

van a készletgazdálkodásra is. Elsőként Buzacott (1975) vizsgálta meg, hogy különböző árazási módszerek mellett hogyan befolyásolja a pénz értékének időbeli romlása a készletezési politikát. Az első sztochasztikus modell a témakörben Horowitz (2000) nevéhez fűződik.

A 3-4. ábra a modellek kiterjesztési irányzatainak azon részét rendszerezi, melyek alap gondolata külső tényezők, korlátok megfigyeléséből ered. A kereslet és az átfutási idő volatilitása, valamint az infláció külső adottságnak tekinthető. Ugyancsak a vállalaton kívülről erednek az ellátási lánc szereplőinek hatásai, melyek előfordulását további három fő csoportba soroltam, ezek a mennyiségi kedvezmény, a kereskedelmi hitel, valamint a korlátozott szállítói kapacitás jelenségét figyelembe vevő modellek.

Az alapmodellekben feltételeztük, hogy a vállalat rögzített beszerzési áron jut hozzá készleteihez. Eladásösztönzés céljából az ellátási lánc szereplői gyakran ajánlanak fel *mennyiségi kedvezményt*, ami azt jelenti, hogy a sorozatnagyság ( $Q$ ) növelésével a termék ára, vagyis a (3.1), ill. (3.2) egyenletek  $c$  paramétere csökkenhet. Ez a kedvezmény különböző mennyiségi intervallumokra értendő. Mivel a fajlagos készletezési költségeket általában az áru önköltségének százalékában szokták meghatározni, ezért a  $c$  paraméter csökkenése  $h$  paraméter csökkenését is maga után vonja. Az EOQ alapmodell összköltség függvénye a következőképpen módosul tehát:

$$TC_d^{EOQ}(Q) = sD/Q + h_i Q/2 + c_i D \quad (3.3)$$

A minimális összköltség kiszámításának módját kutatva Hadley és Whitin (1963) arra a megállapításra jutottak, hogy a gazdaságos sorozatnagyság megszokott módon történő kiszámítását követően az annál magasabb mennyiségekre vonatkozó ártörési pontok összköltségét kell összevetni az addig kapott összköltségekkel. Ennek az az oka, hogy a magasabb mennyiségi intervallumba lépve  $Q$  növekedése miatt a sorozatkezdés,  $c_i$  csökkenése miatt pedig a termékhez jutás költségei csökkennek, melyhez a  $h_i Q/2$  készletezési költséget hozzáadva nem egyértelmű az összköltség változásának iránya. A  $h_i Q$  szorzat tagjai ugyanis eltérő irányban mozognak.

Benton és Park (1996) irodalomrendszerező tanulmányukban két fő csoportra osztja az árdiszkontálást megengedő modelleket attól függően, hogy a kereslet függ-e az időtől vagy sem. Mindkét csoporton belül két alcsoportot különböztetnek meg, mivel a mennyiségi kedvezmény vonatkozhat a teljes sorozatra (pl. San-José és Garcia-Laguna, 2009; Taleizadeh és Pentico, in press) vagy csak az ártörési mennyiségen felüli készletre

(pl. Rubin és Benton, 2003). Az így kapott négy alcsoportban újabb két-két kategóriát határoznak meg aszerint, hogy csak a beszerző vagy a beszerző és a beszállító szempontjait együtt veszi-e figyelembe a modell. Megjegyezzük, hogy léteznek a két lehetőséget összehasonlító modellek is (pl. Archetti et al., 2014); a kedvezmény pedig vonatkozhat a szállítási költségekre (Ertrógral et al., 2007), és előfordulhat időszakos formában is (pl. Sari et al., 2012).

Ugyancsak négy kategóriában, de más struktúrában tárgyalja a modelleket Sarmah et al. (2006): (1) vagy a beszállító vagy a vevő szemszögéből történő optimalizáció, (2) a beszállító és a vevő együttes profitjának maximalizálása a cél, (3) játékelméleti megközelítések, ahol a két szereplő a saját profitját törekszik maximalizálni, (4) egy beszállító és több vevő jelenléte, a kedvezmény demokratikusságára vonatkozó előírásokkal.

A készletgazdálkodási modelleket rendszerező munkájában Glock et al. (2014) definiálja a modellek egy olyan csoportját, amelyek figyelembe vesznek vállalatok közötti ösztönzési módszereket. A mennyiségi kedvezmény mellett a *kereskedelmi hitel* nyújtását sorolják ebbe a kategóriába. A Goyaltól (1985) származó alap gondolat lényege, hogy a beszállító lehetővé teszi a vevő számára, hogy ne a teljesítés pillanatában, hanem bizonyos későbbi időpontban egyenlítse ki a számlát. A felajánlott kereskedelmi hitel kamatmentes vagy rendkívül kedvező kamatozású. A vevő egyrészt befektetheti a hitel mennyiségét a fizetési határidőig, másrészt alacsonyabb készletezési költségekkel számolhat, mivel a kereskedelmi hitel csökkenti a készletekbe fektetett tőke átlagos mennyiségét.

Soni et al. (2010) progresszív trade credit modelleknek hívja azokat, amelyek egy bizonyos határidő lejárta után magasabb kamatot vetnek ki a kereskedelmi hitel után. Glock et al. (2014) emellett megkülönböztet egy olyan továbbfejlesztési irányzatot, amelyben a kereskedelmi hitelt csak bizonyos mennyiségű rendelésen felül nyújtja a beszállító. A szerzők harmadik kategóriaként a kereskedelmi hitelt és az inflációt egyaránt feltételező modelleket jelölik meg. A kereskedelmi hitel lehetőségét beszállító és vevő oldaláról egyaránt vizsgálja Chen et al. (in press), megengedve, hogy a fizetés elhalasztása ne feltétlenül a teljes összegre szóljon.

A *beszerzésre vonatkozó korlátok és bizonytalanság* Hariga és Haouari (1999) óta vannak jelen a készletgazdálkodás szakirodalmában. Ezek a modellek nem az ellátási lánc szereplőinek ösztönzési módszereiből indulnak ki, hiszen a beszállítóknak jellemzően

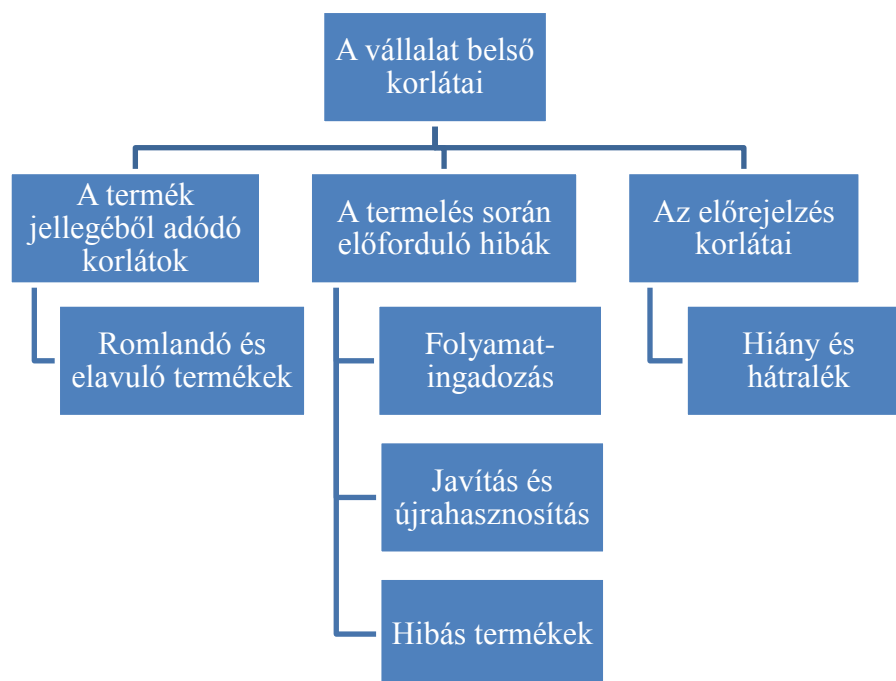
érdeke a kereslet kielégítése. A beszállítók kapacitását azonban befolyásolhatják véletlen tényezők, melyek sztochasztikus modellek felírását követelik meg. A beszállítókkal kapcsolatos kockázatokkal foglalkozó modellekben jellemzően nagy szerepet kap az átfutási idő (pl. Louly és Dolgui, 2009; Noblesse et al., in press).

A vállalati működést, azon belül a készletgazdálkodást is befolyásolják olyan aktuális fogyasztói és társadalmi elvárások, melyek figyelmen kívül hagyása a versenyben történő lemaradást eredményezik. A vállalatok társadalmi felelősségvállalása (corporate social responsibility, CSR) napjaink kiemelt jelentőségű kérdése, amely a marketing funkcion keresztül a működésre is hatással van. Ennek megfelelően a készletgazdálkodási modellekben egyre gyakrabban jelennek meg *környezeti és társadalmi fenntarthatósági* célok. Az Andriolo et al. (2014) alapján felírt 3-1. táblázat szerint a fenntarthatóság Bonney és Jaber (2011) óta terjedt el a készletgazdálkodás irodalmában. A megszokott modellekhez képest ugyanis figyelembe vesznek olyan környezeti kérdéseket, mint a csomagolás, a létesítmények elhelyezkedése vagy a hulladék. Ez logisztikai szempontból újdonságnak számít, ugyanakkor ahogy Andriolo et al. (2014) utal rá, környezeti kérdések már jóval korábban megjelentek Richter (1997), valamint Richter és Dobos (1999) munkáiban, akik bevezették az újrahasznosítás, valamint a javítás lehetőségét a modellekbe. Utóbbi két lehetőséggel a vállalatok belső korlátaiból kiinduló csoportosításban foglalkozom, mivel a hibás termékek javítását inkább költségcsökkentő, mint CSR célnak tekintem.

A legújabb modellekben megjelenő társadalmi fenntarthatóság azt jelenti, hogy a vállalat célja az emberek életminőségének emelése és fenntartása, minden érintett mentális és fizikai egészségének védelme, valamint a méltányosság. Ennek megfelelően Bouchery et al. (2012) modellje tartalmaz olyan paramétereket, mint a készletgazdálkodásból (sorozatkezdés és készlettartás) következő társadalmi terhek.

A készletgazdálkodási modellek belső vállalati korlátokból kiinduló ágát foglalja rendszerbe a 3-5. ábra. A kiterjesztési irányzatokat aszerint csoportosítottam, hogy a termék, a termelés vagy a tervezés sajátosságai követelik-e meg az adott probléma speciális megközelítését. Mindhárom esetben cél a készletezéssel kapcsolatos költségek minimalizálása, de további versenyprioritási tényezők is jelentős szerepet kapnak a modellekben. A termék jellege leginkább az időzítés, a termelési hibák a minőség, míg az előrejelzési korlátok a megbízhatóság szempontjából fontosak.





**3-5. ábra A készletgazdálkodásra ható belső tényezőkből, korlátokból kiinduló kiterjesztési irányzatok**

*Forrás: saját szerkesztés*

A termékek jellegét tekintve a fentiekben tárgyalt készletgazdálkodási modellek feltételezik, hogy minden készlet végtelen időhorizonton tárolható. Felmerülhet azonban a készlet *elavulásának* kockázata (pl. Jaarsveld és Dekker, 2011), illetve lehetnek a termékek *romlandóak* is (pl. Thangam, 2012). Az irányzatot Ghare és Schrader (1963) indította el, akik megfigyelték, hogy bizonyos árucikkek romlása jól becsülhető az időnek egy negatív exponenciális függvényével. Ennek megfelelően konstans elavulási rátát alkalmaztak a jelenség vizsgálatára. Covert és Philip (1973) szerint azonban ez a ráta az időben változhat. Weibull eloszlást feltételezve írták fel a problémát, melynek speciális esete a konstans rátával kalkuláló modell.

Eladhatatlanná nemcsak az előállítást követően válhatnak a termékek, hanem a termelési folyamat közben is előfordulhatnak hibák. A *termelési folyamat* bizonyos mértékű *ingadozása* természetes jelenség. A 2.3.1. szakaszban foglalkoztunk a folyamat-ellenőrzés statisztikai módszereivel, melyek segítségével megállapíthatjuk, hogy a rendszer kontroll alatt van-e vagy sem. Mivel a folyamat során felmerülő hibákat nem ismeri előre a vállalat, ezért a jelenséget modellező tanulmányok Porteus (1986) óta a hibák

előfordulásának bizonyos valószínűségét feltételezik. Lee és Rosenblatt (1987) vették figyelembe először, hogy a vállalatoknak lehetősége van a termelési folyamat ellenőrzésére a hibák mielőbbi kiszűrése érdekében. Mivel selejt termékek az előállítási, a szállítási vagy a készletezési folyamat során keletkeznek, ezért ebből az irányzatból indult ki a késztermékek minőségét, illetve annak ellenőrzését figyelembe vevő irányzat, melynek elindítása Salameh és Jaber (2000) nevéhez fűződik. A *hibás termékek* kiszűrésére tett erőfeszítéseket feltételező modelleket azonban külön szakaszban (3.1.3) tárgyaljuk, mivel a negyedik és ötödik fejezet modelljei ezen kiterjesztés alapgondolatából indulnak ki. A minőség-ellenőrzést is folyamatnak tekintve, hibák az átvizsgálás során is előfordulhatnak. Az első- és másodfajú hiba elsőként Yoo et al. (2009) modelljében jelenik meg. A másodfajú hibából következően a fogyasztók hozzájuthatnak hibás termékhez, melyet visszajuttatnak a vállalathoz.

Chan et al. (2003) a hibás termékek kezelésének három kategóriáját különbözteti meg. Ezek az alacsonyabb áron történő eladás, a javítás, valamint a leselejtezés. A negyedik és ötödik fejezetben a hibás termékeket selejtnak minősítjük. Ez a megoldás tekinthető az alacsonyabb áron történő értékesítés speciális esetének, ahol az alacsonyabb ár zérus. Az eladási árnak az optimalizáció szempontjából nincs jelentősége, mivel költségminimumot keresünk, és az ár nem befolyásolja a sorozatnagyságot, sem a későbbi modellekben szintén döntési változóként szerepeltetett minőség-ellenőrzési sebességet.

Az optimalizálás érdekes kérdésfeltevése, hogy mi történik, ha a hibásnak talált termékeket *javítás* után értékesítik. Ez alatt érthetünk egyszerű javítást (repair) vagy újrafeldolgozást (remanufacturing), melynek során a termék minőségét olyan szintre javítják fel, mintha eredetileg is tökéletesen sikerült volna a gyártás. Az irányzatba sorolhatjuk az *újrahasznosítás* lehetőségét figyelembe vevő modelleket is, melyekben a vállalat számít arra, hogy a fogyasztók által használatba vett termékek visszakerülnek a vállalathoz, majd transzformáció után ismét a fogyasztókhöz jutnak. A témában elsőként Richter (1996) foglalkozott azzal a kérdéssel, hogy konténerek, mint termékek milyen arányát érdemes megjavítani, illetve hogy mekkora az előállítás és a javítás gazdaságos sorozatnagysága. Mivel egy idő után nem lehet újrahasznosítani a terméket, ezért a szerző az optimális hulladékkezelési rátát is meghatározta.

A modellt továbbfejlesztve Dobos és Richter (2003) arra a kérdésre keresték a választ, hogy hogyan célszerű a termelés és a javítás között elosztani az erőforrásokat.

Megállapításaik szerint a tiszta stratégiák alkalmazása (az összes termék javítása vagy az összes termék javítás nélküli termelése) vezet a kapcsolódó költségek minimumához. Ugyanerre az eredményre jutottak abban az esetben is, amikor a hulladékkezelési ráta is döntési változó volt. Megjegyzik továbbá, hogy a tiszta stratégia alkalmazásának vannak technológiai korlátai, és arra sem lehet számítani, hogy minden egyes terméket visszahoznak újrahasznosításra a fogyasztók. A témában magyar nyelvű publikáció is született (Richter és Dobos, 2003). A szerzők szerint a tiszta stratégia domináns voltának a gyakorlatban az lehet a következménye, hogy a költségek megfelelő változtatása az egyébként gazdasági elven működő vállalatokat környezettudatosabb gazdálkodásra ösztönzi.

Az említett reverz logisztikai modellt általánosabb formában tárgyalja és oldja meg Dobos és Richter (2004). Megerősítik korábbi problémafelvetésüket, miszerint a tiszta stratégiák nem megvalósíthatóak, a termékek egy része nem kerül vissza a vállalathoz, némelyikük pedig nem használható fel újra. A probléma modellezéséhez a visszavásárlási ráta egynél kisebb felső korlátját javasolják bevezetni. Ennek következtében kevert stratégia lesz optimális, ahogy azt egy későbbi tanulmányukban (Dobos és Richter, 2006) be is mutatják a szerzők. Az új modell a minőséget is figyelembe veszi, és lényeges megállapítása, hogy a minőség-ellenőrzést érdemes kiszervezni.

El Saadany és Jaber (2010) modelljében az eddigiekhez képest a használt termékek visszaérkezési rátája két döntési változótól, a visszavásárlási ártól, valamint a visszavásárláskor megkövetelt minőségtől függ. Mivel reverz logisztikáról van szó, ezért a Vörös (2002) által definiált, ártól és minőségtől függő keresleti függvényt fordított logikával építik be modelljükbe. Megállapításaik szerint az optimális megoldást kevert stratégia alkalmazásával érheti el a vállalat. Hasanov et al. (2012) szerint a fogyasztók gyakran rosszabb minőségűnek érzékelik a javított termékeket, ez pedig elvesztett kereslethez vezet. Emiatt a javítás olyan modelljeit írják fel, melyekben a készlethiányt – részben vagy egészben – külső segítség bevonásával pótolják a vállalatok.

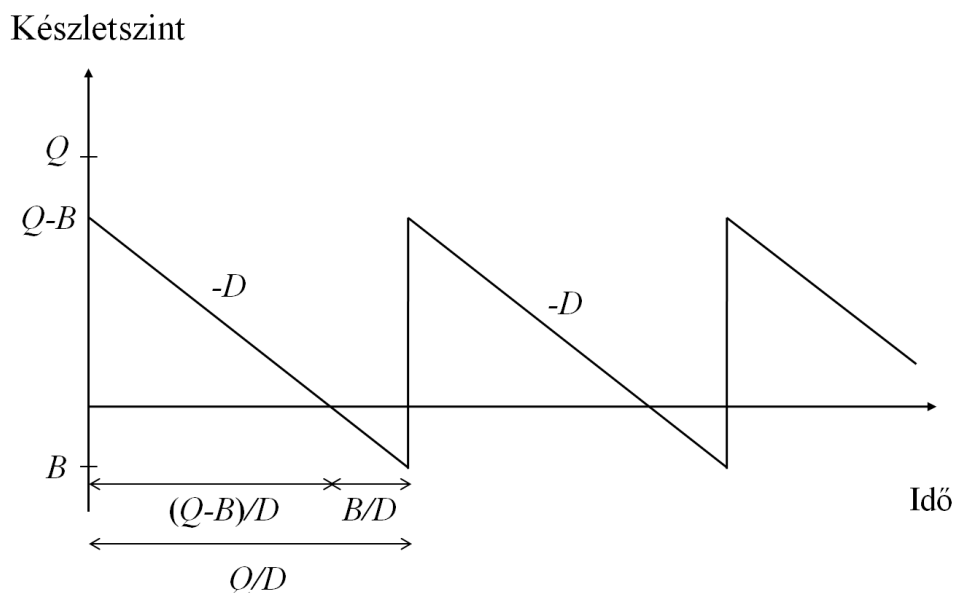
A vállalatoknak megfelelő időben kell a megfelelő minőségű és mennyiségű kínálatot biztosítani fogyasztóik számára. Hibák nemcsak a termelés során fordulhatnak elő, de nehéz jól előrejelezni a jövőbeni keresletet is. Ha nem áll elég késztermék rendelkezésre, úgy *hiány* keletkezhet, melynek előfordulását elsőként vette figyelembe Hadley és Whitin (1963). Ezen kiterjesztési irányzatról ad áttekintést Cárdenas-Barrón

(2011), aki a szerzőpáros mellett Naddor (1966), valamint Johnson és Montgomery (1974) írását tekinti úttörőnek a témában. Amennyiben hiány (hátralék) keletkezik, azt a modellek többletköltséggel büntetik. Ennek oka lehet, hogy a fogyasztók a versenytársak kínálatával elégitik ki igényeiket, az így elvesztett kereslet visszaszerzéséért tett erőfeszítések pedig rendkívül költségesek lehetnek. Ha a vállalat nem veszíti el a keresletet, azaz hátralék keletkezik, úgy valamilyen formában növelnie kell kapacitásait. Ez lehet túlóra, harmadik műszak bevezetése, beruházás vagy más piaci szereplők segítségének igénybevétele. Mindegyik megoldás többletköltségekkel jár a vállalat számára. Vörös (2013) szerint a hiány lehet előre tervezett (pl. Konstantaras et al., 2012) és nem tervezett. Utóbbi azt jelenti, hogy véletlenszerűen, előre nem látható körülményekből következően (pl. a kereslet nem várt felfutásától vagy termelési, logisztikai problémák miatt) fordul elő, hogy az aktuális kereslet meghaladja a kínálatot. A tervezett hiány esetében ugyanakkor a vállalat tudatosan hagyja, hogy egy bizonyos ideig hiány forduljon elő. Ez leginkább akkor ésszerű magatartás, ha előre ismert tény, hogy a vállalat nem fog emiatt kereslettől elesni, így a hiány tulajdonképpen hátraléknak tekinthető. Előfordulhat az is, hogy az elvesző kereslet miatt kieső hozam jóval alacsonyabb, mint a készlettartás költsége, ezért gazdaságilag indokolt bizonyos mennyiségű hiány fenntartása. Hiány úgy is keletkezhet, hogy a vállalat kiszűri és nem kínálja eladásra a nem megfelelő minőségű termékeket. A keletkezett hiányt vagy teljes egészében pótolják (pl. Rezaei, 2005; Wee et al., 2007) vagy egy részét pótolják, másik részéből elvesztett kereslet lesz (pl. Yu et al., 2005; Wee et al., 2006).

A 3-6. ábra hátralék előfordulása esetén mutatja a készletszint alakulását. A ciklus elején raktárba érkező mennyiség  $Q$ , melyből  $B$  darab terméket a hátralék pótlására fordít a vállalat. A raktárban tehát addig van készlet, ameddig a megmaradó  $(Q - B)$  mennyiséget a  $D$  kereslet fel nem emészti, vagyis  $(Q - B)/D$  ideig. Ezt követően hátralék halmozódik fel a hátralék nélküli esettel egyezően  $Q/D$  hosszúságú ciklus végéig, amikor a pótolandó mennyiség eléri a  $B$  szintet.

Az ábra vízszintes tengelyét a  $B$  szint vonalába képzelve, a szituáció felfogható úgy is, mintha  $(Q - B)/D$  idő után a raktárban levő termékek fajlagos készlettartási költsége a következő ciklus elejéig  $h$ -ről  $b$ -re nőne. A 2.4.3. szakaszban tárgyalt újságárus probléma kapcsán már említettük, hogy a hiányból eredő fajlagos költségek ( $b$ ) meghaladják a

(túl)készletezés fajlagos költségét ( $h$ ). Azt kell tehát kiszámolnunk, hogy ezek milyen arányban merülnek fel.



**3-6. ábra Az EOQ modell készletalakulási diagramja hátralék esetén**

*Forrás: Vörös (2010), 278. oldal alapján saját szerkesztés*

Fajlagos készlettartási költség ciklusonként  $(Q - B)/D$  egységnyi ideig, átlagosan  $(Q - B)/2$  termék után merül fel. Ez ciklusonként  $h(Q - B)^2/2D$  költséget jelent. Fajlagos hátralék költség  $B/2$  mennyiség és  $B/D$  időegység után számítandó, ami összesen  $bB^2/2D$  költséget tesz ki egy periódusban. Mivel a tervezési időhorizonton a ciklusok száma  $D/Q$ , ezért a készlettartás és a hátralék együtt  $h(Q - B)^2/2Q + bB^2/2Q$  pénzegységbe kerül a vállalatnak. A hátralék nélküli esethez képest nem változott sem a sorozatkezdés, sem a termék előállításának költsége, így az összköltség:

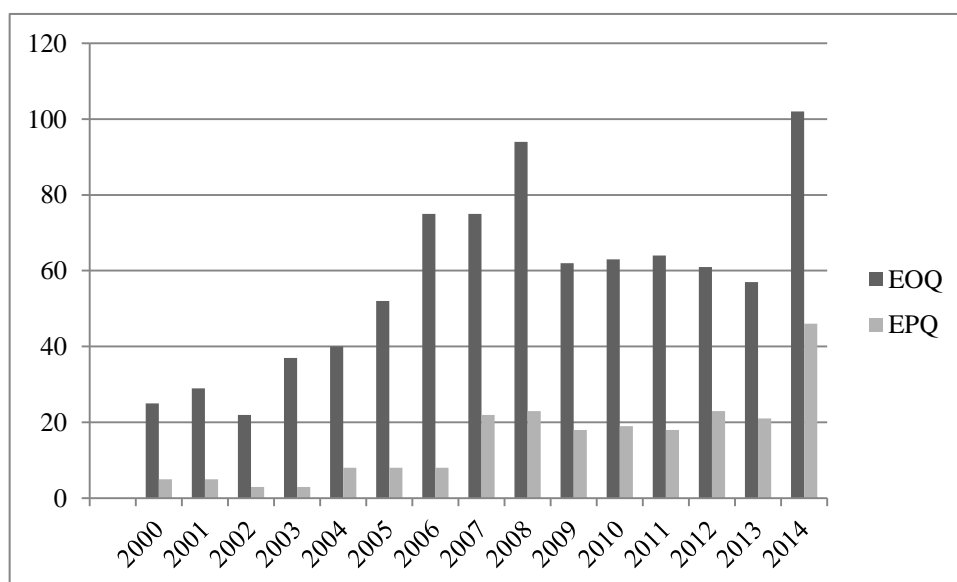
$$TC_b^{EOQ}(Q, B) = sD/Q + h(Q - B)^2/2Q + bB^2/2Q + cD \quad (3.4)$$

A gazdaságos sorozatnagyság a Wilson-formula módosított, azt meghaladó mértékű változata  $Q_b^{EOQ} = \sqrt{2sD/h} \cdot \sqrt{(b + h)/b}$ , ugyanis mivel  $h$  és  $b$  pozitívak, ezért a módosító faktor egynél nagyobb. A vállalat a hátralék mértékéről is dönthet, csökkentheti azt például a rendelések korábbi leadásával, a ciklusok rövidítésével. A hátralék optimális mértéke a modell szerint  $B_{opt} = \sqrt{2sD/b} \cdot \sqrt{h/(b + h)}$ . Mivel a hátralék fajlagos költsége a szorzat tagjainak nevezőiben található, ezért annak növelése csökkenti az optimális hátralékszintet. Ha a fajlagos hátralékköltség a végtelenbe tart, akkor az optimális hátralékszint zérus, a gazdaságos sorozatnagyság pedig az eredeti Wilson-formulát adja vissza. Megjegyezzük,

hogya a modell megoldását a szakirodalom igyekszik minél több és elegánsabb módszer segítségével bemutatni. Grubbström és Erdem (1999) például deriválás nélkül jutott el a kétváltozós feladat optimális megoldásához.

A hiány keletkezését megengedő EPQ modellek megoldására is többféle módszert vonultat fel a szakirodalom (pl. Grubbström és Erdem (1999), Cárdenas-Barrón (2001)). A gazdaságos sorozatnagyság képlete  $Q_b^{EPQ} = \sqrt{2sD/h} \cdot \sqrt{m/(m-D)} \cdot \sqrt{(b+h)/b}$ , amely magában foglalja a fentiekben bemutatott Wilson-formulát, valamint a véges termelési ráta és a hiány miatt fennálló módosító faktorokat.

Készletgazdálkodási modelleket az *International Journal of Production Economics* (IJPE) és a *European Journal of Operational Research* (EJOR) című szakfolyóiratok publikálnak a leggyakrabban. Az IJPE több mint 600, az EJOR több mint 550 tanulmányt jegyez az EOQ témakörében. Ezek közül 500, illetve 350 feletti számú cikket publikáltak az utóbbi tizenöt évben. A 3-7. ábra ezek éves szintű megoszlását mutatja, feltüntetve az EPQ modell előfordulását is. Az EPQ jelentősen együtt mozog az EOQ előfordulásának alakulásával, melynek egyik legfőbb oka, hogy amennyiben a szerzők EPQ modellel foglalkoznak, úgy általában összehasonlítják azt az EOQ változat eredményeivel, ami egyébként jelen értekezésre is igaz.



**3-7. ábra EOQ és EPQ modellek előfordulása az utóbbi tizenöt év IJPE és EJOR számaiban**

*Forrás: saját szerkesztés*

EOQ/EPQ témában a legtöbb tanulmány a két lapban 2014-ban született, melynek oka, hogy EOQ modell száz éves évfordulója alkalmából az IJPE különszámban való publikálási lehetőséget hirdetett, és ezen tanulmányok 2014-ben jelentek meg. A második legtöbb publikációt 2008-ban könyvelhette el a két folyóirat. Az összesen 96 cikkből 73 csak EOQ, 2 csak EPQ, további 21 pedig EOQ és EPQ modellekkel egyaránt foglalkozott. Ezt követően némi visszaesést mutat a grafikon, melynek legfőbb oka, hogy 2008-tól kezdve egyre több készletgazdálkodási témájú cikket közölnek olyan neves lapok (gyakorisági sorrendben), mint a *Computers & Industrial Engineering*, a *Computers & Operations Research*, az *Applied Mathematical Modelling* vagy az *Omega*.

Andriolo et al. (2014) módszeresen kiválasztották az 1996-2012 időperiódus legjobb olyan műveit, melyeket a témakörben írtak. Az ezekben előforduló kulcsszavakat elemezve megállapították, hogy a költségminimalizálás mellett a minőséggel, valamint a javítással, kapcsolatos kifejezések fordulnak elő a leggyakrabban. Mivel a modellek célja a készletezéssel kapcsolatos költségek minimalizálása, ezért ennek kulcsszóként való feltüntetése nem meglepő. A minőségi hibák vonatkozhatnak a folyamatra vagy a végtermékre, de egyre gyakoribb a 100%-os átvizsgálás megjelenése. A javítás terminológiájában az újrahasznosítás és a reverz logisztika fogalmak a leggyakoribbak. A szerzők megfogalmazznak néhány ajánlást jövőbeli kutatási témákra, melyek közül hangsúlyozzák a fenntarthatóság kérdését, beleértve a javítás és az újrahasznosítás fontosságát. Ilyen további modellek kiindulópontja lehetnek a negyedik és ötödik fejezetben tárgyalt modelljeink, melyek figyelembe veszik a minőség-ellenőrzés sebességét. Ha ugyanis a minőségi hibát hamarabb észleli a vállalat, úgy a javítás is korábban valósulhat meg.

#### **3.1.3 A minőség-ellenőrzést figyelembe vevő irányzat**

Az EOQ és EPQ alapmodellek kimondatlanul ugyan, de feltételezik, hogy a raktárba érkező termékek mindegyike kifogástalan minőségű. Erre a problémára többen felhívták ugyan a figyelmet, de a folyamatingadozás tárgyalásakor említett Porteus (1986) volt az első, aki EOQ modellben feltételezte, hogy egy bizonyos valószínűség szerint hibás termékek keletkeznek. Rosenblatt és Lee (1986) a probléma kapcsán arra a következtetésre jutott, hogy selejtes termékek előfordulása esetén kisebb sorozatokban célszerű gyártani.

Vörös (1999) a Toyota Termelési Rendszerből kiindulva feltételezte, hogy a termelési rátát csökkenthetik a folyamat minőségi problémái. Ha ugyanis minőségi hibát találnak a dolgozók, akkor megállíthatják a szalagot. Hiány keletkezését nem megengedő EPQ modelljében arra a következtetésre jutott, hogy a folyamat minőségének romlása növeli a gazdaságos sorozatnagyságot és csökkenti az átállás és készlettartás éves költségeit. Növeli ugyanakkor a javítás költségeit, így meghatározható az optimális folyamatminőség szintje.

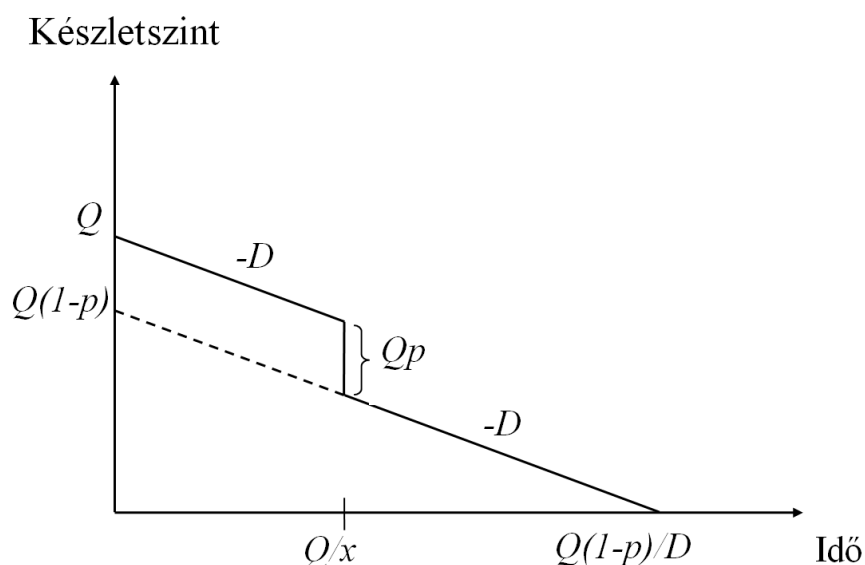
Amennyiben a minőség-ellenőrzést nem építik bele az előállítási folyamat egészébe, úgy a hibás termékek kiszűrése érdekében a termelés végeztével a sorozat átvizsgálására van szükség. Elfogadásos mintavétel (ld. 2.3. szakasz) segítségével viszonylag gyorsan eldönthető, hogy a beérkezett sorozatot elfogadja vagy elveti-e a vállalat. Ez azonban nem garantálja, hogy nem lesznek hibás termékek a vizsgált sorozatban. Arra vonatkozóan ad információt, hogy átlagosan várhatóan az elfogadható minőségi szint határain belülre kerül-e a selejtarány. Feigenbaum (1956) a mintavétellel szemben a minőség teljes körű ellenőrzését javasolja, mivel érvelése szerint az sokkal nagyobb mértékben csökkenti a javítási és ellenőrzési költségeket, mint amennyivel a hiba megelőzésével kapcsolatos kiadásokat emeli. Vörös (2010) a minőség költségei közé sorolja az alacsony minőség miatt elvesztett kereslettel kapcsolatos költségeket is, így ha a termékek 100%-át átvizsgálják, úgy tovább csökken a minőséghez tartozó összköltség.

A sorozat minden egyes elemének átvizsgálását elsőként Salameh és Jaber (2000) feltételezte készletgazdálkodási modellben. Az átvizsgálási periódus végén a selejtes termékek egyszerre távoznak a raktárból, alacsonyabb áron értékesítik őket. A szerzőpáros tanulmánya számos további publikációt ihletett, új irányzatot alakítva ki ezzel. A negyedik és az ötödik fejezetben jelen értekezés is ehhez az irányzathoz csatlakozik, ezért röviden bemutatom a modellt.

A Salameh-Jaber modell készletalakulási diagramját mutatja a 3-8. ábra. Az EOQ alapmodellhez képest egy „lépcső” került a diagramra, ami a selejt termékek eltávolításából adódik. A sorozatnagyságot az új modellben is  $Q$ , a tervezési időhorizontra eső keresletet pedig  $D$  jelöli. A sorozat beérkezésének időpontjában megkezdődik a termékek átvizsgálása, melynek sebessége  $x$ . Az átvizsgálási periódus ezért  $Q/x$  ideig tart, ezalatt a sorozat minden eleméről eldöntik, hogy teljes értékű termékként értékesítik vagy selejtként távozik a raktárból. A hibás termékek arányát  $p$  valószínűségi változó fejezi ki. Egy sorozatban ezért  $Qp$  hibás termék van, melyek tehát  $Q/x$  időpontban elhagyják a



rendszer.



### 3-8. ábra Salameh és Jaber készletgazdálkodási modellje teljes átvizsgálással

*Forrás: Salameh és Jaber (2000) alapján saját szerkesztés*

A modellben a kereslet kielégítése a minőség-ellenőrzési folyamattal párhuzamosan történik, így a 3-8. ábra alapján feltételeznünk kell, hogy minden időpillanatban rendelkezésre állt a kereslet kielégítését szolgáló mennyiségű, bevizsgált, jó minőségű termék. A selejt távozása után továbbra is marad jó minőségű termék a raktárban, ezért a készletezési ciklus addig folytatódik, amíg ez a mennyiség el nem fogy. Mivel keresletet csak jónak minősített termékkel elégít ki a vállalat, ezért a periódus hossza addig tart, amíg a sorozat hibátlan termékeinek  $Q(1-p)$  mennyiségét fel nem emészti a kereslet. Ez a  $Q(1-p)/D$  időpontban következik be, amikor új sorozatnak kell beérkeznie a raktárba.

A gazdaságos sorozatnagyság meghatározása során a szerzőpáros egy számítási hibát vétett. Az eredményt Maddah és Jaber (2008) korrigálta, amely az eddigi jelöléseinket használva a következő:

$$Q^{SJ} = \sqrt{2sD/h} \cdot \sqrt{1/[E[(1-p)^2] + 2E[p]D/x]} \quad (3.5)$$

ahol  $E$  várható érték jelent. Amennyiben a sorozat nem tartalmaz hibás terméket, azaz a selejtarány  $p = 0$ , úgy az eredeti EOQ modellt kapjuk vissza. Ha viszont van hibás termék a sorozatban, úgy a Wilson-formulát módosító tényező mindig kisebb egynél, ha  $D = x$ . Mivel hiány nem keletkezik, ezért adott időegység alatt legalább a keresletnek

megfelelő mennyiségű terméket át kell vizsgálni, azaz  $D \leq x$ . A minőség-ellenőrzési sebesség növelésével a módosító faktor növekszik, könnyen egy fölé kerülhet.

Salameh és Jaber (2000) az EOQ alapmodell logikájának megfelelően úgy határozta meg a sorozatnagyságot, hogy a készlettartási és sorozatkezdési költségek összegének minimumát kereste a tervezési időhorizonton. Mivel a selejtarány valószínűségi változó, és befolyásolja a költségeket, ezért a szélsőérték kiszámításához az összköltség várható értékét használja fel a szerzőpáros. Maddah és Jaber (2008) modelljében emellett a készletezési ciklusok hossza helyett is annak várható értéke szerepel. Ennek oka, hogy a vállalat a selejtaránytól függően dönti el, hogy mikor és milyen mennyiségben rendel termékeket, illetve szállíttatja el a hibásakat. Ha alacsonyabb a jó minőségű termékek aránya egy sorozatban, akkor azt hamarabb emészti fel a kereslet, így a ciklus előbb ér véget. Megállapításaik szerint a gazdaságos sorozatnagyságot növeli a selejtarány ingadozása.

Mindkét korábbi modell azzal a feltételezéssel él, hogy  $p \leq 1 - z$ , ahol  $z = D/x$  adott időegységre eső kereslet és leellenőrzött termékmennyiség hányadosa. Ezzel a selejtszázaléknak olyan felső korlátját írják elő, amely szerintük kizárja a hiány előfordulásának lehetőségét. Átalakítva az egyenlőtlenség-feltételt ugyanis  $D \leq x(1 - p)$  összefüggés adódik, mely azt jelenti, hogy adott időegység alatt felmerülő keresletnek megfelelő vagy annál nagyobb mennyiségű hibátlan terméket vizsgál át. Papachristos és Konstantaras (2006) azonban rámutatnak, hogy mivel  $p$  véletlen változó, ezért ez a feltétel nem elégséges a nem tervezett hiány elkerüléséhez. (Vörös, 2013)

Salameh és Jaber (2000) megközelítése szerint a rendszer az első periódusban felveszi a selejtarány valószínűségi változó aktuális értékének megfelelő szintet, és ettől kezdve minden egyes ciklusban ugyanígy viselkedik. Maddah és Jaber (2008) azonban megengedi, hogy minden új ciklus elején új értéket vegyen fel a valószínűségi változó. Vörös (2013) ezt a két megközelítést összefüggő (connected), valamint egymástól független ciklusoknak (independent cycles) nevezi, és mellőz mindenféle korlátozást a selejtarány nagyságára vonatkozóan. Modelljében ezért hiány is előfordulhat.

Hiány akkor keletkezik, ha adott időegység alatt magasabb a kereslet, mint a jó minőségű kínálat, azaz  $D > x(1 - p)$ , és a vállalatnak nem állnak rendelkezésére biztonsági készletek. Vörös (2013) modelljében a hiány nem tervezett, hanem véletlenszerűen fordul elő. Mégpedig a keresletet konstansnak tekintve olyankor, amikor a

$p$  selejtarány a vártnál magasabb. Khan et al. (2010) tanulmányában nem a véletlen, hanem a lassú minőség-ellenőrzés (alacsony  $x$ ) miatt áll elő hasonló helyzet. Az átvizsgálás sebessége tanulási (felejtési) görbe szerint változhat. Empirikus adatokból kiindulva Jaber et al. (2008) szerint a beszállított termékek selejtaránya jellemzően egy bizonyos tanulási görbének megfelelően csökken. Ez a megállapítás alapfeltevéssé vált további modellekben. A tanulási görbe Khan et al. (2014) egy későbbi munkájában is megjelenik, mégpedig a termelési rátára vonatkozóan. A szerzők a teljes ellátási láncra értendő optimális sorozatnagyságot kívánják meghatározni, figyelembe véve, hogy hibák az átvizsgálás során is előfordulhatnak. A teljes ellátási láncra vonatkozó optimalizálás Khan et al. (2011) rendszerező munkája szerint a Salameh-Jaber modell kiterjesztéseinek egyik fő iránya. Külön fejezetet szentel a hibás termékeknek, a minőség kérdésének, a hiány előfordulásának, valamint a fuzzy logikát alkalmazó írásoknak.

Az EOQ/EPQ modellek általában a készletezéssel kapcsolatos összköltség vagy annak várható értékének minimumát keresik. Jaber et al. (2013) modellje azonban profitmaximumot keres, mivel a kereslet nem konstans, és két magyarázó változója a minőség és az ár. A minőség-ellenőrzési irányzatban is találunk példát mennyiségi kedvezményekre, ilyen Hsu és Yu (2009) munkája. A hiányt megengedő tanulmányok közül Wee et al. (2007) a hiány pótlását hibátlannak feltételezi, Eroglu és Ozdemir (2007) azonban azzal is számol, hogy a pótlás során is előfordulhatnak minőségi problémák. Az eddig említett tanulmányokban a megtermelt vagy megvásárolt kötegeket a vállalatok nem küldték vissza beszállítóiknak. Skouri et al. (in press) modelljében ez azonban lehetséges, ha a teljes sorozat hibás.

A szakirodalomban fellelhető modellek jellemzően a gazdaságos sorozatnagyság meghatározásával próbálják minimalizálni a készletezéssel kapcsolatos összköltséget. Hauck (2014b) azonban olyan modellt ír fel, melyben minderre a vállalatnak az átvizsgálási sebesség változtatásának eszköze is rendelkezésére áll. Ezen feltételezés létjogosultságát és néhány következményét a 3.2. szakaszban Hauck (2013b) alapján tárgyalom. A negyedik fejezetben Hauck és Vörös (2015) modelljét mutatom be, melyben az átvizsgálási sebesség döntési változó, a selejtarány valószínűségi változó, és a készletezési ciklusok lehetnek összefüggőek vagy egymástól függetlenek. Az ötödik fejezet a modell EPQ változatát mutatja be.

## **3.2 A minőség-ellenőrzés sebessége készletgazdálkodási modellekben**

A minőség definíciójával és ellenőrzésének módjaival a második fejezetben foglalkoztunk. Mivel modelljeinkben a termelési folyamat során előállított termékek minőség-ellenőrzését tárgyaljuk, ezért a termeléscentrikus megközelítést helyezzük előtérbe, melynek értelmében a minőséget az fejezi ki, hogy a korábban megtervezetthez képest mennyiben tér el a megtermelt termék. Ezzel tulajdonképpen – a 2.3. szakasszal összhangban – a Garvin-féle (1987) nyolc minőségdimenzió közül a megfelelésre, a konzisztens minőségre (conformance quality) koncentrálunk, mely szűkítés azért szerencsés, mert a minőség-ellenőrzés eredménye az output kettő, esetleg három kategóriába való besorolása. Megkülönböztethetünk ugyanis jó minőségű – tehát eladásra szánt –, illetve selejt termékeket. A harmadik lehetséges eset, hogy a tervezetthez képest csak kisebb mértékű eltérést mutató termékeket alacsonyabb áron értékesítjük vagy javíthatónak minősítjük, így a számukra szükséges módon visszakerülnek a termelési folyamatba. Ezen harmadik kategória jelentőségére a továbbfejlesztési lehetőségeknél visszatérünk.

### **3.2.1 A minőség-ellenőrzés sebessége, mint döntési változó**

A 3.1. szakaszban tárgyalt modellek vagy nem foglalkoznak a minőséggel vagy adottnak tekintik a minőség-ellenőrzés sebességét. Amennyiben a minőség-ellenőrzés mintavétel (ld. 2.3. szakasz) segítségével történik, úgy annak sebessége az átvizsgálandó termékek mennyiségétől független lehet. A mintavétel azonban nem alkalmazható esetünkben, hiszen feltételezzük, hogy eladás előtt minden egyes terméket átvizsgál a vállalat. Ennek lehet oka, hogy el szeretné kerülni a javítással és a fogyasztói bizalom visszanyerésével járó költségeket. Különös jelentősége lehet a hibátlan kínálatnak, amennyiben a stratégia része a konzisztens minőség biztosítása, a fogyasztók szemében elért megbízhatóság kialakítása és fenntartása. Fokozottan igaz ez olyan termékekre, amelyek hibás volta jelentős felelősséget vonna maga után, mivel azok balesetet, súlyos egészségkárosodást okozhatnak. Ennek megfelelően a teljes körű átvizsgálás jellemző gyakorlat például az egészségügy számára beszállított termékek (pl. gyógyszerek, gyógyászati segédeszközök) gyártása esetén.

Amennyiben a vállalat a termékek száz százalékát átvizsgálja, úgy ezen folyamat sebességét mérhetjük azzal, hogy adott időegység alatt hány darabot tud minősíteni. A mutató javulhat úgy, hogy egy dolgozónak rövidebb időegység alatt sikerül ugyanazt a mennyiséget átnéznie, ami leginkább technológiai újítás, beruházás útján érhető el. További lehetőség, hogy a vállalat adott időegység alatt több dolgozót foglalkoztat, vagyis megnöveli kapacitását. Amennyiben egy napra vetítve határozzuk meg a sebességet, úgy javíthatjuk az elért teljesítményt túlórával vagy új műszak bevezetésével. Megoldást jelenthet alvállalkozók bevonása is, azonban ennek lehetnek akár olyan kockázatai is, amelyek éppen a minőségre hatnak. Bármelyik gyorsítási lehetőséget választja a vállalat, a minőség-ellenőrzés sebességének növelése többletköltségekkel jár (ld. 3.2.3. szakasz), amit figyelembe kell venni a döntés során.

Gyártósorra tekintve a problémát, a minőség-ellenőrzés sebessége lehet a termelési folyamat utolsó eleme. Amennyiben a termelősor teljesen kiegyensúlyozott, úgy a minőség-ellenőrzés sebessége meg kell, hogy egyezzen a termelési rátával, így a vállalat ezekről egyszerre dönt. Más esetben akkor van értelme növelni az átvizsgálás sebességét, ha ahhoz a termelés is fel tud zárkózni. Ennek hiányában az ellenőrzési kapacitások egy része ugyanis kihasználatlan maradna. A vállalatnak a kettő közül a szűk keresztmetszet optimális sebességét kell meghatároznia.

Mivel a minőség-ellenőrzési sebesség (termelési ráta) növelése csökkenti a ciklusidőt, ezért kézenfekvőnek tűnik azt feltételezni, hogy a lehető legmagasabb sebesség elérése a kívánatos. Elképzelhető azonban, hogy a vállalatnak éppen a lassabb minőség-ellenőrzés áll érdekében. Ennek lehet oka, hogy az átvizsgálási (és átállási, rendelési) költségek megtakarítása nagyobb mértékű, mint a készletcsökkenéssel járó előnyök lennének. Másrészt, amennyiben a kereslet később merül fel, úgy érdemes minél később raktározni, ami a rendelés vagy gyártás késleltetését jelenti. Ezekben az esetekben tulajdonképpen a beszállítók raktározzák a vállalat helyett a terméket.

A készletezési politika összköltségét az átállással (rendeléssel), a készletezéssel (és hiánnyal), valamint a minőség-ellenőrzéssel járó költségek határozzák meg. Ezek fajlagos költségét a vállalatok jellemzően csak nehezen vagy egyáltalán nem tudják befolyásolni, ha pedig mégis, az nem vezet döntési problémához, hiszen egyértelműen csökkenteni szeretnék azokat. Felmerülésük idejére és gyakoriságára azonban tudnak hatni, mégpedig a sorozatnagyság mellett a minőség-ellenőrzés sebességének célszerű megválasztásával.

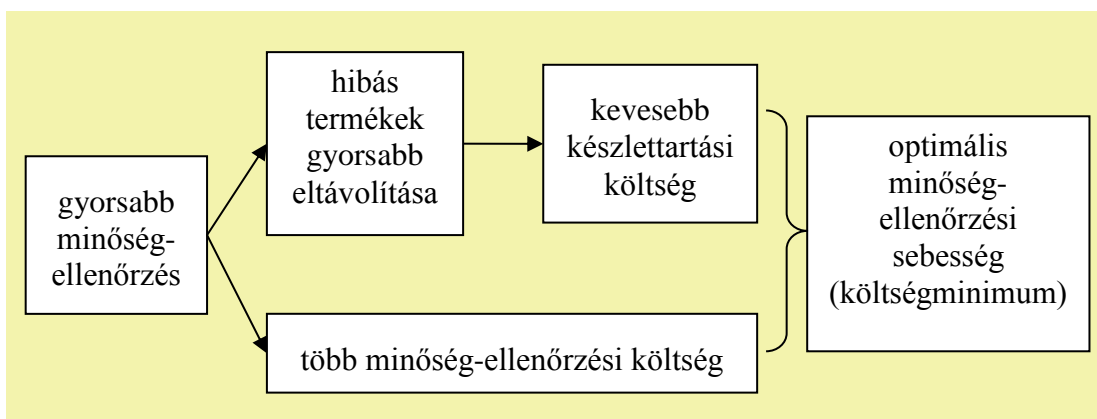
Ezen két döntés az adott lehetőségek mellett minimalizálja a költségeket, illetve hozzájárul az árbevétel növeléséhez, tehát a profit maximalizálásához.

Megállapításaink olyan vállalatokra is igazak, amelyek a minőség-ellenőrzést nem külön mozzanatként kezelik a gyártás során, a minőség biztosítását ugyanis szorosan a folyamathoz kötik. Ebben az esetben a minőség-ellenőrzés ciklusideje zérusnak, sebessége végtelennek tekinthető. Selejtes termékek elméletileg nem keletkeznek, a raktárban így csak jó minőségű készletek lehetnek. Hátralék és átvizsgálási költségek ugyancsak nem keletkeznek, az optimális sorozatnagyságot tehát a Wilson-formulával határozhatjuk meg, az optimális átvizsgálási sebesség pedig a végtelenbe tart.

#### **3.2.2 A minőség-ellenőrzési sebesség hatásmechanizmusai**

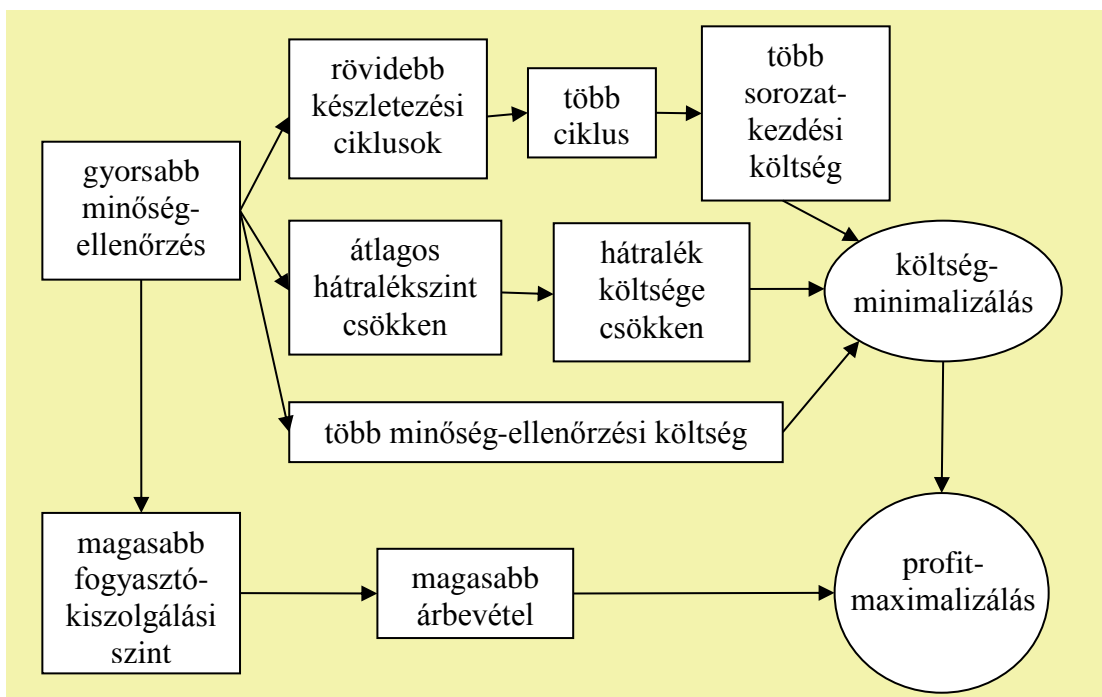
A termékekhez általában nem közvetlenül a gyártótól, hanem az ellátási lánc további szereplőin (nagykereskedő, elosztó központ, kiskereskedő) keresztül jutnak hozzá a fogyasztók. A készletgazdálkodási és minőség-ellenőrzési problémák ezért szerepenként változhatnak. A kérdés leginkább a gyártó szempontjából érdekes. Megállapításaink nagy része igaz a többi szereplőre is, viszont jól koordinált ellátási lánc és gondos gyártói minőség-ellenőrzés esetén a lánc további tagjainak arra kell csak az átvizsgálás során figyelniük, hogy a termékek nem károsodtak-e a szállítás és fel-lepakolás során. A Wal-Mart által bevezetett rádiófrekvenciás azonosító rendszer (RFID) lehetővé teszi az információk megosztását a szereplők között (Johnson, 2006). Egy ilyen nyilvántartásnak célszerű tartalmaznia a romlandó termékek lejáratát, így nincs szükség a címkék átnézésére, a minőség-ellenőrzés ezen része egy gombnyomással megoldható. Az RFID segítségével a szállítás és raktározás ideje alatt elavult termékek helyét is könnyen meghatározhatjuk, így szükség esetén hamar kikerülhetnek a rendszerből.

A selejtes termékek gyors távozása a minőség-ellenőrzés gyorsításának egyik fő motivációja. Jelentős mértékben csökkentheti ugyanis a készletezési politika összköltségét, hiszen minél gyorsabban kerül ki a hibás termék a rendszerből, annál kevesebb ideig merül fel utána készlettartási költség. Fékező hatást jelent ugyanakkor, hogy a gyorsabb minőség-ellenőrzésnek, a zárosabb határidőnek magasabb költségvonzata van. Ezeket az összefüggéseket mutatja be a 3-9. ábra.



**3-9. ábra** Az optimális minőség-ellenőrzési sebesség meghatározása hátralék nélküli esetben - *Forrás:* Hauck (2013b)

Kielégítetlen kereslet, azaz hátralékot megengedő esetben összetettebb a helyzet. Hátralék akkor keletkezik, ha a vártnál magasabb a kereslet és/vagy a hibás termékek aránya. Ebben az esetben a modellek büntetőköltséget számolnak fel a hiány után, mivel a vállalat vagy kereslettől esik el vagy többletkiadások (pl. alvállalkozó, kapacitásnövelés: túlóra, beruházás) révén elégíti azt ki. Ilyenkor egy készletezési ciklus addig tart, ameddig a minőség-ellenőrzés be nem fejeződik, a jónak minősített termékeket ugyanis azonnal értékesítik, a hibásak a ciklus végén távoznak a raktárból.



**3-10. ábra** Az optimális minőség-ellenőrzési sebesség jelentősége hátralék keletkezése esetén - *Forrás:* Hauck (2013b) alapján

A 3-10. ábra hátralék esetére mutatja a minőség-ellenőrzés gyorsításának következményeit. Az alapesettel egyezően a sebességnövelés átvizsgálási többletköltséggel jár. A hibás termékek gyorsabban hagyják el a rendszert, mely pillanatban új készletezési ciklus kezdődik. Ennek következtében hamarabb kerül új sorozat (benne új selejtes termékekkel) a raktárba, így az átlagos készlet szint nem változik. A gyorsabb átvizsgálás azonban rövidebb ciklusokat eredményez, ezért gyakrabban kell rendelést (termelést) elindítani, így a sorozatkezdési költségelem növekszik. Mivel a több rendelés összességében több jó (és rossz) minőségű termék minősítését teszi lehetővé, ezért a kereslet magasabb arányát tudja kielégíteni a vállalat. Csökken tehát a hátralék mennyisége, így az abból fakadó költség is. A változások nemcsak a költségeket érintik, hiszen növekszik a fogyasztó-kiszolgálás szintje. A gyorsabb munkának köszönhetően ugyanis kevesebb hátralék keletkezik, több kereslet kielégítésére nyílik lehetőség, azaz emelkedik az árbevétel.

A minőség-ellenőrzés gyorsítása eredményezheti azt is, hogy olyan magas ütemben sikerül a vállalatnak jó minőségű termékeket találnia, hogy az kielégítse a keresletet, vagyis ne keletkezzen hátralék. Ugyanez fordítva is igaz, a hátralék nélküli eset is átválthat hátralék keletkezésére, ha az átvizsgálás túlságosan lassú.

#### 3.2.3 A minőség-ellenőrzési sebesség növelésének költségfüggvényei

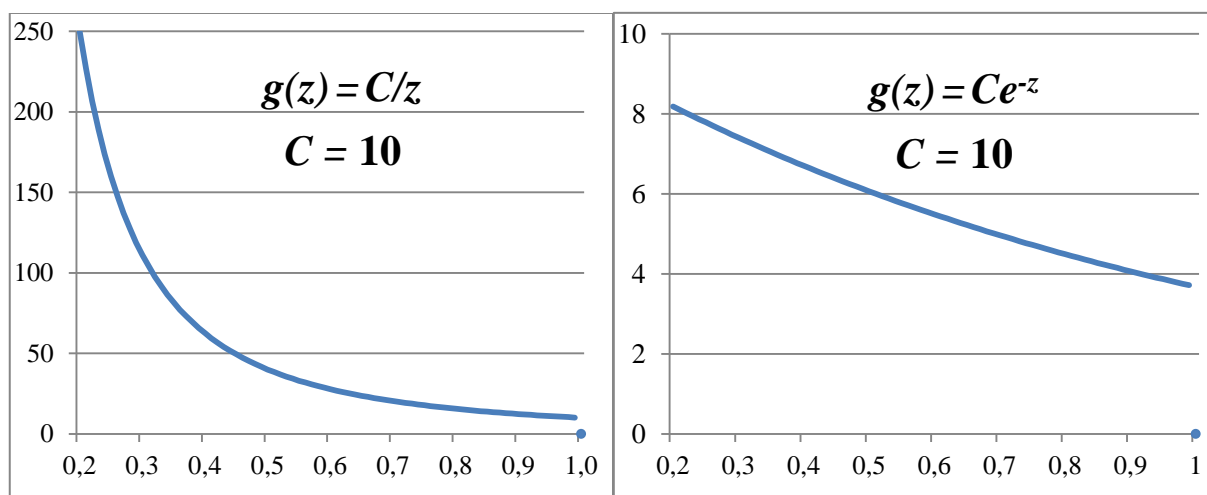
Jelölje a minőség-ellenőrzés sebességét  $x$ , mértékegysége pedig legyen db/nap! Adott napon legalább annyi terméket kell átvizsgálnia a vállalatnak, hogy az aznapi keresletet (jelöljük  $D$ -vel) hibátlan gyártás esetén maradéktalanul ki tudja elégíteni, vagyis  $x \geq D$ . A sebesség minimuma tehát a napi kereslet, és van egy technikai maximuma, hiszen a gyakorlatban nem lehet minden határon túl növelni azt. Az átvizsgálás jelenlegi sebessége  $x_0$ , melynek változatlanul hagyása, illetve csökkentése nem jár többletköltséggel. A minőség-ellenőrzés fix jellegű költségeit beleértjük a sorozatkezdési költségekbe, hiszen ez is minden ciklusban felmerül és független a darabszámtól.

A gyorsabb átvizsgálás értelemszerűen többbe kerül, továbbá minél magasabb szintről növeljük a sebességet, az annál nagyobb erőfeszítéssel jár. A minőség-ellenőrzés növelésének költségfüggvénye tehát konvex növekvő  $x$ -ben. Legyen a napi kereslet és a sebesség hányadosa  $D/x = z$ ! Ekkor  $z$  maximális értéke 1, minimuma pedig egy nullánál



nagyobb szám, azaz  $0 < z \leq 1$ , hiszen a nulla minden határon túl növelt sebességet jelentene. A minőség-ellenőrzés sebességét figyelembe vevő modelljeink (ld. 4. és 5. fejezetek) jobb kezelhetősége szempontjából célszerű a sebesség költségét  $z$  függvényében meghatározni.  $x$  és  $z$  reciprokok viszonya miatt  $g(z)$  függvény konvex csökkenő.

A modelljeinkben használt  $g(z)$  függvényeknek konvex csökkenő tulajdonságát fogjuk kihasználni, bemutatunk azonban három lehetséges függvényformát, melyeket a szemléltető példákban fel fogunk használni. Lehet  $g(z) = C/z$ , melyet  $C = 10$ -re szemléltet a 3-11. ábra bal oldala. A vízszintes tengelyen felmért  $z$  minimuma 0,2, ami a sebesség technikai maximumából adódik. A  $z = 1$ -hez tartozó függvényérték nulla, mivel az átvizsgálás sebességének legalább olyan gyorsnak kell lennie, mint a napi kereslet, az erre a szintre való eljutáshoz tehát nem kellett növelni a sebességet. A konvexitást megtartja, de gyorsabban csökken a  $g(z) = C/z^2$  függvény. Ez azt jelenti, hogy a sebesség adott szintről történő emelése sokkal nagyobb erőfeszítést igényel, mint a  $g(z) = C/z$  függvény esetében. Amennyiben  $g(z) = C/z$  függvényhez képest kisebb meredekségű csökkenést szeretnénk modellezni, úgy alkalmazhatjuk például a  $g(z) = Ce^{-z}$  függvényt (ld. 3-11. ábra jobb oldala).



**3-11. ábra A minőség-ellenőrzési sebesség növelésének két lehetséges költségfüggvénye**

*Forrás: saját szerkesztés*

## 4 EOQ modell a minőség-ellenőrzési sebesség szabad változtatásával

A 3.1.3. szakaszban bemutattam a minőség-ellenőrzési tevékenységet figyelembe vevő EOQ/EPQ modellek legfőbb problémafelvetéseit és eredményeit. A szakirodalmat áttekintve megállapítottam, hogy az optimalizálási probléma megoldása során nem tekintik döntési változónak az átvizsgálási sebességet. A 3.2. szakaszban az új döntési változó bevezetése mellett érveltem, kitérve annak főbb következményeire. Jelen fejezetben Hauck és Vörös (2015) ezen témában írt modelljét mutatom be.

### 4.1 A modell

A vizsgálódás alapja Salameh és Jaber (2000) EOQ modellje (ld. 3.1.3. szakasz), amely feltételezi, hogy a raktárba érkező sorozat minden egyes elemét átvizsgálják. Ez jellemző gyakorlat például az egészségügy számára beszállított termékek (gyógyszerek, gyógyászati segédeszközök, stb.) gyártása esetén. A keresletet kizárólag jó minőségű termékekkel elégítik ki. A selejtnek bizonyult termékek átvizsgálási periódusuk végén, egyszerre hagyják el a raktárhelyiséget. Ennek oka lehet, hogy a magas szállítási költségek miatt gazdaságosabb egyszerre eltávolítani a selejtet, vagy a termékek javítása, újrahasznosítása kötegekben történik. A gyártási probléma felderítéséhez célszerű lehet egyszerre vizsgálni az egy sorozatban előforduló hibákat.

A fentieknek megfelelően a jó minőségű termékek napi keresletét  $D$ -vel jelöljük és konstansnak feltételezzük. A selejtarányt  $p$  valószínűségi változó írja le, a sorozatnagyság pedig  $Q$  mennyiségű termékből áll, ezért az átvizsgálási periódus végén  $Qp$  egység távozik a raktárból. A vállalat naponta  $x$  mennyiségű termék minőségét ellenőrzi. Az átvizsgálási periódus hossza ezek miatt  $Q/x$  nap, míg egy készletezési ciklus  $Q(1-p)/D$  napig tart. Az értekezésben használt jelölések jegyzéke a dolgozat elején, a vii. oldalon található.

Feltételezzük, hogy a vállalat képes növelni a minőség-ellenőrzés sebességét, ezért a modellben a sorozatnagyság ( $Q$ ) mellett  $x$  is döntési változó lesz. Ahogy arra a

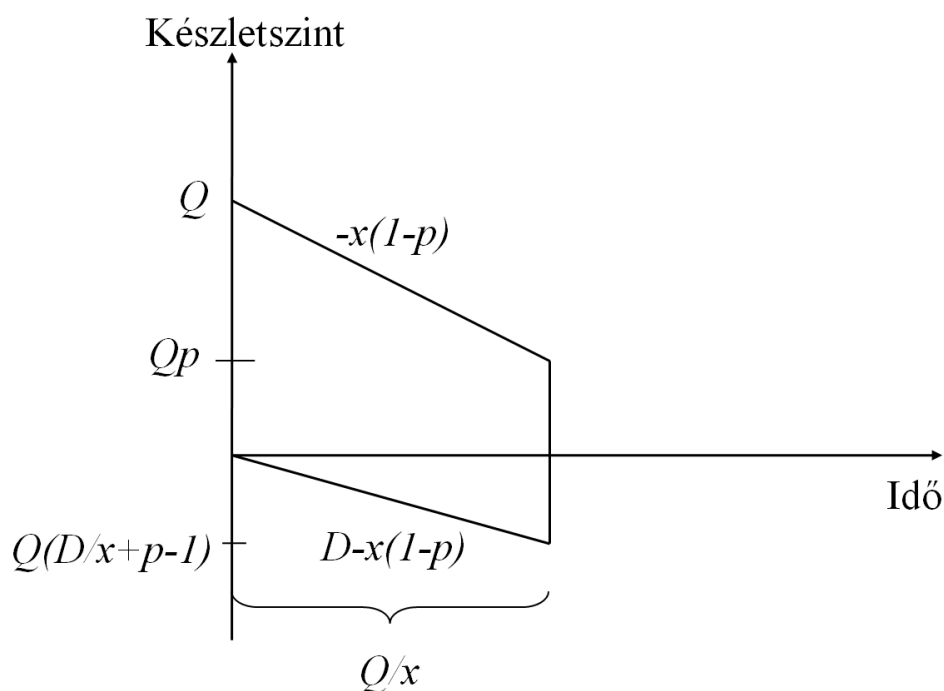
fentiekben utaltunk, nehezen elképzelhető, hogy a  $D \leq x(1 - p)$  feltétel mindig sértetlen marad. Kivétel ez alól, ha a jelenlegi átvizsgálási sebesség,  $x_0$  olyan magas, hogy  $x_0(1 - a) \geq D$  teljesül, ahol  $a$  a selejtarány értékkészletének lehető legmagasabb eleme, vagyis  $a$  fölött a sűrűségfüggvény minden eleme nulla. Amennyiben  $D \leq x(1 - p)$  teljesül, úgy egy készletezési ciklusban a készlettartási költségeket ( $HCC1$ ) a következőképpen számíthatjuk ki:

$$\begin{aligned}
 HCC1(Q, x) &= h \left[ \int_0^{\frac{Q}{x}} ((Q - D)t) dt + \int_{\frac{Q}{x}}^{\frac{Q(1-p)}{D}} (Q(1-p) - Dt) dt \right] = \\
 &= h \frac{Q^2}{2D} (2pz + (1 - p)^2 - z), \quad x_{max} \geq x \geq x_0
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

A (4.1) kifejezés a 3-8. ábra (48. oldal) készletalakulási diagramjának függvény alatti területét összegzi, megszorozva azt a fajlagos készlettartási költséggel ( $h$ ). Az eredményben szereplő  $z$  a korábbiaknak megfelelően a napi kereslet és az átvizsgálási sebesség hányadosa, azaz  $z = D/x$ ,  $x_{max}$  pedig az elérhető legmagasabb átvizsgálási sebesség. A kifejezés értéke függ tehát a minőség-ellenőrzés sebességétől.

Mivel egy készletezési ciklus hossza  $Q(1 - p)/D$ , ezért a selejtarány, illetve a napi kereslet növekedése csökkenti, a sorozatnagyság pedig növeli annak hosszát. Amennyiben nem selejt a teljes sorozat, úgy ez a hossz pozitív. A átvizsgálási sebességtől független a ciklusok hossza és száma, viszont az átvizsgálási periódus hosszán keresztül hatással van a készleten tartott mennyiségre. A gyorsabb minőség-ellenőrzés csökkenti a készlettartási költségeket, így érdemes fontolóra venni, hogy a sebesség növelésének költségeit kompenzálja-e a megtakarítás.

Amennyiben nem áll rendelkezésre megfelelő mennyiségű kifogástalan minőségű termék, úgy hátralék keletkezik. Feltételezzük, hogy a ki nem elégített kereslet nem veszik el – például mert monopolhelyzetben van a vállalat –, emiatt a szakirodalom (pl. Hax és Candea, 1984) alapvetésének megfelelően hátralék halmozódik fel. Készlet és hiány egyszerre vannak jelen a rendszerben, mivel az átvizsgálási periódus végéig a még átvizsgálásra váró – jó minőségű és hibás – termékek készleten vannak. Mivel a kereslet konstans, ezért a  $D \leq x(1 - p)$  feltétel azért nem teljesül, azaz hiány azért keletkezik, mert lassú az átvizsgálási sebesség, magas a selejtarány, vagy mindkettő.



**4-1. ábra Hiány- és készletalakulási diagram  $(1 - z) < p$  esetén**

*Forrás: Hauck és Vörös (2015) alapján saját szerkesztés*

A 4-1. ábra vízszintes tengely feletti része a még át nem vizsgált termékek mennyiségét mutatja adott időpillanatban, míg a vízszintes alatt a felhalmozódó hátralék mennyisége látható. Az átvizsgálási periódus végéig  $Q(D/x + p - 1)$  mennyiségű hátralék keletkezik, melyet a készletezési ciklus végén egy 100%-ban jó minőséget garantáló beszállító pótol. Lee et al. (2000) ötletét követve Vörös (2013) ugyanezt a megközelítést alkalmazta, a hiány pótlására büntető költségeket számolva fel a modellekben. Hasonló ehhez Jaber et al. (in press) koncepciója, akik helyi alvállalkozó bevonásával magasabb költségek mellett kielégített keresletet feltételeznek.

Ahogy azt a 4-1. ábra készletalakulási diagramjának meredeksége jelzi, a készlet szint naponta annyival csökken, ahány jó minőségű terméket aznap az átvizsgálás során találtak, vagyis  $x(1 - p)$  mennyiséggel. Mivel ez kevesebb a napi keresletnél, ezért  $D - x(1 - p)$  hiány is keletkezik naponta, ami  $Q/x$  nap alatt  $Q(D/x + p - 1)$  mennyiséget jelent, melyet a beszállító a  $Q/x$  időpontban pótol. Ebben az időpontban távozik a selejt is a raktárból, ezzel az átvizsgálási és a készletezési ciklus egyszerre ér véget. Egy ciklusban  $HCC2$  készlettartási és  $BCC2$  hátralék költség keletkezik, ahol  $b$  a hátralék fajlagos költségét jelöli:

$$HCC2(Q, x) = h \left[ \int_0^{Q/x} (Q - x(1-p)t) dt \right] = h \frac{Q^2}{2D} (1+p)z \quad (4.2a)$$

$$BCC2(Q, x) = b \left[ \int_0^{\frac{Q}{x}} (D - x(1-p)) t dt \right] = b \frac{Q^2}{2D} (z^2 - z(1-p)), \quad (4.2b)$$

$$x_{max} \geq x \geq x_0$$

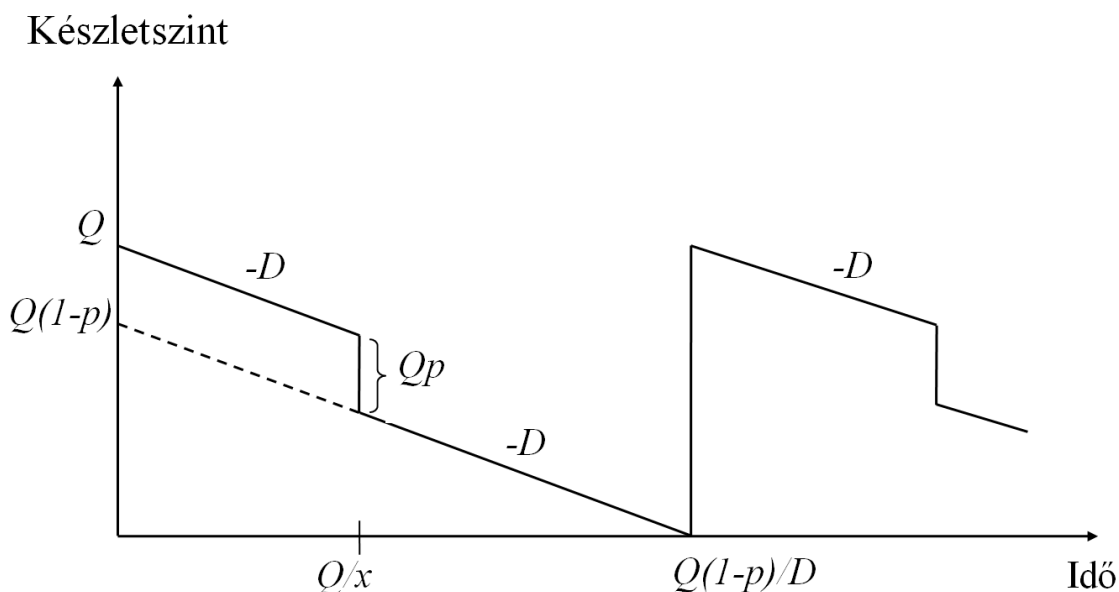
A 4-1. ábrának, valamint a (4.2a) és (4.2b) kifejezéseknek megfelelően a minőség-ellenőrzési sebesség növelése csökkenti a készlettartási és a hátralékkal kapcsolatos költségeket. A készletezési és az átvizsgálási ciklus egybeesik, azok hossza  $Q/x$ , melyet az átvizsgálási sebesség növelése csökkent. A rövidebb ciklusok azonban több periódust, emiatt több sorozatkezdési költséget jelentenek.

## 4.2 A minőség-ellenőrzési sebesség növelése EOQ modellekben

A szakirodalmi áttekintésben láttuk, hogy a hibás termékek előfordulását megengedő modelleket Vörös (2013) alapján két csoportra oszthatjuk. Az egymással összefüggő ciklusok koncepciója jellemző Salameh és Jaber (2000) modelljére, melyben minden periódusban ugyanúgy viselkedik a rendszer, ahogy az az elsőben kialakult. Az egymástól független ciklusok Maddah és Jaber (2008) logikáján alapulnak, mely szerint minden periódus végén egy, a többitől független ciklus kezdődik. Mivel a ciklusok hossza függ a selejtaránytól, ezért a szerzőpáros a ciklusok hosszának várható értékét javasolja alkalmazni. Az átvizsgálási sebesség növelésének hatása különbözik a két eltérő megközelítésű modellben, ezért azokat külön vizsgáljuk.

### 4.2.1 A minőség-ellenőrzési sebesség növelése egymással összefüggő ciklusokban

Az egymással összefüggő ciklusok koncepciója értelmében ebben a szakaszban feltételezzük, hogy a rendszer az első periódusban felveszi a  $p$  selejtaránynak megfelelő állapotot, amely a következő ciklusokban ismétlődik. Ha tehát kezdetben olyan volt a selejtarány, hogy  $D \leq x(1-p)$  feltétel teljesült, azaz nem keletkezett hátralék, akkor ez így is marad a további ciklusokban (ld. 4-2. ábra). Amennyiben azonban  $D > x(1-p)$  érvényes, úgy keletkezik hátralék (ld. 4-4. ábra, 63. oldal).

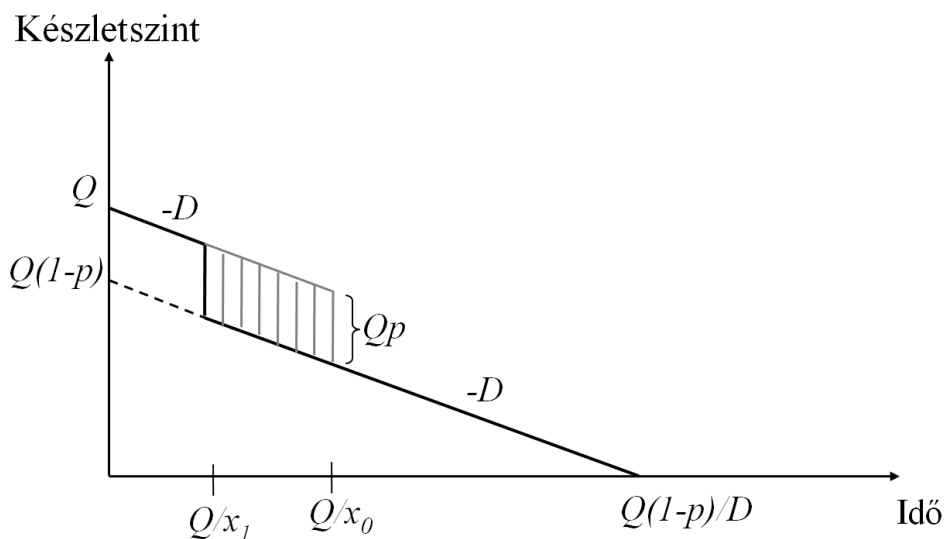


**4-2. ábra Összefüggő ciklusok készletalakulási diagramja  $(1 - z) \geq p$  esetén**

*Forrás: Hauck és Vörös (2015) alapján saját szerkesztés*

A 4-2. ábra készletalakulási diagramját tekintve, ha  $(1 - z) \geq p$ , akkor a ciklus hossza  $Q(1 - p)/D$ , és mivel  $0 < z = D/x$ , ezért nem fordulhat elő, hogy a teljes sorozat hibás, vagyis  $p < 1$ . A ciklushosszból következően, ha egy éves időhorizonton tervezünk, úgy egy évben  $ND/Q(1 - p)$  ciklus lesz, ahol  $N$  az egy évben ledolgozott munkanapok száma. Az éves sorozatkezdési költség tehát  $sND/Q(1 - p)$ , ahol  $s$  egy rendelés feladásának költsége. Az éves készlettartási költség pedig a korábban kiszámított egy ciklusra jutó készlettartási költség ( $HCC1$ ) és a ciklusok számának szorzata, vagyis  $\frac{ND}{Q(1-p)} HCC1(Q, x) = \frac{ND}{Q(1-p)} [hQ^2(2pz + (1 - p)^2)/2D] = \frac{NhQ}{2(1-p)} (2pz + (1 - p)^2)$ .

A 3.2. szakaszban foglalkoztunk a minőség-ellenőrzési sebesség növelésének lehetőségeivel, lehetséges hatásaival, valamint költségeivel. A 4-3. ábra bemutatja, hogy a minőség-ellenőrzési sebességet  $x_0$ -ról  $x_1$ -re növelve az átvizsgálási periódus korábban,  $Q/x_1$  időpontban ér véget, így a selejt hamarabb távozik a raktárból. A ciklus készlet szintje a bevonalkázott rész területével csökken. A periódus hossza nem változik, így a sorozatkezdések száma és költsége sem, viszont felmerül a sebesség növelésének költsége.



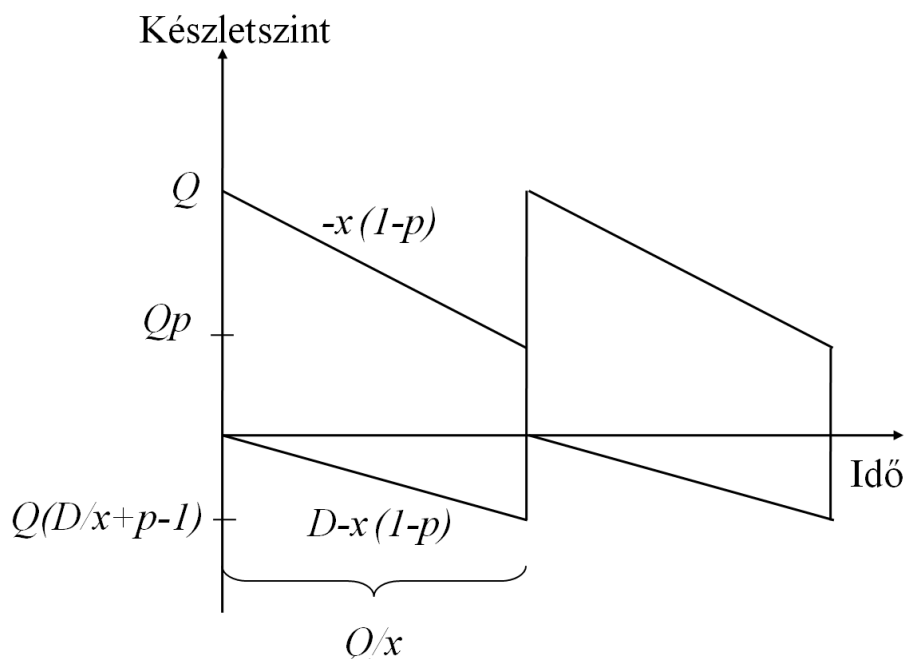
**4-3. ábra Készletalakulási diagram a minőség-ellenőrzési sebesség növelése ( $x_1 > x_0$ ) és  $(1 - z) \geq p$  esetén**  
 Forrás: saját szerkesztés

A  $g(z)$ -vel jelölt költségfüggvény azt mutatja meg, hogy az átvizsgálási sebesség  $x_0$ -ról  $x$  szintre történő növelése naponta mennyibe kerül a vállalatnak. Feltételezzük, hogy  $g(z)$  konvex csökkenő,  $g(z_0) = 0$  és  $z_{max} = D/x_0$ . Egy ciklusban  $Q/x$  napig merül fel ez a költségelem, ezért az átvizsgálási sebesség  $x_0$ -ról  $x$ -re történő növelése éves szinten  $\frac{ND}{Q(1-p)}(Q/x)g(z) = zg(z)ND/(1-p)$  költségbe kerül.

$TC1$  a sorozatkezdés, a készlettartás és a minőség-ellenőrzési sebesség növelésének összköltségét jelöli  $(1 - z) \geq p$  esetére:

$$TC1(Q, z) = \frac{ND}{Q(1-p)}s + \frac{NhQ}{2(1-p)}(2zp + (1-p)^2) + \frac{N}{1-p}zg(z) \quad (4.3a)$$

Tekintsük most a hátralék keletkezésének esetét, azaz legyen  $(1 - z) < p$ ! Ahogy a 4-4. ábra is mutatja, egy ciklus hossza  $Q/x$ , ami éves szinten  $Nx/Q$  számú periódust, azaz  $sNx/Q$  sorozatkezdési költséget jelent. A (4.2a) és (4.2b) kifejezések alapján az éves készlettartási, illetve hátralék költségek szintje rendre  $(Nx/Q) \cdot HCC2(Q, x) = (Nx/Q)((hQ^2(1+p)z)/2D) = NxhQ(1+p)z/2D$  és  $(Nx/Q) \cdot BCC2(Q, x) = (Nx/Q)(bQ^2(z^2 - z(1-p))/2D) = NxbQ(z^2 - z(1-p))/2D = NbQ(z + p - 1)/2$ .



**4-4. ábra** Összefüggő ciklusok hiány- és készletalakulási diagramja  $(1 - z) < p$  esetén

*Forrás:* Hauck és Vörös (2015) alapján saját szerkesztés

Az átvizsgálási sebesség növelésének éves költsége  $(Nx/Q)(Q/x)g(z) = Ng(z)$ , mivel hátralék keletkezése esetén minden nap történik átvizsgálás.  $TC2$  a sorozatkezdés, a készlettartás, a hiánypótlás és a minőség-ellenőrzési sebesség növelésének összköltségét jelöli  $(1 - z) < p$  esetére:

$$TC2(Q, z) = \frac{ND}{zQ} s + \frac{NhQ}{2}(1 + p) + \frac{NbQ}{2}(z + p - 1) + Ng(z) \quad (4.3b)$$

Az éves összköltséget  $TC$ -vel jelölve azt az összefüggést fogalmazhatjuk meg, hogy:

$$TC(Q, z) = \begin{cases} TC1(Q, z) & \text{ha } 0 \leq p \leq 1 - z \\ TC2(Q, z) & \text{ha } 1 - z < p \leq 1 \end{cases}$$

Ebből következően az éves összköltség várható értéke

$$ETC(Q, z) = \int_0^{1-z} TC1(Q, z)f(p)dp + \int_{1-z}^1 TC2(Q, z)f(p)dp, \quad (4.4)$$

ahol  $f(p)$  a selejtarány sűrűségfüggvényét jelöli. A (4.4) egyenlet elemeit részletesen kiírva, valamint mindkét oldalt  $N$ -nel leosztva kapjuk, hogy

$$ETC(Q, z)/N = \int_0^{1-z} \left[ \frac{sD}{Q(1-p)} + \frac{hQ}{2(1-p)}(2pz + (1-p)^2) + \frac{zg(z)}{1-p} \right] f(p)dp + \int_{1-z}^1 \left[ \frac{sD}{zQ} + \frac{hQ}{2}(1+p) + \frac{bQ}{2}(z+p-1) + g(z) \right] f(p)dp,$$



melyet átalakítva a következő optimalizálási probléma adódik:

$$\min_{Q,z} ETC(Q, z)/N = \min_{Q,z} [sS(z)D/Q + (H(z) + B(z))Q/2 + G(z)], \quad (4.5)$$

feltéve, hogy  $Q > 0$  és  $z_{max} \geq z \geq z_{min}$ ,

ahol

$$S(z) = \int_0^{1-z} (1/(1-p))f(p)dp + \int_{1-z}^1 (1/z)f(p)dp \quad (4.5a)$$

$$H(z) = h \left[ \int_0^{1-z} (-2p - 2z + 2z/(1-p))f(p)dp + 1 + E(p) \right] \quad (4.5b)$$

$$B(z) = b \int_{1-z}^1 (z+p-1)f(p)dp \quad (4.5c)$$

$$G(z) = \int_0^{1-z} (zg(z)/(1-p))f(p)dp + \int_{1-z}^1 g(z)f(p)dp \quad (4.5d)$$

$$1 \geq D/x_0 = z_{max} \text{ és } z_{min} = D/x_{max} \quad (4.5e)$$

Mivel  $x_0$  a jelenlegi átvizsgálási sebességet jelöli, ezért annak elérése nem jár sebességnövelési költséggel, emiatt  $G(z_{max}) = 0$ .

**4.1. tétel A (4.5a-c) kifejezések a 4-1. táblázatban feltüntetett tulajdonságokkal rendelkeznek.**

**4-1. táblázat  $S(z)$ ,  $H(z)$  és  $B(z)$  tulajdonságai a két kitüntetett intervallumon**

*Forrás: Hauck és Vörös (2015)*

	$S(z)$	$H(z)$	$B(z)$
$0 < z < (1 - a)$	konstans pozitív	lineáris növekvő; kezdő értéke: $H(0) = h(1 - E(p))$	nulla
$(1 - a) \leq z \leq 1$	csökkenő; konkáv, majd konvexre válthat; $S(1) = 1$	konkáv növekvő; $H(1) = h(1 + E(p))$ - ben végződik	konvex növekvő, $B(1) = bE(p)$

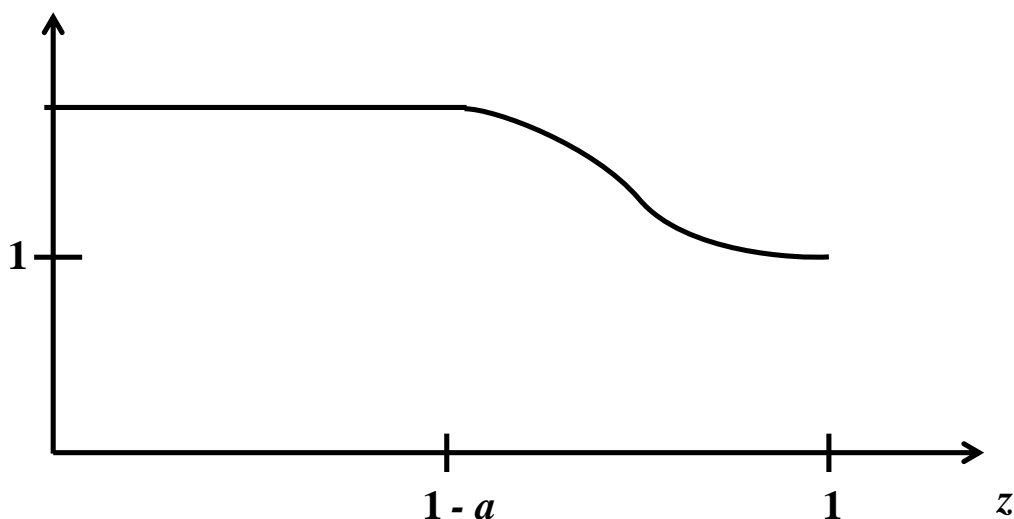
A fenti tulajdonságok megállapításához felhasználjuk az alábbi deriválási szabályt:

$$\frac{d}{dz} \int_{k(z)}^{l(z)} m(z, p) dp = l_z \cdot m(z, l(z)) - k_z \cdot m(z, k(z)) + \int_{k(z)}^{l(z)} m_z(z, p) dp,$$

ahol  $l_z = dl/dz$ .

A (4.5a) kifejezés első és második deriváltja rendre  $S_z = -\int_{1-z}^1 \frac{1}{z^2} f(p) dp$ ,  
valamint  $S_{zz} = 2 \int_{1-z}^1 \frac{1}{z^3} f(p) dp - \frac{1}{z^2} f(1-z)$ . Mivel  $a$  a lehetséges legmagasabb

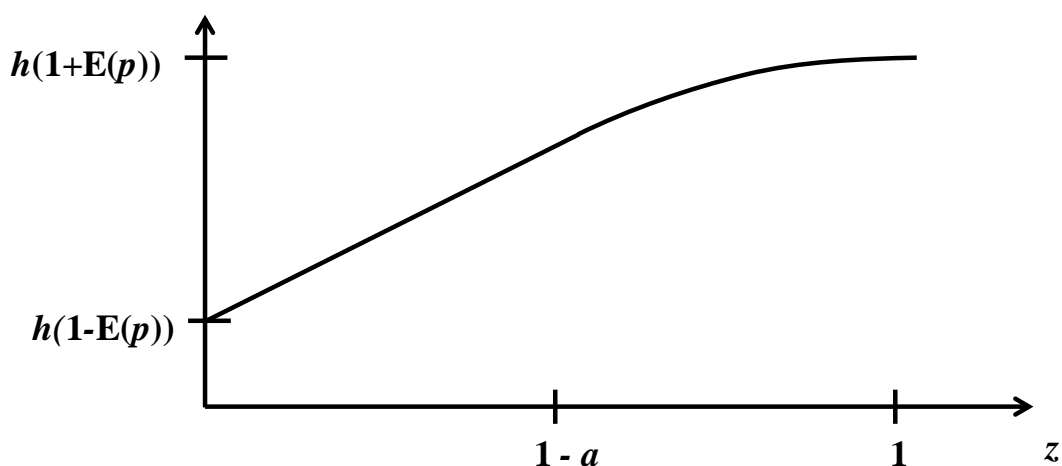
selejtarány, ezért  $z < 1 - a$  esetén  $S_z = 0$ , vagyis  $S(z)$  konstans, továbbá a  $z \geq 1 - a$  intervallumon  $S_z < 0$ , azaz  $S(z)$  csökken. A  $z = 1 - a$  helyen  $S_{zz} = -f(a)/(1 - a^2)$ , ezért  $S_{zz} < 0$ , vagyis a függvény konkáv módon csökken.  $z = 1$  helyen  $S_{zz} = 2 - f(0)$ , ami  $f(0) < 2$  esetén pozitív, azaz  $S(z)$  függvény konvex,  $f(0) > 2$ -re pedig negatív, azaz  $S(z)$  konkáv. Amennyiben  $p$  egyenletes eloszlást követ, és  $a > 0,5$ , akkor  $S(z)$  kezdetben konkáv, majd konvexre vált át. Ha a selejtarány várható értéke 25% alatti ( $a < 0,5$ ), akkor  $S(z)$  konkáv módon csökken a teljes  $(1 - a) \leq z \leq 1$  intervallumon.  $S(z)$  függvény egy lehetséges alakját mutatja a 4-5. ábra. A függvény  $z = 1$ -ben  $S(z) = 1$  értéket veszi fel.



4-5. ábra  $S(z)$  függvény egy lehetséges alakja

Forrás: Hauck és Vörös (2015)

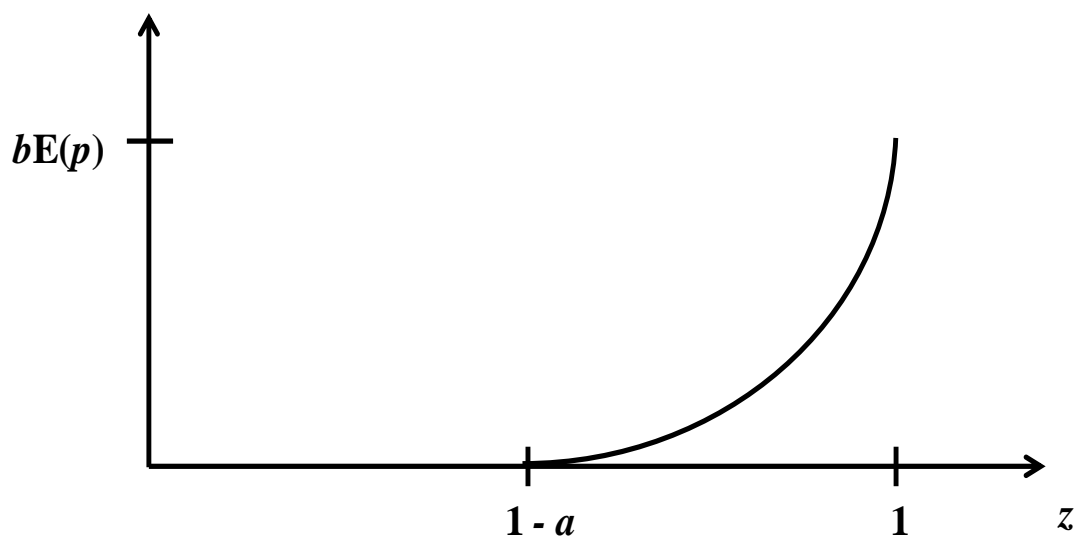
A (4.5b) kifejezés első deriváltja  $H_z = h \int_0^{1-z} \left(-2 + \frac{2}{1-p}\right) f(p) dp$ , ezért ha  $a < 1 - z$ , azaz  $z < 1 - a$ , akkor  $H_z$  konstans és pozitív, ezért  $H(z)$  lineáris növekvő. Ennek megfelelően a második derivált  $H_{zz} = h(-2 + 2/z) \cdot f(1 - z)$  nulla értéket vesz fel ezen az intervallumon, ugyanis  $f(1 - z) = 0$ . Az  $1 - a < z$  intervallumon  $f(1 - z)$  pozitív, így  $H_{zz}$  negatív. Következésképpen a második intervallumon  $H(z)$  konkáv növekvő.  $H(z)$  függvény alakját mutatja be a 4-6. ábra. A  $z = 0$  elméleti és  $z = 1$  lehetséges helyeken felvett értékek egyszerű behelyettesítéssel adódnak, nevezetesen  $H(0) = h(1 - E(p))$ , valamint  $H(1) = h(1 + E(p))$ .



**4-6. ábra  $H(z)$  függvény alakja**

*Forrás: Hauck és Vörös (2015)*

A (4.5c) kifejezésből közvetlenül következik, hogy a  $z < 1 - a$  intervallumon  $B(z) = 0$ . Az első és második derivált rendre  $B_z = b \int_{1-z}^1 f(p) dp$  és  $B_{zz} = bf(1-z)$ . Tekintve, hogy  $1 - a < z$  esetén  $B_z > 0$  és  $B_{zz} > 0$ , ezért  $B(z)$  konvex növekvő. A függvény alakját a 4-7. ábra mutatja be. A  $z = 1$  helyen felvett értékre egyszerű behelyettesítéssel adódik, hogy  $B(1) = bE(p)$ .



**4-7. ábra  $B(z)$  függvény alakja**

*Forrás: Hauck és Vörös (2015)*

**4.2. tétel** A (4.5) modellnek minden  $z$ -re egy megoldása létezik, ez a

$$Q_{opt}(z) = \sqrt{2sD} \sqrt{S(z)/(H(z) + B(z))}, \quad (4.6a)$$

és az éves várható összköltség minimumát a következő összefüggés segítségével határozhatjuk meg:

$$\min_z ETC(z)/N = \sqrt{2sD} \sqrt{S(z)(H(z) + B(z))} + G(z) \quad (4.6b)$$

feltéve, hogy  $z_{max} \geq z \geq z_{min}$ .

A (4.5) egyenletből adódóan  $\partial ETC/\partial Q = -sS(z)D/Q^2 + (H(z) + B(z))/2$ , melyet nullával egyenlővé téve kapjuk a (4.6a) összefüggést. A második derivált pozitív, ezért  $Q_{opt}(z)$  valóban a minimumra utal. (4.6a)-t a (4.5)-be visszahelyettesítve (4.6b) adódik.

**4.3. tétel** Az  $S(z)(H(z) + B(z))$  kifejezés lineáris és növekvő a  $0 < z \leq 1 - a$  intervallumon, a  $z = 1$  pontban pedig csökkenő, ha  $(b - h)/(b + h) < E(p)$ , és növekvő, ha  $(b - h)/(b + h) > E(p)$ , ahol  $E(p)$  a selejtarány várható értékét jelöli.

A  $0 < z \leq 1 - a$  intervallumon az  $S(z)$  függvény konstans,  $H(z)$  lineáris és növekvő,  $B(z)$  pedig nulla, ezért  $S(z)(H(z) + B(z))$  szorzat lineárisan növekszik. Az  $1 - a \leq z \leq 1$  intervallumon ugyanakkor nem ilyen egyértelmű a helyzet. Az első derivált  $\partial S(H + B)/\partial z = S_z(H + B) + S(H_z + B_z)$ , ahol

$$S_z = - \int_{1-z}^1 \frac{1}{z^2} f(p) dp, \text{ ezért } S_z(1) = -1;$$

$$H_z = h \int_0^{1-z} \left(-2 + \frac{2}{1-p}\right) f(p) dp, \text{ ezért } H_z(1) = 0;$$

$$B_z = b \int_{1-z}^1 f(p) dp, \text{ ezért } B_z(1) = b.$$

Felhasználva, hogy  $H(1) = h(1 + E(p))$ ,  $B(1) = bE(p)$  és  $S(1) = 1$ , a  $z = 1$  helyen  $\partial S(H + B)/\partial z = -h(1 + E(p)) - bE(p) + b$ . Az első derivált tehát negatív, ha  $(b - h)/(b + h) < E(p)$ , vagyis az egyenlőtlenség teljesülése esetén  $z = 1$ -ben a szorzat csökkenő. Pozitív az első derivált, ha az egyenlőtlenség a másik irányban teljesül. A  $z = 1$  helyen tehát növekvő a kifejezés, ha  $(b - h)/(b + h) > E(p)$ . Mivel az intervallum többi

pontjában nem tudunk egyértelmű megállapításokat tenni az  $S(z)(H(z) + B(z))$  szorzat tulajdonságairól, ezért három, különböző viselkedést szemléltető példát mutatunk be. A számítások és az ábrák Excel segítségével készültek.

**4.1a. példa** Legyen  $p$  eloszlása egyenletes a  $[0, a]$  intervallumon! A sűrűségfüggvény ezért

$$f(p) = \begin{cases} 1/a & \text{ha } 0 \leq p \leq a \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$$

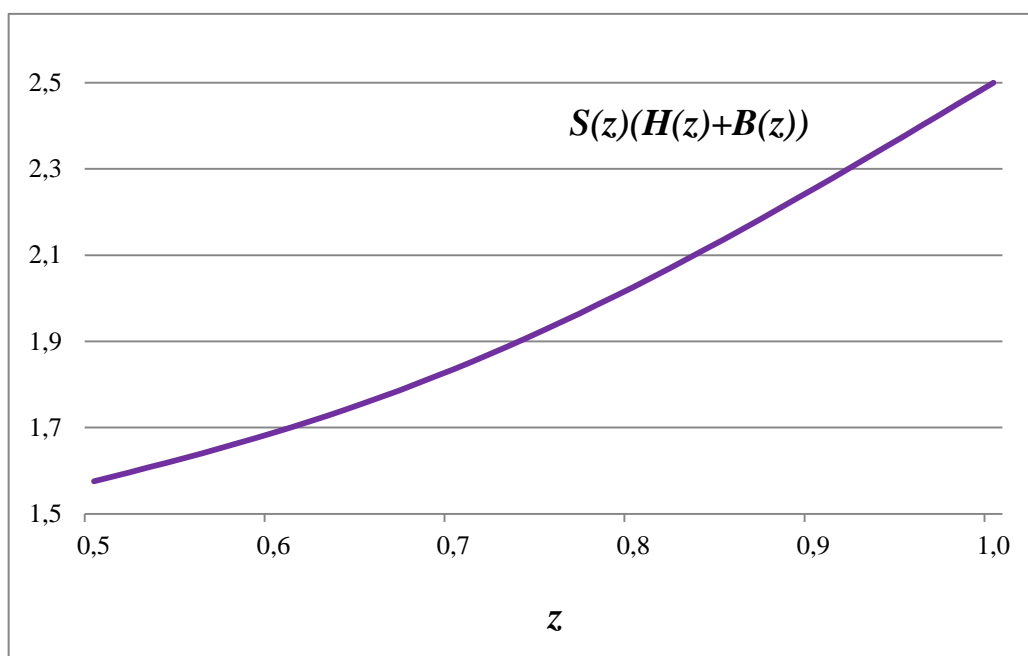
Az  $1 - z \leq a$  intervallumon ekkor

$$S(z) = (-\ln z + a/z - 1/z + 1)/a,$$

$$H(z) = h[(z^2 - 1 - 2z \ln z)/a + 1 + a/2],$$

$$B(z) = b(za + a^2/2 - a - z + z^2/2 +)/a.$$

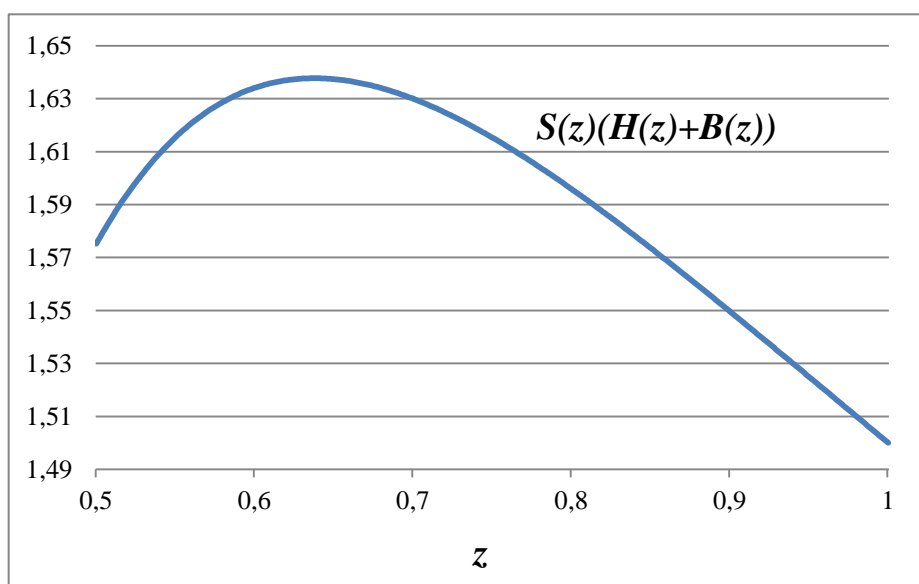
Legyen  $a = 0,5$ ,  $h = 1$  és  $b = 5$ ! Az  $S(z)(H(z) + B(z))$  kifejezés a  $[0,5, 1]$  intervallumon ekkor a 4-8. ábrán látható alakot vesz fel. Mivel  $a = 0,5$  és az eloszlás egyenletes, ezért a selejtarány várható értéke  $E(p) = a/2 = 0,25$ , ami kisebb a  $(b - h)/(b + h) = 2/3$  hányadosnál. A  $z = 1$  helyen tehát a függvény növekvő.



**4-8. ábra** Az  $S(z)(H(z) + B(z))$  szorzat értékei az  $1 - z \leq a$  intervallumon,  $(b - h)/(b + h) > E(p)$  esetén  
 Forrás: Hauck és Vörös (2015)

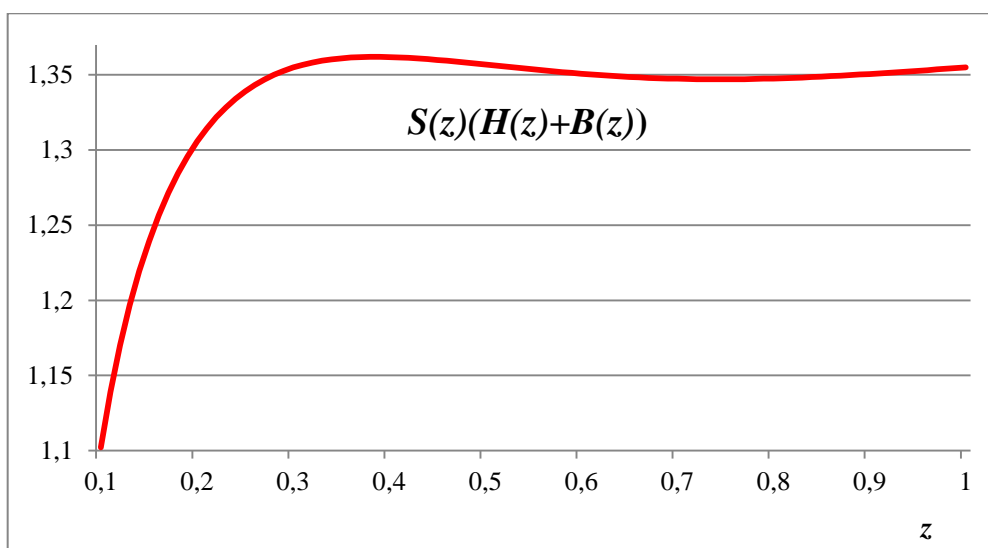
**4.1b. példa** Tekintsük a 4.1a. példát, azzal a különbséggel, hogy legyen  $b = 1$ ! Egységnyi készlet tartása ekkor ugyanannyiba kerül, mint egységnyi kereslet ki nem elégítése. Mivel  $a = 0,5$  nem változott, ezért  $E(p) = 0,25$  is változatlan. A várható értékhez hasonlított hányados azonban 0-ra módosult. A  $z = 1$  helyen csökkenésre utaló egyenlőtlenség lesz tehát érvényben:  $(b - h)/(b + h) < E(p)$ . Ahogy az az  $S(z)(H(z) + B(z))$  kifejezés alakját jelen példára bemutató 4-9. ábra is látszik, a vizsgált periódus elején a függvény növekvő, majd egyhez közeledve csökkenő monotonitást mutat.

A  $0 < z < 0,5$  intervallumon 4.1a. és 4.1b. példa esetén is  $S(z)(H(z) + B(z)) = (-2\ln 0,5)(0,75 - 2z - 4z\ln 0,5)$ , ami a 4.3. tételnek megfelelően lineáris és növekvő.



**4-9. ábra** Az  $S(z)(H(z) + B(z))$  szorzat értékei az  $1 - z \leq a$  intervallumon,  $(b - h)/(b + h) < E(p)$  esetén  
 Forrás: Hauck és Vörös (2015)

**4.1c. példa** Legyen  $p$  eloszlása egyenletes,  $a = 0,9$ ,  $h = 0,5$  és  $b = 1,4$ ! A 4-10. ábra alapján a  $[0,1, 1]$  intervallumon  $S(z)(H(z) + B(z))$ -nek lehet lokális minimum és maximum pontja egyaránt.



**4-10. ábra** Az  $S(z)(H(z) + B(z))$  szorzat értékei az  $1 - z \leq a$  intervallumon,  $(b - h)/b + h > E(p)$  esetén  
 Forrás: Hauck és Vörös (2015)

Az  $S(z)(H(z) + B(z))$  függvény változó viselkedése onnan ered, hogy a minőség-ellenőrzési sebesség növelésének hatása több irányú. A sebességet növelve az  $a < 1 - z$  intervallumon a készlettartási költségek csökkenését eredményezi, mivel hátralék nem keletkezik, a ciklushossz pedig változatlan marad. Az  $1 - z < a$  intervallumon ugyanakkor van hátralék, melynek átlagos szintje, így költségvonzata csökken az átvizsgálási sebesség növelésével. A készlettartási költségek is csökkennek, a sorozatkezdésért azonban gyakrabban, ezért többet kell fizetni. A  $h$ ,  $b$  és  $E(p)$  egymáshoz képesti szintjétől függően egészen eltérő összhatas alakulhat ki.

Tegyük fel, hogy  $z_{min} < 1 - a < z_{max}$ ! A (4.6b) által definiált  $ETC(z)$  minimumának  $z_{min} \leq z \leq z_{max}$  feltétel mellett történő megtalálásához a következő lépéseket kell tennünk:

### Algoritmus

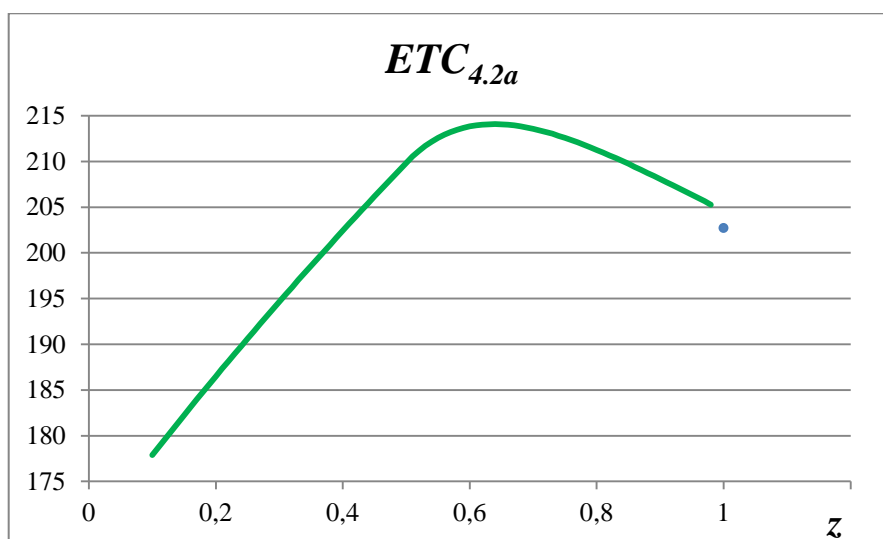
1. Kiszámítjuk  $ETC(z_{max})$  értékét, és legyen  $K = ETC(z_{max})$ , valamint  $z_{opt} = z_{max}$ .
2. Tekintsük az  $\partial ETC(z)/\partial z$  deriváltat a (4.5a-e) összefüggések érvényessége mellett az  $1 - z \leq a$  intervallumon! Megnézzük, hogy az  $\partial ETC(z)/\partial z = 0$  elsőrendű feltételnek létezik-e megoldása az  $[1 - a, z_{max}]$  intervallumon, és az minimumpont-e. Ha van minimum ezen az intervallumon, akkor jelölje  $z_{opt1}$ !

Az  $ETC(z_{opt1})$  érték kiszámítása után megvizsgáljuk, hogy  $ETC(z_{opt1}) < K$  teljesül-e. Ha igen, akkor legyen  $z_{opt} = z_{opt1}$ ! Amennyiben nincs minimum az intervallumon, akkor kiszámítjuk  $ETC(1 - a)$  értékét. Ha  $ETC(1 - a) < K$ , akkor legyen  $K = ETC(1 - a)$  és  $z_{opt} = 1 - a$ !

3. Tekintsük az  $\partial ETC(z)/\partial z$  deriváltat a (4.5a-e) összefüggések érvényessége mellett az  $a < 1 - z$  intervallumon! Megnézzük, hogy az  $\partial ETC(z)/\partial z = 0$  elsőrendű feltételnek létezik-e megoldása a  $[z_{min}, 1 - a)$  intervallumon, és az minimumpont-e. Ha van minimum ezen az intervallumon, akkor jelölje  $z_{opt2}$ ! Az  $ETC(z_{opt2})$  érték kiszámítása után megvizsgáljuk, hogy  $ETC(z_{opt2}) < K$  teljesül-e. Ha igen, akkor legyen  $z_{opt} = z_{opt2}$ . Amennyiben nincs minimum az intervallumon, akkor kiszámítjuk  $ETC(z_{min})$  értékét. Ha  $ETC(z_{min}) < K$ , akkor legyen  $K = ETC(z_{min})$  és  $z_{opt} = z_{min}$ !
4.  $K$  értéke megmondja az éves készletezéssel kapcsolatos összköltség minimumát. Az optimális minőség-ellenőrzési sebesség pedig  $x_{opt} = D/z_{opt}$  összefüggésből adódik. A kapott értéket a (4.6a)-ba helyettesítve megkapjuk a gazdaságos sorozatnagyság,  $Q_{opt}$  szintjét.

**4.2a. példa** Legyen  $z < z_{max}$  mellett  $g(z) = Ce^{-z}$ , valamint  $g(z_{max}) = 0$ ,  $z_{max} = 1$  és  $z_{min} = 0,1$ . A selejtarány eloszlása az előző példákkal összhangban egyenletes,  $a = 0,5$ , továbbá  $b = h = 1$  és  $C = 5$ . Az összköltség a (4.6b) összefüggés két tagjának összegéből adódik. Az összköltségfüggvényt a 4-11. ábra mutatja. A feltüntetett értékek kiszámításához felhasználtuk a Salameh és Jaber (2000) által javasolt  $s = 100$ , valamint  $D = 137$ db/nap feltételeket. Az ábráról leolvasható, hogy  $ETC$  minimuma a  $z_{min} = 0,1$  helyen van. Az  $1 - a \leq z$  intervallumon két lokális minimumpont van, a  $z_{max} = 1$  és a  $z = 1 - a$  helyeken, melyek közül  $ETC(z_{max})$  értéke alacsonyabb.  $ETC$  azonban növekvő a  $[z_{min}, 1 - a]$  intervallumon, és  $ETC(z_{min}) < ETC(z_{max})$ . Az összköltség várható értékének minimuma  $177,89N$ , és  $z_{min} = 0,1$ -re a gazdaságos sorozatnagyság  $Q_{opt} = 214$ .



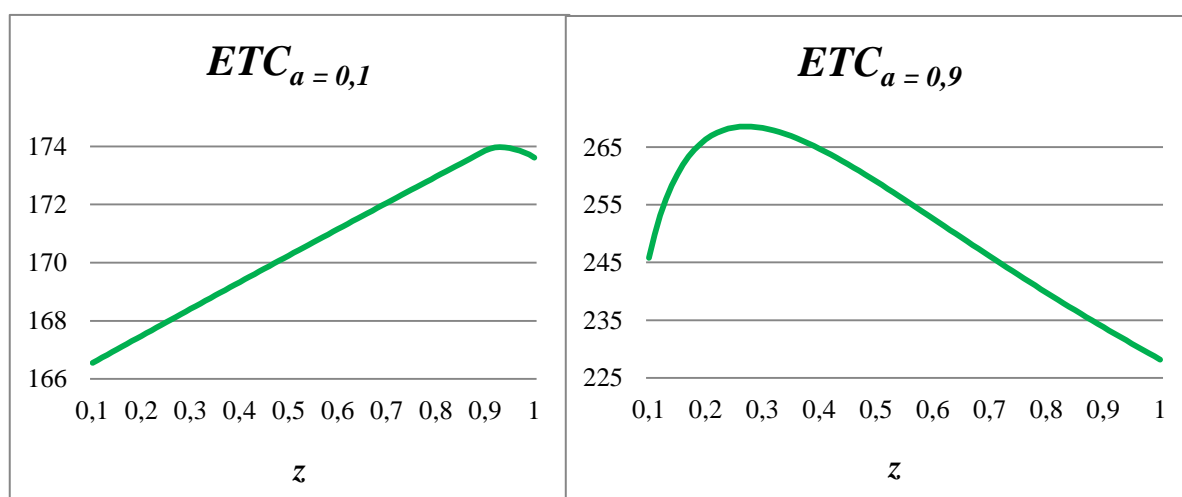


4-11. ábra A 4.2a. példa összköltségének várható értéke

$$(g(z) = Ce^{-z}, g(z_{max}) = 0, z_{max} = 1, z_{min} = 0,1, C = 5, a = 0,5, h = 1, b = 1, s = 100, D = 137)$$

Forrás: Hauck és Vörös (2015)

**4.2b. példa** Megmutatjuk, hogy a selejtarány pozitív valószínűség szerint felvehető legmagasabb értéke ( $a$ ) is jelentős hatással van  $ETC$  függvény alakjára. A 4.2a. példa adatait annyiban módosítjuk, hogy a szemléletesebb ábrázolás érdekében  $C = 0,1$ , és összehasonlítunk egymással egy alacsony ( $a = 0,1$ ) és egy magas ( $a = 0,9$ )  $a$  érték mellett adódó függvénygörbét. A 4-12. ábra bemutatja, hogy az alacsony  $a$ -ra az optimum a  $z_{min} = 0,1$  helyen, míg a magas  $a$ -ra a  $z_{max} = 1$  helyen adódik.



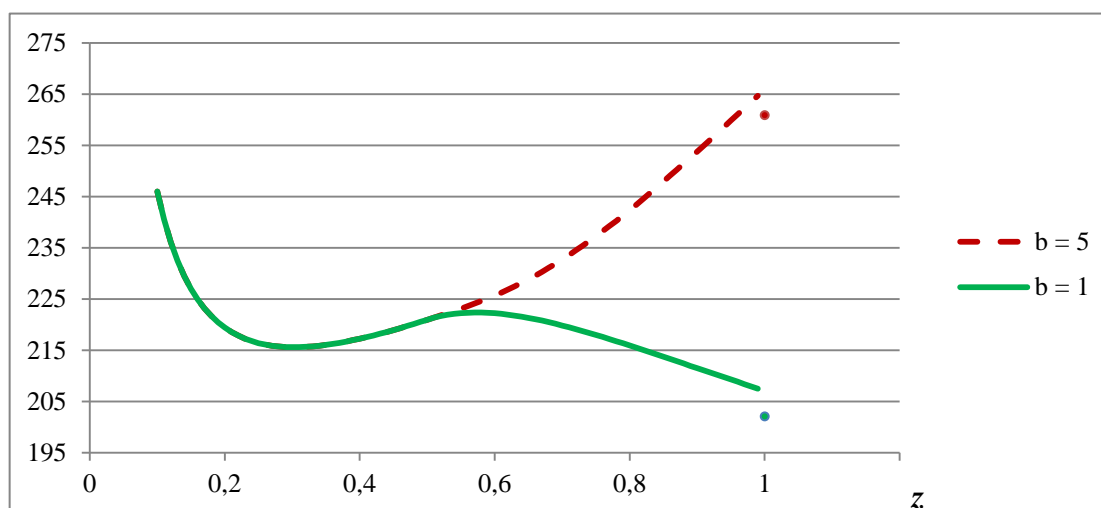
4-12. ábra A 4.2b. példa összköltségének várható értéke,  $a$  két különböző értéke mellett

$$(g(z) = Ce^{-z}, g(z_{max}) = 0, z_{max} = 1, z_{min} = 0,1, C = 0,1, h = 1, b = 1, s = 100, D = 137)$$

Forrás: Hauck és Vörös (2015)

#### 4. EOQ modell a minőség-ellenőrzési sebesség szabad változtatásával

**4.2c. példa** A 4.2a. példát tekintjük, az átvizsgálás növelésének költségfüggvénye azonban új:  $g(z) = 5/z^2$ , ahol  $z < z_{max}$  és  $g(z_{max}) = 0$ . A 4-13. ábra a hátralék fajlagos költségének két különböző értéke ( $b = 1$  és  $b = 5$ ) mellett ábrázolja a várható összköltséget. Az alacsonyabb fajlagos hátralékköltségre  $ETC$  minimuma a  $z_{max} = 1$  helyen található, értéke  $ETC_{min} = 202,08N$ , ahol  $Q_{opt} = 135$ .  $b = 5$ -re mind az összköltség minimuma, mind a gazdaságos sorozatnagyság magasabb:  $ETC_{min} = 215,60N$ ,  $Q_{opt} = 196$ . A minimum helye alacsonyabb  $z$ -ben adódik,  $z_{opt} = 0,3$ . Ez azt jelenti, hogy  $b$  értéke jelentősen befolyásolhatja az átvizsgálási sebesség optimális szintjét, mégpedig annak növelését szorgalmazza.



**4-13. ábra** A 4.2c. példa összköltségének várható értéke,  $b$  két különböző értéke mellett

$$(g(z) = C/z^2, g(z_{max}) = 0, z_{max} = 1, z_{min} = 0,1, C = 5, a = 0,5, h = 1, s = 100, D = 137)$$

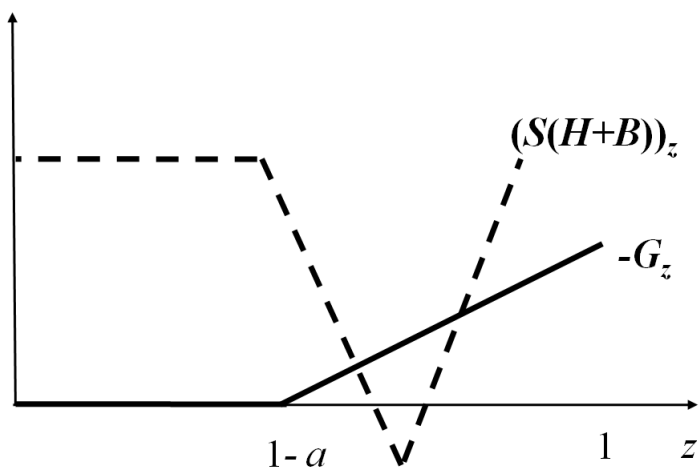
*Forrás:* Hauck és Vörös (2015)

A fenti összköltségfüggvények minimumai a  $0 < z < 1 - a$  intervallumon megfelelnek a Salameh-Jaber modell eredményeinek, mivel a feltételezéseink azonosak. Az  $1 - a \leq z \leq 1$  intervallumon azonban sérülhetnek a Salameh-Jaber modell feltevései, ezért eredményeinket nem tekintjük összehasonlíthatónak. Az eredmények összhangban vannak ugyanakkor Vörös (2013) összefüggő ciklusokra vonatkozó modelljével.

A következőkben néhány további megállapítást teszünk  $ETC_{min}$  helyével kapcsolatban. Továbbra is érvényben marad, hogy  $g(z)$  konvex csökkenő  $z < z_{max}$  esetén, valamint  $g(z_{max}) = 0$ .

**4-1. lemma** Ha  $g(z) = C/z$ , ahol  $C$  pozitív konstans és  $g(z_{max}) = 0$ , akkor a várható összköltség minimuma vagy az  $[1 - a, 1]$  intervallumon, vagy  $z_{max}$  vagy  $z_{min}$  helyen áll elő.

A (4.5d) alapján  $G_z = \partial G / \partial z = (zg(z))_z \int_0^{1-z} \frac{1}{1-p} f(p) dp + g_z \int_{1-z}^1 f(p) dp$ . Ha  $g(z) = C/z$ , akkor  $(zg(z))_z = 0$ , ezért  $G_z = 0$  a  $0 < z \leq 1 - a$  intervallumon, ugyanakkor  $1 - a < z \leq 1$  esetén  $G_z < 0$ , mivel  $g(z)$  csökkenő. Ennek egy lehetséges kimenetelét mutatja be a 4-14. ábra. A 4-10. ábra tanulságait felhasználva, az  $[1 - a, 1]$  intervallumon a készletezéssel és sorozatkezdéssel kapcsolatos költségek nőhetnek kezdetben, majd csökkenés után megint növekedésre válhatnak. A deriváltak ezért lehetnek pozitívak, negatívak, majd megint pozitívak. Következésképpen  $ETC(z)$ -nek lehet lokális minimuma és maximuma ezen az intervallumon. A minimum a  $z_{min}$ , a  $z_{max}$ , illetve a lokális minimumhely pontok egyikében lesz.

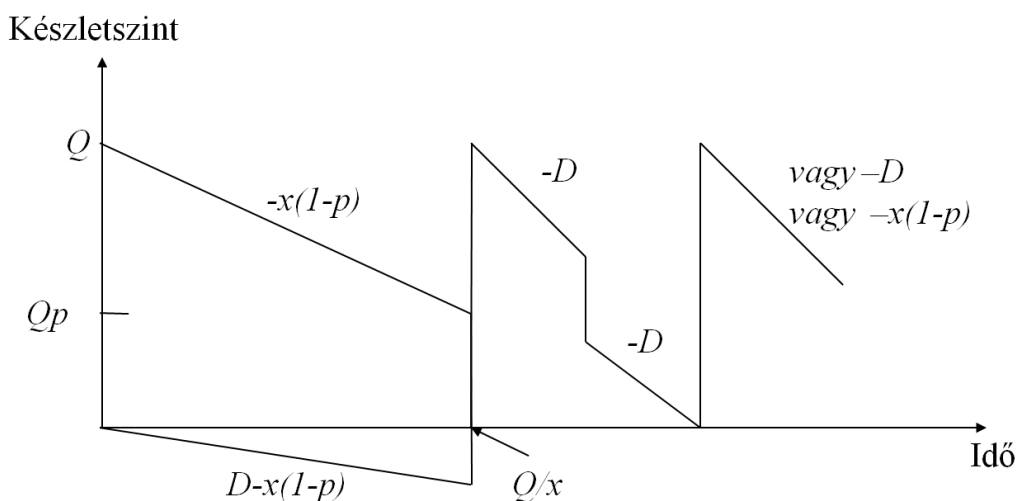


**4-14. ábra** A költségfüggvények deriváltjai

*Forrás:* Hauck és Vörös (2015)

#### 4.2.2 A minőség-ellenőrzési sebesség növelése egymástól független ciklusokban

Ebben a szakaszban azzal a feltételezéssel élünk, hogy a ciklusok egymástól függetlenek, ezért az egyik végeztével a következő periódusban más állapotba kerülhet a rendszer. Ha például egyik ciklusban a selejtarány  $p_1$ , akkor a következőben nem feltétlenül teljesül, hogy  $p_2 = p_1$ . Ebben az esetben először kiszámítjuk a ciklus várható költségeit, majd a ciklus várható hosszát. A várható periódushosszból következtetünk azok éves számára, így már ki tudjuk számolni a várható éves összköltséget. A 4-15. ábra egy olyan esetet mutat be, amikor a selejtarány magas az első periódusban, és a vállalat nem tudja kielégíteni a keresletet megfelelő mennyiségű hibátlan termékkel, azaz hátralék keletkezik. A második ciklusban azonban alacsony a selejtarány, és a ciklus minden időpillanatában rendelkezésre áll megfelelő mennyiségű, ellenőrzött jó minőségű termék. Hátralék ezért nem keletkezik.



**4-15. ábra Készletalakulási diagram az első ciklusban hátralék keletkezésével, a másodikban hátralék keletkezése nélkül**

*Forrás: Hauck és Vörös (2015)*

A hátralék keletkezését feltételező esetben továbbra is feltesszük, hogy nagyon költséges lenne, ha a hátraléket folyamatosan pótolná a beszállító, ezért ez csak a ciklus végén, egyszerre történik meg. Tervezett hátralékkal továbbra sem foglalkozunk, ezért minden ciklus hossza legalább  $Q/x$  lesz.

#### 4. EOQ modell a minőség-ellenőrzési sebesség szabad változtatásával

---

Ha  $1 - z < p \leq 1$ , ahogy az a 4-15. ábra első ciklusában előfordul, akkor érvényesek a (4.2a) és (4.2b) összefüggések:

$$HCC2(Q, x) = h \frac{Q^2}{2D} (1 + p)z \quad (4.2a)$$

$$BCC2(Q, x) = b \frac{Q^2}{2D} (z^2 - z(1 - p)), \quad (4.2b)$$

ahol  $z = D/x$ .

Amennyiben a sorozat selejtarányára igaz, hogy  $p \leq 1 - z$  (ld. 4-15. ábra második ciklusa), úgy hátralék nem, csak készlettartási költség keletkezik, melyet a (4.1) ír le.

$$HCC1(Q, x) = h \frac{Q^2}{2D} (2pz + (1 - p)^2 - z) \quad (4.1)$$

Egy ciklus készletezéssel kapcsolatos költségeit jelöli  $CC(Q, z)$ , melyre igaz, hogy

$$CC(Q, z) = \begin{cases} HCC1(Q, z) & \text{ha } 0 \leq p \leq (1 - z) \\ HCC2(Q, z) + BCC2(Q, z) & \text{ha } (1 - z) < p \leq 1 \end{cases}$$

A készletezéssel kapcsolatos költségek várható értéke egy ciklusban tehát

$$\begin{aligned} ECC(Q, z) &= \int_0^{1-z} HCC1(Q, z) f(p) dp + \int_{1-z}^1 (HCC2(Q, z) + BCC2(Q, z)) f(p) dp = \\ &= \frac{hQ^2}{2D} H(z), \end{aligned} \quad (4.7a)$$

ahol

$$H(z) = \int_0^{1-z} (2pz + (1 - p)^2) f(p) dp + z \int_{1-z}^1 \left(1 + p + \frac{b}{h}(z - 1 + p)\right) f(p) dp \quad (4.7b)$$

Szükségünk van még a ciklus hosszának várható értékére. Ha  $p \leq 1 - z$ , akkor egy ciklus hossza  $Q(1 - p)/D$  időegység (esetünkben nap), ha pedig  $1 - z < p \leq 1$ , akkor  $Q/x$ :

$$CL(Q, z) = \begin{cases} Q(1 - p)/D & \text{ha } 0 \leq p \leq (1 - z) \\ Q/x & \text{ha } (1 - z) < p \leq 1 \end{cases}$$

A ciklushossz várható értékét  $ECL(Q, z)$ -vel jelölve:

$$ECL(Q, z) = \frac{Q}{D} S(z), \quad (4.8a)$$

$$\text{ahol } S(z) = \int_0^{1-z} (1 - p) f(p) dp + z \int_{1-z}^1 f(p) dp \quad (4.8b)$$

Amennyiben  $S(z) > 0$ , akkor a ciklusok éves számát  $1/ECL(Q, z)$  hányadossal becsüljük.

A fentiek következtében az optimalizálási probléma egymástól független ciklusok esetén a következő függvény értékének minimalizálását jelenti:

$$ETC(Q, z) = \frac{ND}{QS(z)} \left( s + \frac{hQ^2H(z)}{2D} + \frac{g(z)zQ}{D} \right) = \frac{N}{s(z)} \left( \frac{sD}{Q} + \frac{hQH(z)}{2} + zg(z) \right), \quad (4.9)$$

feltéve, hogy  $z_{min} \leq z \leq z_{max}$ .

Megjegyezzük, hogy Vörös (2013) szerint, ha a minőség-ellenőrzési sebesség rendkívül nagy, akkor  $z \rightarrow 0$  és  $E(p) \rightarrow 1$ , melyből következően  $S(z) \rightarrow 0$  és  $H(z) \rightarrow 0$ . Minden más esetben  $S(z)$  és  $H(z)$  is pozitív. Konstans átvizsgálási sebesség és hátralék keletkezésének kizárása esetére megállapította, hogy a (4.9) probléma megegyezik a Maddah és Jaber (2008) által tárgyalt esettel.

**4.4. tétel** Feltételezve, hogy a selejtarány várható értéke kevesebb 100%-nál ( $E(p) < 1$ ), a (4.9) optimalizálási feladatnak adott  $z$ -re egyetlen megoldása van, melynek kiszámítási módja

$$Q_{opt}(z) = \sqrt{\frac{2sD}{h}} \cdot \sqrt{\frac{1}{H(z)}}, \quad (4.10a)$$

az éves várható összköltség minimumát pedig a következő összefüggés segítségével határozhatjuk meg:

$$\min_z ETC(z)/N = \frac{1}{s(z)} (\sqrt{2sD} \sqrt{H(z)} + zg(z)) \quad (4.10b)$$

feltéve, hogy  $z_{max} \geq z \geq z_{min}$ .

A (4.9) egyenletből adódóan  $(\partial ETC / \partial Q) \cdot (S(z)/N) = -sD/Q^2 + hH(z)/2$ , melyből (4.10a) következik. (4.10a)-t az (4.9)-be visszahelyettesítve pedig (4.10b) adódik.

**4.5. tétel** A (4.9) egyenletben szereplő  $S(z)$  és  $H(z)$  kifejezések a 4-2. táblázatban feltüntetett tulajdonságokkal rendelkeznek.

**4-2. táblázat  $S(z)$  és  $H(z)$  tulajdonságai a két kitüntetett intervallumon**

*Forrás: Hauck és Vörös (2015)*

	$S(z)$	$H(z)$
$0 < z < (1 - a)$	konstans pozitív, értéke $1 - E(p)$	lineáris növekvő; kezdő értéke: $H(0) = E((1 - p)^2)$
$(1 - a) \leq z \leq 1$	konvex növekvő, $S(1) = 1$ -ben végződik	konvex növekvő; $H(1) = (1 + E(p)) + bE(p)/h$

A (4.7b)-ben kifejtett  $H(z)$  első deriváltja

$$H_z = \int_0^{1-z} 2pf(p)dp + \int_{1-z}^1 \left[ 1 + p + \frac{b(z-1+p)}{h} + \frac{bz}{h} \right] f(p)dp,$$

amely minden  $z$ -re pozitív,  $z < 1 - p$  esetén pedig konstans. Az (4.8b)-ben leírt  $S(z)$  első deriváltja pedig  $S_z = \int_{1-z}^1 f(p)dp$ , amely pozitív és növekvő, a  $z < 1 - p$  intervallumon azonban zérus az értéke.

**4.6. tétel A (4.10b)-ben szereplő  $\sqrt{H(z)}/S(z)$  kifejezés lineáris és növekvő a  $0 < z \leq 1 - a$  intervallumon,  $z = 1$  pontban pedig csökkenő, ha  $(b - h)/(b + h) < E(p)$ , és növekvő, ha  $(b - h)/(b + h) > E(p)$ , ahol  $E(p)$  a selejtarány várható értékét jelöli.**

A 4.3. és a 4.6. tételek érdekes hasonlóságot mutatnak. A 4.6. tétel bizonyításához felhasználjuk, hogy

$$\frac{\partial \sqrt{H}/S}{\partial z} = \left( \frac{H_z S}{2\sqrt{H}} - S_z \sqrt{H} \right) / S^2, \text{ ami nullára rendezve } \frac{\partial \sqrt{H}/S}{\partial z} 2\sqrt{H} S^2 = H_z S - 2S_z H.$$

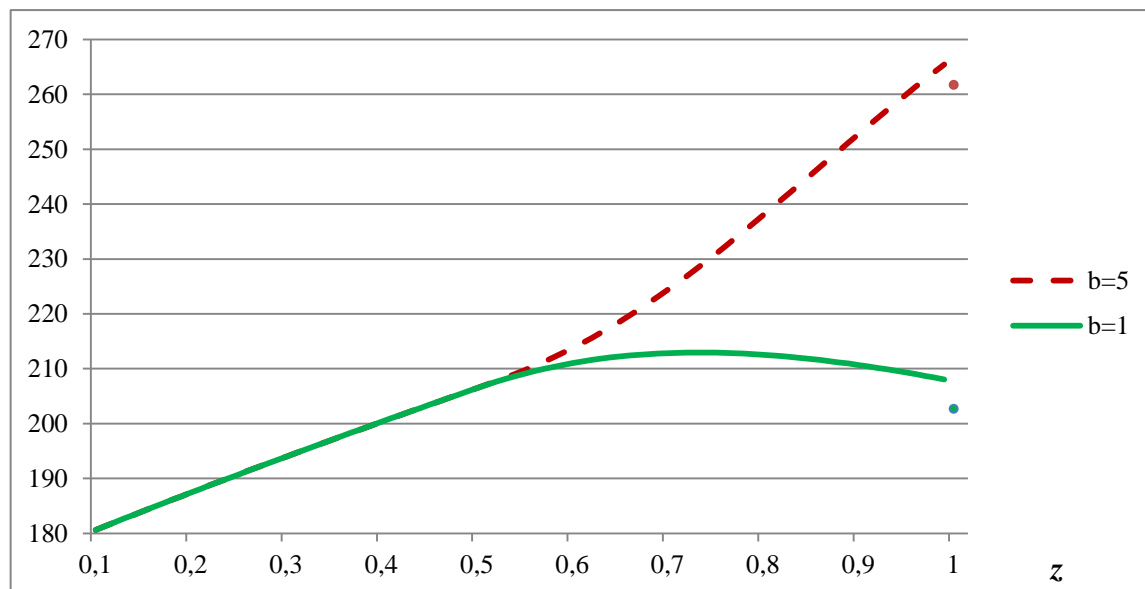
Tudjuk, hogy  $S(1) = 1$ ,  $S_z(1) = 1$ ,  $H_z(1) = [1 + E(p)][(h + b)/h]$ , valamint  $H(1) = (1 + E(p)) + bE(p)/h$ . Ebből következően  $z = 1$  pontban  $H_z S - 2S_z H = (b - h - E(p))(h + b)/h$ , ahonnan látszik, hogy amennyiben  $(b - h)/(b + h) > E(p)$ , úgy  $(\partial \sqrt{H}/S)/\partial z > 0$ , ha pedig  $(b - h)/(b + h) < E(p)$ , akkor  $(\partial \sqrt{H}/S)/\partial z < 0$ .

A korábban definiált algoritmus minden  $g(z)$  függvényre helyesen adja meg az optimális megoldást. A lépések sora azonban bizonyos specifikus  $g(z)$  függvények esetén leegyszerűsíthető.

**4-2. lemma** Ha  $g(z) = C/z$ , ahol  $C$  pozitív konstans és  $g(z_{max}) = 0$ , akkor amennyiben a várható összköltségnek (ld. 4.10b) nincs lokális minimuma az  $[1 - a, 1]$  intervallumon, úgy a globális minimum  $z_{max}$  vagy  $z_{min}$  helyen áll elő.

Ha  $g(z) = C/z$ , akkor  $zg(z) = C$ , azaz konstans. A (4.10b) monotonitását ezért  $\sqrt{H(z)}/S(z)$  monotonitása határozza meg. A 4-2. táblázat alapján a  $0 < z \leq 1 - a$  intervallumon  $S(z)$  konstans pozitív,  $H(z)$  pedig lineáris növekvő. Ezen az intervallumon  $ETC(z)$  tehát növekvő, így minimuma a  $z_{min}$  helyen van.  $1 - a < z \leq 1$  esetén ugyanakkor nem ilyen egyértelmű a helyzet. Ha van lokális minimum, azt  $z_{min}$  és  $z_{max}$  helyeken érvényes  $ETC$  értékekkel kell összehasonlítani az optimum meghatározásához.

**4.3a. példa** A 4-2. lemmát a hátralék fajlagos költségének két különböző értéke mellett illusztráljuk. Legyen  $g(z) = C/z$ ,  $g(z_{max}) = 0$ ,  $C = 5$  és  $a = 0,5$ . A napi kereslet és a sorozatkezdés költsége ismét a Salameh és Jaber (2000) modelljében használt értékekkel egyenlő. A 4-16. ábra alapján mindkét  $b$ -re ugyanott van az optimum:  $z_{opt} = 0,1$ , melynek értéke is megegyezik:  $ETC_{opt} = 180,64N$ ,  $Q_{opt} = 208$ .

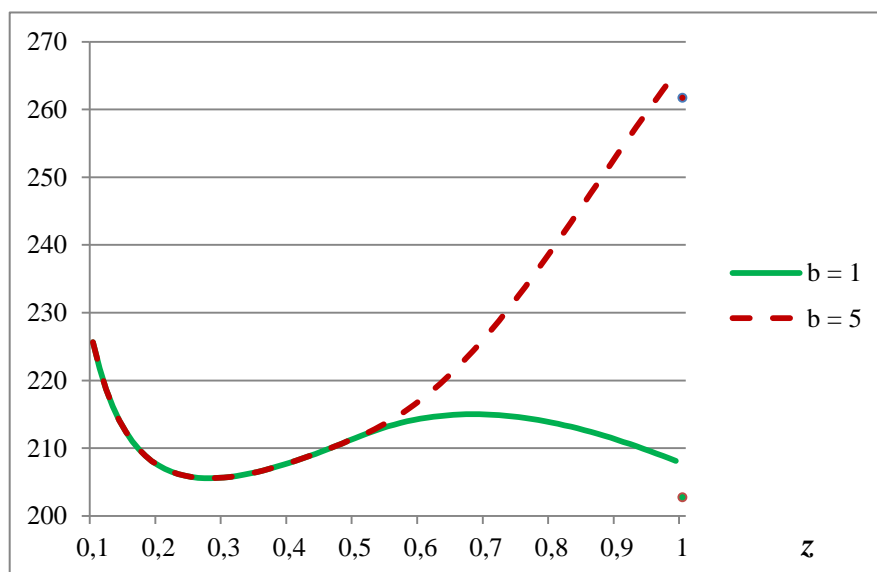


**4-16. ábra** A 4.3a. példa összköltségének várható értéke a hátralék fajlagos költségének két különböző értéke mellett, független ciklusokat feltételezve ( $g(z) = C/z, g(z_{max}) = 0, z_{max} = 1, z_{min} = 0,1, C = 5, a = 0,5, h = 1, s = 100, D = 137$ )

Forrás: Hauck és Vörös (2015)



**4.3b. példa** A 4.3a. példát tekintjük, azzal a különbséggel, hogy  $g(z) = C/z^2$ . Az összköltségfüggvényt a 4-17. ábra két különböző  $b$ -re mutatja. Az alacsonyabb fajlagos hátralékköltségre az optimum:  $z_{opt} = 1$ ,  $ETC_{opt} = 202,73N$ ,  $Q_{opt} = 135$ . A  $b = 5$  esetben  $z_{opt} = 0,28$ ,  $ETC_{opt} = 205,56N$ ,  $Q_{opt} = 195$ . A 4.2c. példához hasonlóan a fajlagos hátralékköltség növelése az átvizsgálási sebesség növelésére ösztönzi a vállalatot.

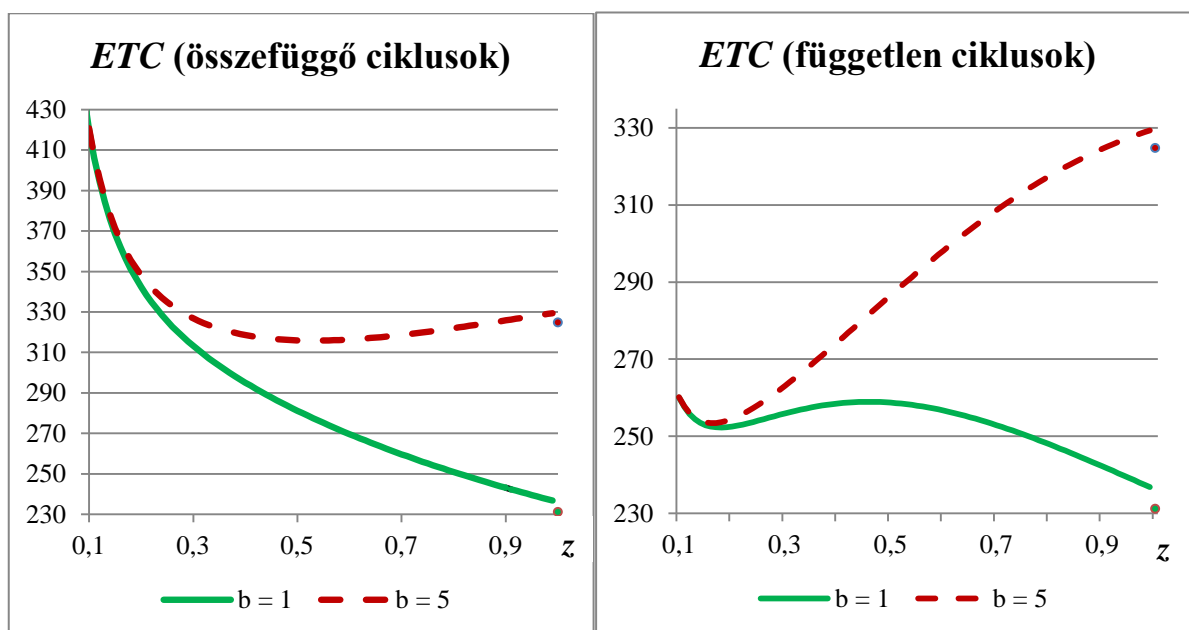


**4-17. ábra A 4.3b. példa összköltségének várható értéke a hátralék fajlagos költségének két különböző értéke mellett, független ciklusokat feltételezve**

$(g(z) = C/z^2, g(z_{max}) = 0, z_{max} = 1, z_{min} = 0,1, C = 5, a = 0,5, h = 1, s = 100, D = 137)$

*Forrás: Hauck és Vörös (2015)*

A 4.3b. és 4.2c. példák input adatai megegyeznek, a modellfeltevések azonban eltérnek egymástól. Nem találtunk nagy különbséget a gazdaságos sorozatnagyság, valamint az összköltség tekintetében. Arányaiban a legnagyobb különbséget az optimális átvizsgálási sebességeket összehasonlítva kapjuk, azt is magas fajlagos hátralékköltség esetén. A 4-18. ábra segítségével magas  $a$  értékek mellett hasonlíthatjuk össze az összefüggő és az egymástól független ciklusok várható összköltségének függvényeit.



**4-18. ábra Összköltségfüggvények összefüggő és független ciklusokban hibás termékek magas előfordulási valószínűsége mellett**

$$(g(z) = C/z^2, g(z_{max}) = 0, z_{max} = 1, z_{min} = 0,1, C = 5, a = 0,95, h = 1, s = 100, D = 137)$$

*Forrás: Hauck és Vörös (2015)*

Ahogy az a 4-18. ábra jól látszik, mindkét modell szerint a jelenlegi szinten érdemes az átvizsgálási sebességet tartani, ha a hátralék fajlagos költsége alacsony (esetünkben, ha  $b = 1$ ). Amennyiben azonban a hátralék pótlása drágább (esetünkben, ha  $b = 5$ ), akkor könnyen előfordulhat, hogy érdemes gyorsítani a minőség-ellenőrzést. A gyorsítás mértékéről pedig a két modell eredményei jelentős eltéréseket mutatnak. Ha  $b = 5$ , akkor összefüggő ciklusokra az optimális átvizsgálási sebesség  $z_{opt} = 0,53$  miatt napi 258 darab, a gazdaságos sorozatnagyság pedig 148 egység. Egymástól független periódusok esetén az optimális sebesség napi 856 darab ( $z_{opt} = 0,45$ ), a gazdaságos sorozatnagyság pedig 232 egység. (Az összköltség várható értéke rendre  $316N$ , valamint  $253N$ .)

Az egymástól független ciklusokra kapott összköltségminimum a  $0 < z \leq 1 - a$  intervallumon megegyezik Maddah és Jaber (2008) eredményével. A másik intervallumon azonban a szerzőpáros modellfeltevései sérülhetnek, ezért eredményeinket nem tekintjük összehasonlíthatónak. Az eredmények összhangban vannak ugyanakkor Vörös (2013) egymástól független ciklusokra vonatkozó modelljével.

## 5 EPQ modell a minőség-ellenőrzési sebesség szabad változtatásával

Ebben a fejezetben olyan Economic Production Quantity (EPQ) modellekkel foglalkozom, amelyek feltételezik, hogy értékesítés előtt minden egyes terméket át kell vizsgálni. Az alapfeltevések megegyeznek Hauck és Vörös (2015) negyedik fejezetben bemutatott EOQ modelljében leírtaknak, így a minőség-ellenőrzési sebesség döntési változó. Az EOQ modell inkább kereskedők, az EPQ pedig termelők készletgazdálkodására alkalmazható, ebből adódnak a két fejezet közötti legfőbb különbségek. Az EOQ készletalakulásának fő alakító tényezője, hogy a sorozat a készletezési ciklus elején, egyszerre érkezik a raktárba. EPQ esetén azonban folyamatosan érkeznek be a termékek, mégpedig az adott időegységre eső termelési ráta és kereslet különbségének megfelelően (ld. 3.1.1. szakasz). Mivel a minőség-ellenőrzés gyakorlatilag a termelési folyamat része, ezért figyelemmel kell kísérni a minőség-ellenőrzési sebesség és a termelési ráta viszonyát. Jelen fejezet Hauck (2014c) alapján készült.

### 5.1 A modell

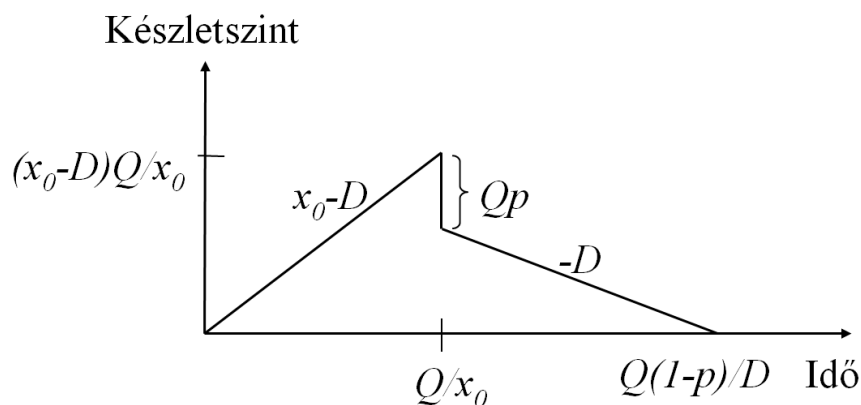
Az előző fejezettel összhangban olyan EPQ modellekkel foglalkozunk, amelyek feltételezik, hogy értékesítés előtt minden egyes terméket át kell vizsgálni. A keresletet a jó minőségű termékekkel elégítik ki. Amennyiben ezekből nem áll rendelkezésre megfelelő mennyiség, úgy hátralék keletkezik. Feltételezzük, hogy a ki nem elégített kereslet nem veszik el, és a hiányt minden egyes készletezési ciklus végén egy 100%-ban jó minőséget garantáló beszállító pótolja. Az egy sorozatban talált selejtes termékek ezúttal is az átvizsgálás végén, egyszerre hagyják el a raktárhelyiséget.

Továbbra is a korábban bevezettet, és a *Jelölések jegyzékében* (vii. oldal) összegyűjtött jelöléseket alkalmazzuk. A jó minőségű termékek napi keresletét tehát  $D$ -vel jelöljük és konstansnak feltételezzük. A selejtarányt, így a rendszer minőségét  $p$  valószínűségi változó írja le. Megmutatja, hogy a vállalat egy megtermelt sorozatnak hány

százalékát kényszerül megjavítani, alacsonyabb áron értékesíteni vagy megsemmisíteni. A modell a három lehetőséget egy kategóriaként kezeli, minden egyes átvizsgálási periódus végén a  $Q$  mennyiségű termékből álló sorozat  $p$  aránya egyszerre távozik a rendszerből. Ezen  $Qp$  egység további sorsának jelen optimalizálási probléma szempontjából nincs jelentősége.

A vállalatnak naponta  $x$  mennyiségű termék átvizsgálására van kapacitása. Ezt a sebességet akkor tudja elérni, ha minden nap keletkezik is ennyi késztermék, azaz a termelési ráta legalább akkora, hogy  $m \geq x$  teljesül. Amennyiben a vállalat naponta  $x$ -nél kevesebb mennyiségű terméket küld minőség-ellenőrzésre, úgy nincs értelme növelni a minőség-ellenőrzés sebességét, hanem a termelési ráta mint szűk keresztmetszet gyorsítására van szükség. Ha a termelési ráta éppen megegyezik az átvizsgálási sebességgel, úgy az arra kapott optimum a termelési rátára is igaz. Utóbbi két esetben azonban  $g(z)$  függvénynek a termelés gyorsításának költségeit is tartalmaznia kell.

Mivel a selejt előfordulásának lehetőségével is számolunk, ezért naponta legalább annyit kell átvizsgálnia a vállalatnak ( $x$ ), hogy ki tudja elégíteni a keresletet, vagyis  $x \geq D$  teljesüljön. Ez a mennyiség azonban csak ritkán elegendő, ugyanis mivel a selejt aránya  $p$  százalék, ezért naponta valójában csak  $x(1 - p)$  jó minőségű kínálat keletkezik. Amennyiben ez eléri a napi kereslet szintjét  $D \leq x(1 - p)$ , úgy nem keletkezik hátralék. Ezt az esetet illusztrálja az 5-1. ábra.



**5-1. ábra Készletalakulási diagram hátralék nélküli esetben ( $D \leq x(1 - p)$ )**

*Forrás: Vörös (2013) alapján saját szerkesztés*

Az átvizsgálási sebesség kezdeti szintjét jelöli  $x_0$ , melyből a napi keresletet kivonva kapjuk, hogy napi  $x_0 - D \geq 0$  termék kerül a raktárba (ld. 5-1. ábra). Ez a

mennyiség a napi keresletet meghaladó jó minőségű napi kínálat  $(x_0(1-p) - D)$ , valamint a naponta talált selejt darabszám  $(x_0p)$ , összege. A készletszint növekedése addig tart, amíg a teljes sorozatot, azaz  $Q$  db-ot át nem vizsgálunk. Az átvizsgálás tehát  $Q/x_0$  napot vesz igénybe, és ez alatt  $(x_0 - D) \cdot Q/x_0$ , azaz  $(1 - z_0)Q$  készlet halmozódik fel a raktárban, ahol  $z_0 = D/x_0$ . Mivel a sorozatnagyságot  $Q$ -val jelöljük, melynek  $p$  százaléka selejt, ezért  $Qp$  selejt hagyja el a rendszert a  $Q/x_0$  időpontban, vagyis a készletszint  $(1 - z_0 - p)Q$  értékre csökken. Ezt követően a ciklus végéig már nem érkezik több termék a raktárba, a megmaradt készlet naponta  $D$  mennyiséggel csökken. Mivel a jó minőségű, azaz értékesíthető mennyiség egy készletezési ciklusban  $Q(1-p)$  darab, így egy ciklus hossza addig tart, amíg ezt a mennyiséget a kereslet fel nem emészti, vagyis  $Q(1-p)/D$  napig. (Vörös, 2013)

Készlettartási költség annyi termék után merül fel, amennyi a készletalakulási diagram (5-1. ábra) görbe alatti területe. A fentieknek megfelelően ez egy ciklusban az (5.1) egyenlet által leírt  $HCC1$  készlettartási költséget jelent, melyben nemcsak a sorozatnagyság, hanem az átvizsgálási sebesség is döntési változó:

$$\begin{aligned} HCC1(Q, x) &= h \left[ \int_0^{\frac{Q}{x}} ((x - D)t) dt + \int_{\frac{Q}{x}}^{\frac{Q(1-p)}{D}} (Q(1-p-z) - Dt) dt \right] = \\ &= h \frac{Q^2}{2D} (2pz + (1-p)^2 - z) \end{aligned} \quad (5.1)$$

Mivel hátralék nélküli esetben egy periódus hossza  $Q(1-p)/D$ , ezért egy évben  $ND/Q(1-p)$  pozitív hosszúságú ciklus zajlik le. A kapcsolódó készletezési összköltség három elemből áll. Az egy ciklusban felmerülő  $HCC1(Q, x)$  készlettartási költséget a ciklusok számával felszorozva megkapjuk a vonatkozó éves költséget. Emellett minden ciklus elején sorozatkezdési költség merül fel, melynek egyszeri mértékét  $s$ -sel jelöljük, éves szintjét pedig az éves ciklusszámmal történő szorzás adja meg. Az eredeti EPQ modellhez képest még egy költségelemmel számolnunk kell a készletezéssel kapcsolatos éves összköltség ( $TC1(Q, z)$ , ld. (5.2) egyenlet) meghatározásához, ez pedig a minőség-ellenőrzés gyorsításából adódó napi költség, melyet  $g(z)$  függvénnyel mérünk.

Az átvizsgálás sebességének növelése történhet alvállalkozó bevonásával, túllóráztatással vagy a technológia fejlesztésével. Ha a sebesség éppen annyi, hogy hibátlan sorozatot feltételezve a vállalat ki tudja elégíteni a keresletet, akkor  $x = D$ , azaz  $z = 1$ . Mivel ez a sebesség minimuma, ezért gyorsítás nem történt, emiatt  $g(1) = 0$ .

Amennyiben gyorsabban kell elvégezni a feladatot, úgy az alvállalkozó magasabb áron vállalja azt vagy a túlóra jár többletköltséggel. A sebességet növelve  $g(z)$  tehát nő, viszont  $x$  és  $z$  között fennálló reciprokos viszony ( $z = D/x$ ) miatt ez azt jelenti, hogy  $g(z)$  szigorúan monoton csökken  $z$ -ben. Konvex csökkenést feltételezünk, ami abból következik, hogy minél magasabb szintről növeljük a sebességet, az annál nagyobb erőfeszítéssel jár. Egy cikluson belül  $g(z)$  annyi napon merül fel, amennyin átvizsgálás folyik, azaz hátralék nélküli esetben  $Q(1-p)/D$  napból  $Q/x$  ideig, ami az évi  $N$  számú munkanap  $z/(1-p)$  hányadát jelenti. A hányadost nem kell  $p = 1$ -re értelmeznünk, mivel ha a teljes sorozat hibás, akkor hátralék keletkezik. A hátralék nélküli összköltség:

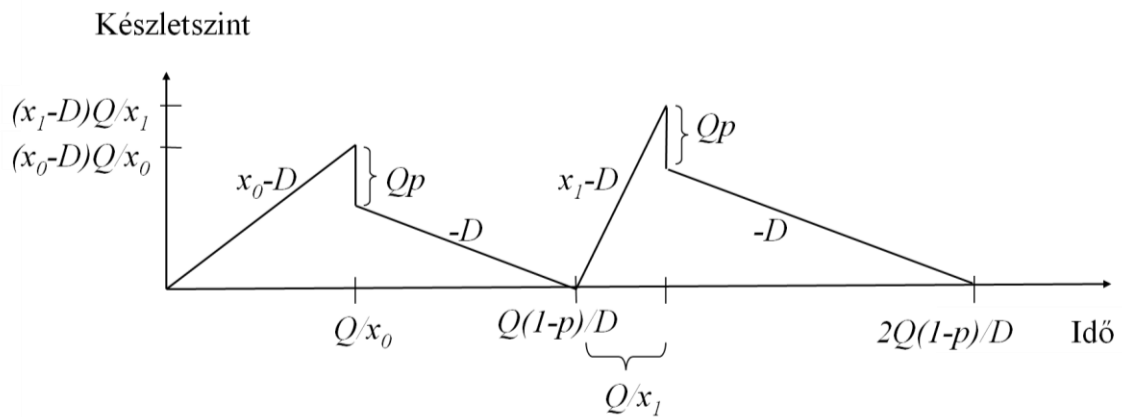
$$TC1(Q, z) = \frac{ND}{Q(1-p)}s + \frac{NhQ}{2(1-p)}(2zp + (1-p)^2 - z) + \frac{N}{1-p}zg(z) \quad (5.2)$$

A gazdaságos sorozatnagyság ezért:

$$Q_1^* = \sqrt{\frac{2Ds}{h}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2zp + (1-p)^2 - z}}$$

A Wilson-formula módosító faktorának nevezője  $p$ -ben csökkenő, ha  $z \leq 1-p$ , azaz nem keletkezik hátralék. Mivel  $p$  a selejtarány, ezért tulajdonképpen a rendszer minőségét írja le. Ha az előállítási folyamat minősége romlik, azaz több hiba fordul elő a gyártás során, akkor a módosító faktor, ennek következtében pedig a sorozatnagyság is növekszik. Ez összhangban van Vörös (1999) megállapításával, aki a Toyota Termelési Rendszer folyamatminőségét az andon zsinór meghúzása miatti leállások idejével jellemzi.

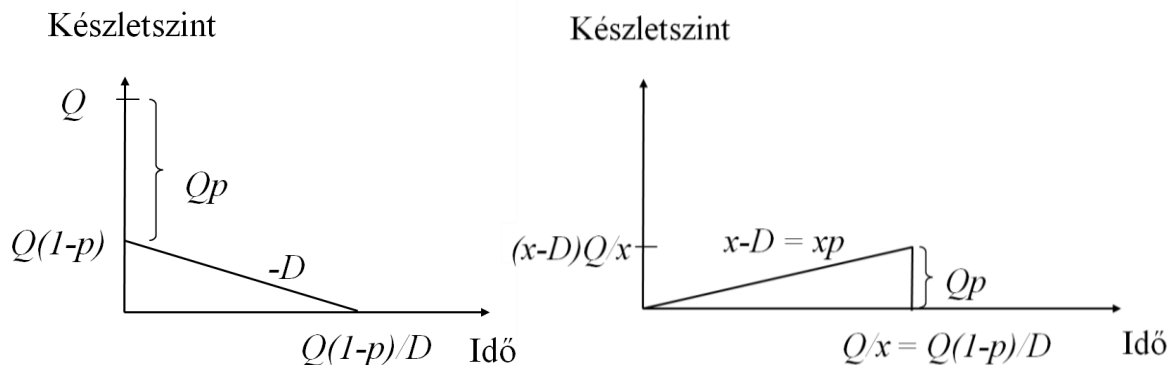
Ahogy azt az (5.2) kifejezés mutatja, a sorozatnagyság mellett a minőség-ellenőrzés sebessége is döntési változó. Előbbi megszokott az irodalomban, utóbbit viszont Hauck és Vörös (2015) vizsgálta először EOQ modellekre, ahogy azt a negyedik fejezetben tárgyaltuk. Az 5-2. ábra megmutatja, mi történik az EPQ modell hátralék nélküli változatában, ha a második ciklusban megnöveljük a minőség-ellenőrzés sebességét ( $x_0 < x_1$ ). Ennek eredményeként a ciklus hossza, így az évente felmerülő ciklusok száma, ebből következően pedig az éves sorozatkezdési költség nem változik. Lerövidül azonban a minőség-ellenőrzési időszak. A selejtes termékek emiatt hamarabb hagyják el a raktárhelyiséget, a jó minőségű napi többletkínálat ugyanakkor korábban kerül be a raktárba, mint az első ciklusban.



**5-2. ábra Készletalakulási diagram hátralék nélküli esetben ( $D \leq x(1 - p)$ ), a második ciklusban megnövelt átvizsgálási sebességgel ( $x_0 < x_1$ )**

*Forrás: saját szerkesztés*

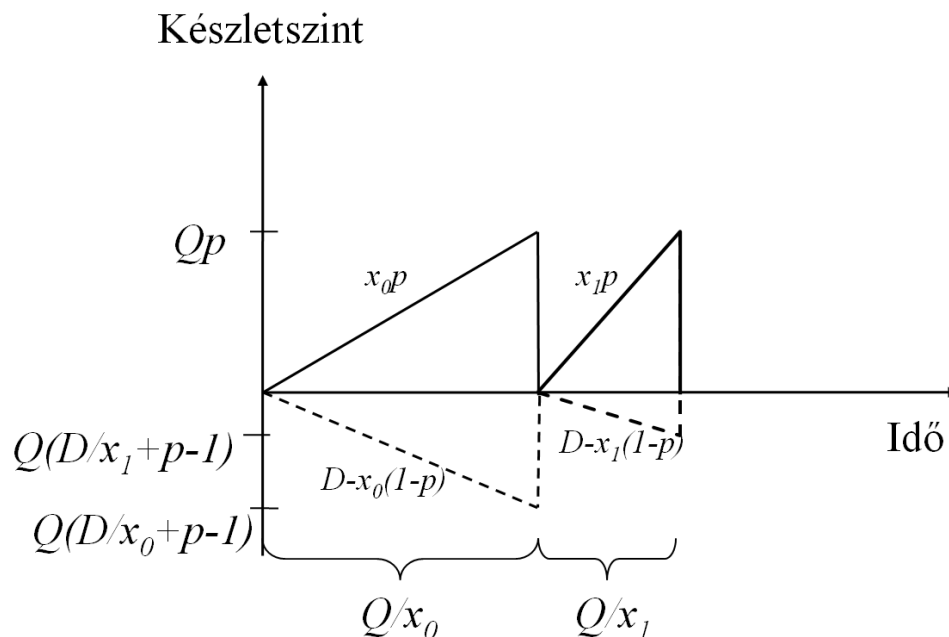
A minőség-ellenőrzési sebességet minden határon túl növelve az átvizsgálás a ciklus kezdetének pillanatában befejeződik, amivel tulajdonképpen az eredeti EOQ modellt kapjuk vissza (ld. 5-3. ábra bal oldala). A másik véglet, ha a sebesség annyira lassú, hogy minden nap éppen annyi jó minőségű terméket vizsgálnak át, amennyi az aznapi kereslet. Ez azt eredményezi, hogy csak a selejtes termékek kerülnek a raktárba (ld. 5-3. ábra jobb oldala). Az ábrák érzékeltetik, hogy ha a selejtarány magas, akkor a lehető leggyorsabb minőség-ellenőrzési sebesség mellett adódik a készlettartási költségek minimuma. Ha ugyanis az 5-3. ábra bal oldalán alacsony lenne a selejtszint, akkor a görbe alatti terület jóval magasabb lenne, ez esetben pedig célszerű megfontolni a jobb oldali ábrán bemutatott lassú átvizsgálást.



**5-3. ábra Hátralék nélküli EPQ modell készletalakulási diagramja minden határon túl növelt, illetve minimális minőség-ellenőrzési sebesség mellett**

*Forrás: saját szerkesztés*

Könnyen előfordulhat, hogy - például egy gép meghibásodása miatt - magasabb lesz adott sorozatban a selejtarány, melynek következtében a vállalat nem tudja kielégíteni a keresletet, azaz  $D > x(1 - p)$ . Amennyiben a napi kereslet meghaladja a naponta bevizsgált jó minőségű kínálatot, úgy hátralék keletkezik. Ennek napi mértéke a két mennyiség különbsége, azaz  $D - x(1 - p)$ . Mivel így nem keletkezik többlet jó minőségű termékből, ezért csak a selejt kerül a raktárba. Az átvizsgálás végeztével a ciklus is véget ér, hiszen a  $Qp$  selejt eltávolítását követően nem marad más a raktárban. Egy ciklus hossza tehát  $Q/x$ , és feltételezzük, hogy ebben az időpontban egy megbízható beszállító tökéletesen pótolja az addig felhalmozott hiányt. A hátralék keletkezéséből származó egységenkénti többletköltséget  $b$  fejezi ki, melynek mértékét a hiány pótlásának módja is befolyásolhatja.



**5-4. ábra Készletalakulási diagram hátralék keletkezése esetén ( $D > x(1 - p)$ ), a második ciklusban megnövelt átvizsgálási sebességgel ( $x_0 < x_1$ )**

*Forrás: saját szerkesztés*

A hátralék esetét bemutató 5-4. ábra leolvashatjuk, hogy a minőség-ellenőrzési sebességét növelve (második ciklus) az átlagos készlet szint nem változik, ugyanúgy  $Qp/2$  marad. A hátralékot azonban hamarabb szünteti meg a beszállító, így annak átlagos szintje,  $Q(z + p - 1)/2$ , ebből kifolyólag pedig az azzal kapcsolatos költségek is csökkennek. Lerövidül ugyanakkor a ciklushossz, ami évente magasabb ciklusszámot,



## 5. EPQ modell a minőség-ellenőrzési sebesség szabad változtatásával

ezen keresztül pedig a sorozatkezdési költség gyakoribb felmerülését jelenti. Az egy ciklus során felmerülő készlettartási, ill. hátralék költségeket az (5.3) és (5.4) egyenletek írják le hátralék keletkezése esetén.

$$HCC2(Q, x) = h \left[ \int_0^{Q/x} (xpt) dt \right] = h \frac{Q^2}{2D} p z \quad (5.3)$$

$$BCC2(Q, x) = b \left[ \int_0^{Q/x} (D - x(1-p)) t dt \right] = b \frac{Q^2}{2D} (z^2 - z(1-p)) \quad (5.4)$$

A készletezéssel kapcsolatos éves összköltség hátralék keletkezése esetén négy elemből adódik tehát össze, ezek az éves (1) sorozatkezdési, (2) készlettartási, (3) hátralékkal kapcsolatos, valamint (4) minőség-ellenőrzési költségek. Utóbbi minden munkanapon felmerül, hiszen nincsen szünet az átvizsgálási periódusok között, az egyik ciklus végeztével azonnal újabb kezdődik. Hátralékot tartalmazó esetben tehát a ciklusok hossza megegyezik az átvizsgálási periódus hosszával, így azok éves száma  $Q/x$  reciproka, szorozva az egy évben ledolgozott munkanapok számával ( $N$ ). Az egy készletezési periódusra vonatkozó  $HCC2$  és  $BCC2$  mennyiségeket a ciklusszámmal megszorozva kapjuk az (5.5) egyenlet második és harmadik tagját. A készletezéssel kapcsolatos költségeket az 5-1. táblázat listázza az EPQ modell hátralékot feltételező és nem megengedő esetére.

$$TC2(Q, z) = \frac{ND}{zQ} s + \frac{NhQ}{2} p + \frac{NbQ}{2} (z + p - 1) + Ng(z) \quad (5.5)$$

A gazdaságos sorozatnagyság itt  $Q_2^* = \sqrt{2Ds/h} \cdot \sqrt{1/(hp + b(z + p - 1))}$ , vagyis hátralék keletkezése esetén a folyamatminőség romlása ( $p$  növekedése) csökkenti a sorozatnagyságot.

**5-1. táblázat Készletezéssel kapcsolatos költségek EPQ modellben (saját szerkesztés)**

	nem keletkezik hátralék: $D \leq x(1-p)$	keletkezik hátralék: $D > x(1-p)$
egy készletezési ciklus hossza	$Q(1-p)/D$	$Q/x$
ciklusok száma egy évben	$ND/Q(1-p)$	$Nx/Q$
éves sorozatkezdési költség	$NDs/Q(1-p)$	$Nxs/Q$
éves készlettartási költség	$\frac{NhQ}{2} \left( z \frac{(2p-1)}{(1-p)} + (1-p) \right)$	$\frac{NhQ}{2} p$
hátralék éves költsége	-	$\frac{NbQ}{2} (z + p - 1)$
minőség-ellenőrzés éves költsége	$g(z) \cdot z \frac{N}{(1-p)}$	$g(z) \cdot N$

## 5.2 A minőség-ellenőrzési sebesség növelése EPQ modellekben

Az előzőekben láttuk, hogy a napi kereslet, a minőség-ellenőrzési sebesség, valamint a selejtarány mértékétől függően keletkezhet készlet többlet vagy hátralék. A keresletet konstansnak tekintjük, a sebességről a vállalat dönt, a selejtszázalék pedig valószínűségi változó. Vörös (2013) alapján két esetet különböztetünk meg, majd hasonlítunk össze aszerint, hogy az egymást követő ciklusokban változhat-e a selejtarány vagy minden periódusban annyi marad, ahogy az az első ciklusban kialakult. Utóbbi esetben összefüggő, a selejtarány változását megengedő esetben egymástól független ciklusokról beszélünk.

### 5.2.1 A minőség-ellenőrzési sebesség növelése egymással összefüggő ciklusokban

Az (5.2) és (5.5) összefüggésekkel leírtuk a készletezéssel kapcsolatos összköltség alakulását hátralék nélküli, majd hátralékot feltételező esetre. Ezen függvények független változója  $Q$  és  $z$ , melyekről a szóban forgó vállalat a sorozatnagyság ( $Q$ ), valamint a minőség-ellenőrzési sebesség ( $x$ ) megválasztásával dönt. Hátralék attól függően keletkezhet, hogy az egy sorozatban jelenlevő selejt aránya ( $p$ ) meghaladja-e az  $(1 - z)$  értéket, ahol  $z$  a napi kereslet ( $D$ ) és az egy nap alatt átvizsgált termékmennyiség ( $x$ ) hányadosa. Ha ugyanis nem keletkezik hátralék, akkor  $D \leq x(1 - p)$ , melyet átrendezve  $p \leq (1 - z)$ . Az összköltségfüggvény tehát

$$TC(Q, z) = \begin{cases} TC1(Q, z) & \text{ha } 0 \leq p \leq 1 - z \\ TC2(Q, z) & \text{ha } 1 - z < p \leq 1 \end{cases}$$

Mivel  $p$  valószínűségi változó, melynek sűrűségfüggvénye  $f(p)$ , ezért az összköltség várható értéke:

$$ETC(Q, z) = \int_0^{1-z} TC1(Q, z) f(p) dp + \int_{1-z}^1 TC2(Q, z) f(p) dp \quad (5.6)$$

Az alábbi mennyiséget szeretnénk tehát minimalizálni:

$$\frac{ETC(Q, z)}{N} = sS(z)D/Q + (H(z) + B(z))Q/2 + G(z), \quad (5.7)$$

ahol

$$S(z) = \int_0^{1-z} (1/(1-p)) f(p) dp + \int_{1-z}^1 (1/z) f(p) dp \quad (5.7a)$$

$$H(z) = h \left[ \int_0^{1-z} (1 - 2p - 2z + z/(1-p)) f(p) dp + E(p) \right] \quad (5.7b)$$

$$B(z) = b \int_{1-z}^1 (z + p - 1) f(p) dp \quad (5.7c)$$

$$G(z) = \int_0^{1-z} (zg(z)/(1-p)) f(p) dp + \int_{1-z}^1 g(z) f(p) dp \quad (5.7d)$$

$$1 \geq D/x_0 = z_{max} \text{ és } z_{min} = D/x_{max} \quad (5.7e)$$

$S(z)$ ,  $B(z)$  és  $G(z)$  megegyeznek az EOQ modellben (Hauck és Vörös, 2015, 4. fejezet) definiált összefüggésekkel,  $H(z)$  azonban módosul (ld. Vörös, 2013).

**5.1. tétel** **A  $0 \leq z < (1 - a)$  intervallumon  $H(z)$  lineáris,  $H(0) = h(1 - E(p))$  kezdeti értékkel. Az  $(1 - a) \leq z \leq 1$  intervallumra nézve  $H(z)$  függvény  $z = 0,5$ -ig konkáv, majd konvex, és  $H(1) = hE(p)$ -ben végződik. Amennyiben  $a < 0,5$ , úgy  $H(z)$  konkáv az intervallumon.**

A tétel bizonyításához felhasználjuk a lenti deriválási szabályt:

$$\frac{d}{dx} \int_{k(x)}^{l(x)} m(x, p) dp = l'(x) \cdot m(x, l(x)) - k'(x) \cdot m(x, k(x)) + \int_{k(x)}^{l(x)} \frac{\partial}{\partial x} m(x, p) dp,$$

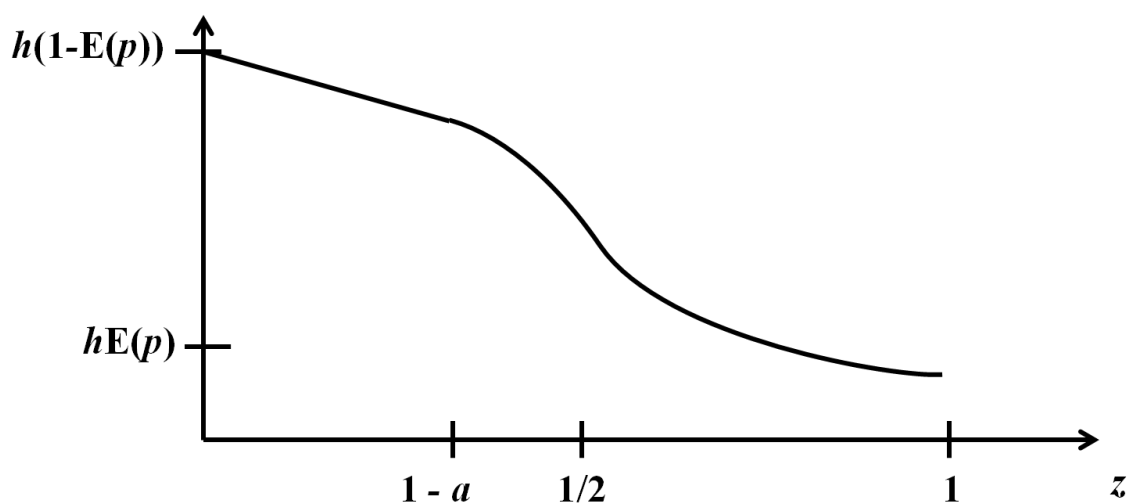
$$\text{melyből } H_z = h \int_0^{1-z} \left( -2 + \frac{1}{1-p} \right) f(p) dp.$$

$H_z$  előjelét keressük, hogy meg tudjuk határozni a függvény monotonitását. Ehhez szükséges tudnunk, hogy  $h$  mindig pozitív,  $f(p)$  pedig pozitív értéket vesz fel, ha  $0 \leq p \leq a$ , egyébként nulla. Definíció szerint  $p \leq a$ , ezért ha  $a < 1/2$ , akkor  $H_z$  biztosan negatív, azaz a függvény  $z$ -ben szigorúan monoton csökken. Az  $a \geq 1/2$  esetben az eloszlástól függ, hogy növekvő vagy csökkenő-e a függvény.

Amennyiben  $a < 1 - z$ , úgy  $H_z$  konstans, ezért  $H(z)$  lineáris. Mindezt a második derivált segítségével is igazolhatjuk, hiszen ezen az intervallumon  $f(1 - z) = 0$ :

$$H_{zz} = h(2 - 1/z) \cdot f(1 - z) \quad (5.8)$$

Ha  $(1 - z) \leq a$ , akkor  $f(1 - z) > 0$ . A második derivált ezért negatív, ha  $z < 1/2$ , de pozitív, ha  $z > 1/2$ , a  $z = 1/2$  helyen pedig inflexiós pontja van. Ezek szerint  $H(z)$  lineáris a  $0 \leq z < (1 - a)$  intervallumon, majd konkáv  $(1 - a) \leq z < 1/2$ -ig,  $z = 1/2$  helyen inflexiós pontja van, az  $1/2$ -nél magasabb  $z$ -kre pedig konvex. Ezt az esetet mutatja be az 5-5. ábra. Amennyiben  $a < 1/2$ , úgy  $1/2 < (1 - a)$ , ami azt jelenti, hogy az  $(1 - a) \leq z$  intervallumon  $H(z)$  konvex.

5-5. ábra  $H(z)$  egy lehetséges alakja

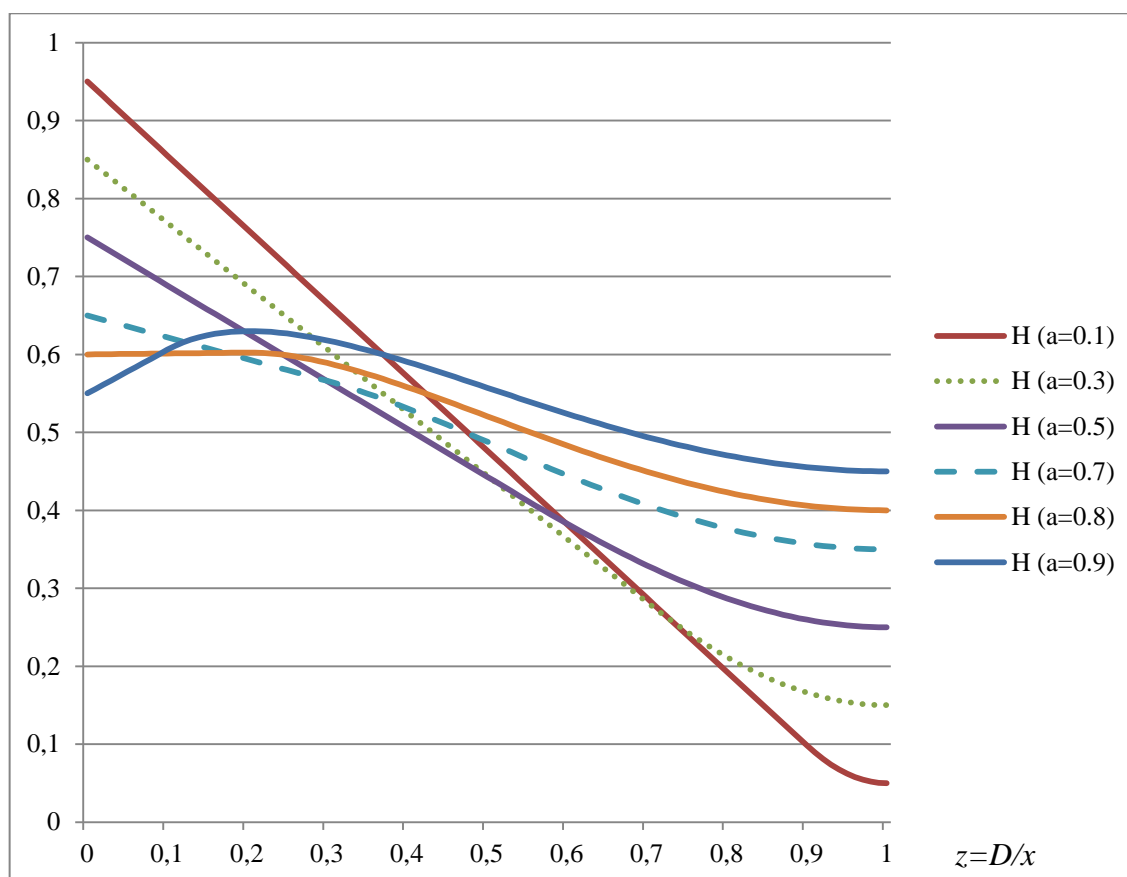
Forrás: saját szerkesztés

$H(z)$  kezdeti értéke  $H(0) = h[1 - E(p)]$ , végső értéke pedig  $H(1) = h \cdot E(p)$ . Összehasonlítva a két kifejezést, a kezdeti érték a magasabb, ha a selejtarány várható értéke ( $E(p)$ ) alacsonyabb 50%-nál. Tegyük most fel, hogy a selejtarány egyenletes eloszlást követ a  $[0, a]$  intervallumon, azaz

$$f(p) = \begin{cases} 1/a & \text{ha } 0 \leq p \leq a \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases} \quad (5.9)$$

A selejtarány várható értéke ekkor  $E(p) = a/2$ . Ezek szerint  $H(0) \geq H(1)$ , ha  $1 - a/2 \geq a/2$ , vagyis  $1 \geq a$ . Mivel ez definíció szerint teljesül, ezért a selejtarány egyenletes eloszlása esetén mindig igaz, hogy  $H(0) \geq H(1)$ .

(5.7b) és (5.9) miatt az  $a < 1 - z$  intervallumon  $H(z) = h[1 - a/2 - 2z - (z \ln(1 - a))/a]$ ,  $1 - z \leq a$  esetén pedig  $H(z) = h[(z^2 - z - z \ln z)/a + a/2]$ . Ezen összefüggéseket felhasználva az 5-6. ábra hat különböző  $a$  értékre mutatja be a görbe alakját. Ahogy azt a fentiekben megállapítottuk, a görbe  $(1 - a)$ -ig lineáris,  $z = 1/2$ -ig konkáv, majd konvex. Konkáv intervallum csak abban az esetben létezik, ha  $a > 1/2$ , mivel csak  $(1 - a) \leq z$  esetén nem lineáris  $H(z)$ .



**5-6. ábra  $H(z)$  alakja egyenletes eloszlásra,  $a$  különböző értékei és  $h = 1$  esetén**

*Forrás: saját szerkesztés (Excel)*

Egyenletes eloszlás esetén az első derivált  $H_z = h(-2 - \ln(1 - a)/a)$  az  $a < (1 - z)$  intervallumon, mely konstans előjele  $a$ -tól függ.  $H_z$  pozitív, azaz  $H(z)$  lineárisan növekszik, ha  $a \geq 0,8$  (kerekítve). Ellenkező esetben ugyanakkor lineárisan csökken a  $0 \leq z < (1 - a)$  intervallumon.  $(1 - z) \leq a$  esetén az első derivált  $H_z = h(2z - 2 - \ln z)/a$ , amely akkor pozitív, azaz  $H(z)$  akkor növekszik, ha  $z < 0,2$  (megközelítő érték). Ennél nagyobb  $z$ -kre a függvény csökkenő. A fentiekben megállapítottaknak megfelelően a függvény  $z = 0,5$ -ig konkáv, ezt követően pedig konvex.

Hauck és Vörös (2015) alapján minden  $z$ -re igaz, hogy a (5.7) modellnek optimális sorozatnagysága

$$Q_{opt}(z) = \sqrt{2sD} \sqrt{S(z)/(H(z) + B(z))}, \quad (5.10)$$

a készletezéssel kapcsolatos összköltség várható értékének minimális szintje pedig

$$\min_z ETC(z)/N = \sqrt{2sD} \sqrt{S(z)(H(z) + B(z))} + G(z) \quad (5.11)$$

feltéve, hogy  $z_{max} \geq z \geq z_{min}$ .

**5.2. tétel** Összefüggő ciklusokat feltételezve, az EPQ modellben több elemből áll a gazdaságos sorozatnagyság, mint az EOQ modellben.

A (5.10) összefüggés az EOQ és EPQ modellre egyaránt igaz, a különbség  $H(z)$  szintjében van. Mivel  $H(z)$  az EPQ modellben kisebb, ezért az EOQ modellhez képest kisebb a (5.10) nevezője, amiből következően a hányados, így a gazdaságos sorozatnagyság nagyobb lesz.

Mivel a célfüggvény viselkedését az átvizsgálási sebesség megválasztásával tudjuk befolyásolni, ezért meg kell ismernünk azon kifejezések tulajdonságait, melyek függnek  $z$ -től. Ezek  $K(z) = S(z)(H(z) + B(z))$  és  $G(z)$ .

**5.3. tétel** Ha a selejtarány eloszlása egyenletes, akkor a  $0 \leq z < (1 - a)$  intervallumon  $G(z)$  szigorúan monoton növekszik, ha  $-g(z)/g_z > z$ , és szigorúan monoton csökken, ha  $-g(z)/g_z < z$ . A függvény konkáv, ha  $-z(g_{zz}/g_z) < 2$ , és konvex, ha  $-z(g_{zz}/g_z) > 2$ . Az  $(1 - a) \leq z \leq 1$  intervallumon  $G(z)$  csökkenésének feltétele  $a > g(z) \ln z / g_z + z \ln z + 1 - z$  egyenlőtlenség teljesülése. A függvény konvex, ha  $a > 2 \ln z g_z / g_{zz} - g(z) / z g_{zz} + z \ln z + 1 - z$ .

$G(z)$  első és második deriváltját írják le a következő egyenletek:

$$G_z = \int_0^{1-z} (g(z) + z g_z) / (1-p) f(p) dp + \int_{1-z}^1 g_z f(p) dp$$

$$G_{zz} = \int_0^{1-z} (2g_z + z g_{zz}) / (1-p) f(p) dp + \int_{1-z}^1 g_{zz} f(p) dp - \frac{g(z)}{z} f(1-z)$$

Egyenletes eloszlás esetén ezek a deriváltak az alábbi alakot öltik:

Ha  $0 \leq z < (1 - a)$ , akkor

$$G_z = \frac{-\ln(1-a)}{a} (g(z) + z g_z) \quad \text{és} \quad G_{zz} = \frac{-\ln(1-a)}{a} (2g_z + z g_{zz})$$

Mivel  $-\ln(1-a)/a > 0$ , ezért a monotonitásról  $(g(z) + z g_z)$ , a konvexitás-konkavitásról pedig  $(2g_z + z g_{zz})$  kifejezés előjele dönt. Mivel  $g(z)$  konvex módon csökken, ezért első deriváltja negatív, vagyis  $g_z < 0$ , a második derivált pedig pozitív, azaz  $g_{zz} > 0$ .  $G(z)$  szigorúan monoton növekszik ezen az intervallumon, ha  $-g(z)/g_z >$

$z$ , de csökken, ha  $-g(z)/g_z < z$ . Továbbá konkáv, ha  $-z(g_{zz}/g_z) < 2$  és konvex, ha  $-z(g_{zz}/g_z) > 2$ .

Hauck és Vörös (2015) alapján három lehetséges  $g(z)$  függvényt vizsgálunk példaként. Amennyiben  $g(z) = C/z$ , úgy  $G(z)$  konstans, mivel  $(g(z) + zg_z) = 0$ , ennek megfelelően pedig a második derivált is nulla. Konvex csökkenő  $G(z)$ -hez jutunk ugyanakkor, ha  $g(z) = C/z^2$ . Ekkor ugyanis  $-g(z)/g_z = 0,5z$ , ami kisebb  $z$ -nél, az első derivált tehát negatív. A konvexitás abból következik, hogy  $-z(g_{zz}/g_z) = 3 > 2$ . Konkáv növekvő  $G(z)$ , ha például  $g(z) = Ce^{-z}$ . Ekkor ugyanis  $-g(z)/g_z = 1$ , mely értéknél  $z$  kisebb, ill. lehet vele egyenlő, így a növekedés  $z = 1$  helyen áll meg. A konkavitást tekintve  $-z(g_{zz}/g_z) = z$ , melyre mindig igaz, hogy 2-nél kisebb értéket vesz fel.

Ha  $(1 - a) \leq z \leq 1$ , akkor

$$G_z = \frac{1}{a}(g_z(a - 1 + z - z \ln z) - g(z) \cdot \ln z)$$

$$G_{zz} = \frac{1}{a}(g_{zz}(a - 1 + z - z \ln z) - 2g_z \ln z - g(z)/z)$$

Az előző intervallumhoz hasonlóan mivel  $1/a$  pozitív, ezért a zárójeles kifejezések döntenek az előjelekről. Ezek alapján  $G(z)$  csökkenő  $z$ -ben, ha  $(a - 1 + z)/\ln z < z + g(z)/g_z$ , és növekvő, ha az egyenlőtlenség a másik irányban teljesül. Mivel  $(1 - a) \leq z$ , ezért  $(a - 1 + z)$  nemnegatív, és ezt az értéket egy negatív számmal kell osztanunk, tekintve ugyanis, hogy  $0 \leq z \leq 1$ ,  $\ln z$  negatív. Az egyenlőtlenség bal oldala tehát negatív vagy nulla. Átrendezéssel kapjuk, hogy a csökkenés feltétele, hogy  $a > g(z)\ln z/g_z + z \ln z + 1 - z$ . A második derivált pozitív, azaz  $G(z)$  konvex, ha  $a > 2\ln z g_z/g_{zz} - g(z)/zg_{zz} + z \ln z + 1 - z$ .

A másik intervallumon bemutatott három példát folytatva  $g(z) = C/z$  esetén  $G(z)$  csökkenő, hiszen  $z + g(z)/g_z = 0$ . A második deriváltat tekintve  $g_{zz} = 0$  miatt csak  $g_z(1 - 2\ln z) < g(z)/z$  egyenlőtlenség teljesülését szükséges figyelembe vennünk. Ez mindig igaz, mivel a bal oldal negatív, míg a jobb pozitív.  $G(z)$  tehát konkáv.

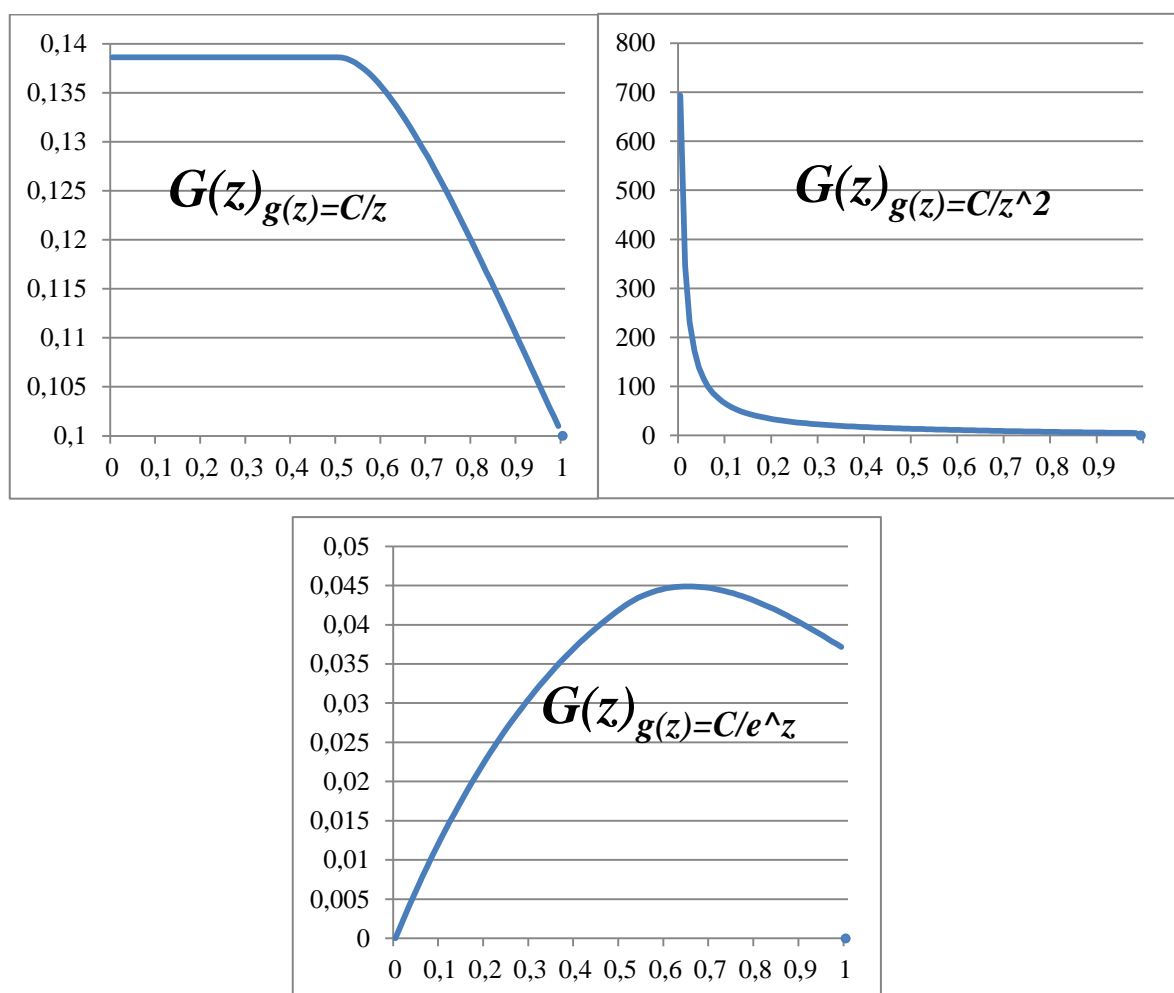
Ha  $g(z) = C/z^2$ , akkor  $z + g(z)/g_z = 0,5z$ , ami csökkenő irányra utal.  $G(z)$  konvex ezen az intervallumon, ha a függvényre aktualizált feltétel  $a > 1/3 z \ln z + z/6 + 1 - z$  teljesül. Átrendezve ez  $a - 1 + z > 1/3 z \ln z + z/6$ , ahol  $a - 1 + z \geq 0$ . Numerikusan meghatározva a jobb oldalon álló kifejezés értékét  $z \leq 0,7$  esetén negatív

## 5. EPQ modell a minőség-ellenőrzési sebesség szabad változtatásával

számot kapunk, a maximum pedig  $z = 1$  helyen  $0,167$ , vagyis ennél nagyobb  $a$ -kra biztosan konvex  $G(z)$ .  $0,7 \leq z \leq 1$  esetén pedig kis  $a$ -k mellett lehet konkáv.

Végül  $g(z) = Ce^{-z}$  függvénnyel kalkulálva  $G(z)$  csökken, ha  $a > (\ln z - 1)(z - 1)$ . Ha  $z \leq 0,44$ , akkor a szorzat értéke meghaladja az 1-et, ezért az ilyen  $z$ -kre  $G(z)$  biztosan növekvő. A  $z = 1$  helyen van minimuma, melynek értéke 0. Van tehát csökkenő függvényrész is, amely a  $0,44 < z < 1$  szakaszon kezdődik. A konkavitás feltétele mindig teljesül, mivel  $a < 1/z + 1 - z + (z - 2)\ln z$  mindig igaz, a kifejezés ugyanis  $z = 1$  helyen, 1 értékkel veszi fel minimumát,  $a$  maximálisan pedig 1 lehet.

$G(z)$  alakját a három példára mutatja az 5-7. ábra.



**5-7. ábra  $G(z)$  jellemző alakja három különböző  $g(z)$  és  $a = 0,5$  esetén**

*Forrás: saját szerkesztés (Excel)*



**5.4. tétel** A  $0 \leq z \leq (1 - a)$  intervallumon  $K(z) = S(z)(H(z) + B(z))$  lineáris;  $z = 1$ -ben növekvő, ha  $b/(b + h) > E(p)$ , és csökkenő, ha  $b/(b + h) < E(p)$ .

Ahogy az 5-2. táblázat összefoglalja,  $S(z)$ ,  $H(z)$  és  $B(z)$  tulajdonságai jelentősen eltérnek egymástól. Amennyiben  $0 \leq z < (1 - a)$ , úgy  $B(z) = 0$ , ezért  $K(z) = S(z)H(z)$ . Tekintve, hogy  $S(z)$  konstans,  $H(z)$  pedig lineáris ezen az intervallumon, ezért  $K(z)$  is lineáris. A kezdeti érték  $K(0) = S(0) \cdot h(1 - E(p))$ , és  $H(z)$  monotonitása dönti el, hogy csökkenő vagy növekvő-e a függvény. A  $0 \leq z \leq (1 - a)$  intervallumon ennek következtében vagy a  $z = 0$  vagy a  $z = (1 - a)$  helyen lesz  $K(z)$  minimuma.

**5-2. táblázat  $S(z)$ ,  $H(z)$  és  $B(z)$  tulajdonságai az EPQ modellben**

*Forrás: Hauck és Vörös (2015),  $H(z)$  saját számítás*

	$S(z)$	$H(z)$	$B(z)$
$0 \leq z < (1 - a)$	konstans pozitív	lineáris; kezdő értéke $H(0) = h(1 - E(p))$	nulla
$(1 - a) \leq z \leq 1$	csökkenő; konkáv, majd konvexre válthat; $S(1) = 1$	$z = 0,5$ -ig konkáv, majd konvex, $H(1) = hE(p)$	konvex növekvő, $B(1) = bE(p)$

A magasabb  $z$ -t, azaz lassabb minőség-ellenőrzést jelentő  $(1 - a) \leq z \leq 1$  intervallumon sokkal komplexebb a helyzet. Az elemzéshez szükségünk van  $K(z)$  kifejezés  $z$  szerinti első és második deriváltjaira, melyek az alábbiak:

$$K_z = S_z(H(z) + B(z)) + S(z)(H_z + B_z)$$

$$K_{zz} = S_{zz}(H(z) + B(z)) + 2S_z(H_z + B_z) + S(z)(H_{zz} + B_{zz})$$

Az előjelek megállapításához ismernünk kell  $S(z)$ ,  $H(z)$  és  $B(z)$  első és második deriváltjait, melyeket az 5-3. táblázat listáz.

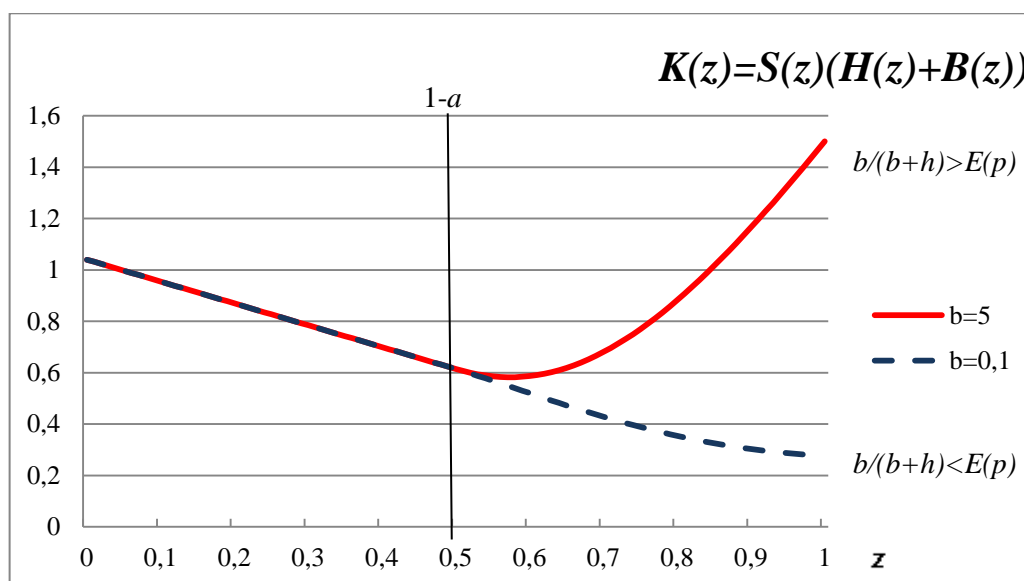
**5-3. táblázat  $S(z)$ ,  $H(z)$  és  $B(z)$  első és második deriváltjai**

*Forrás: Hauck és Vörös (2015),  $H(z)$  saját számítás*

$S(z)$	$H(z)$	$B(z)$
$S_z = - \int_{1-z}^1 \frac{1}{z^2} f(p) dp$	$H_z = h \int_0^{1-z} \left( -2 + \frac{1}{1-p} \right) f(p) dp$	$B_z = b \int_{1-z}^1 f(p) dp$
$S_{zz} = 2 \int_{1-z}^1 \frac{1}{z^3} f(p) dp - \frac{1}{z^2} f(1-z)$	$H_{zz} = h(2 - 1/z) \cdot f(1-z)$	$B_{zz} = bf(1-z)$

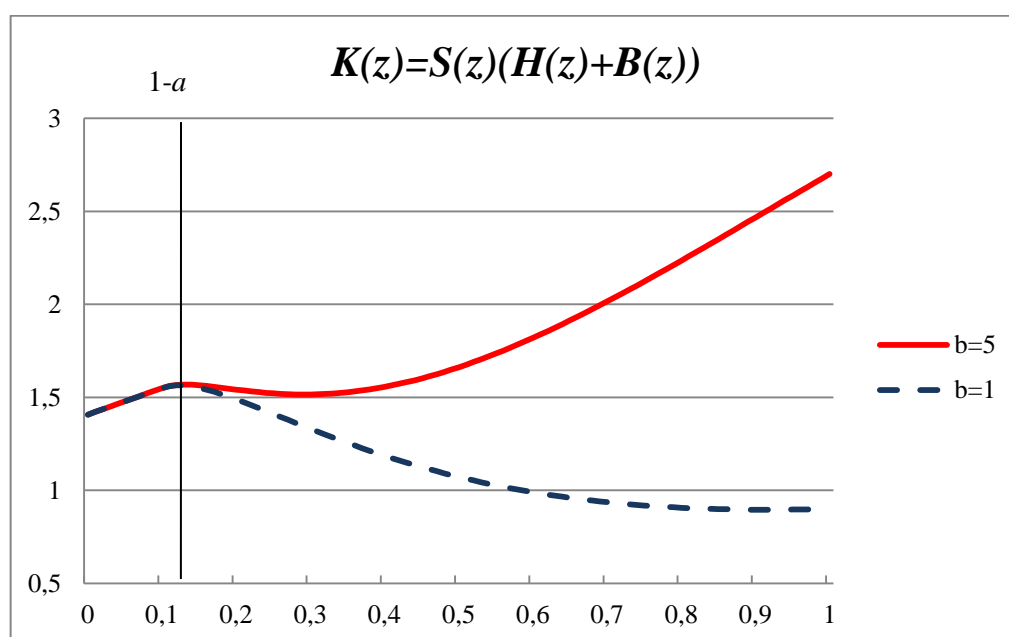
A lehető legmagasabb  $z$ -hez tartozó  $K(z)$  érték  $K(1) = (h + b)E(p)$ . Ebben a  $z = 1$  pontban  $K(z)$  növekvő, ha  $K_z(1) = -(h + b)E(p) + b > 0$ , azaz  $b/(b + h) > E(p)$ . Utóbbi az egyenlőtlenség bal oldalán az irodalomból jól ismert (ld. Vörös, 2010) optimális termékelérhetőségi szint (optimális fogyasztó-kiszolgálási szint) áll. Amennyiben ez magasabb a selejtarány várható értékénél, úgy  $K(z)$  növekvő  $z = 1$ -ben. Nem ebben a pontban van tehát a függvény minimuma, hanem egy alacsonyabb  $z$ -hez, azaz magasabb minőség-ellenőrzési sebességhez tartozó pontban. Mivel a hiány fajlagos költsége legalább annyi, mint a fajlagos készletezési költség ( $b \geq h$ ), ezért  $b/(b + h) > 1/2$ . Ha tehát a selejtarány várható értéke nem haladja meg az 50%-ot, akkor  $K(z)$  növekvő  $z = 1$ -ben. Egyenletes eloszlás esetén ez mindig teljesül, ugyanis a selejtarány várható értékének maximuma  $1/2$ .

Eddigi megállapításaink alapján tehát a  $0 \leq z \leq (1 - a)$  intervallumon  $K(z)$  lineáris és lehet végig növekvő vagy végig csökkenő,  $z = 1$ -ben pedig növekvő, ha  $b/(b + h) > E(p)$  és csökkenő, ha  $b/(b + h) < E(p)$ . Ez összesen négy esetet eredményez. Az 5-8. ábra két olyan esetet mutat be egyenletes eloszlásra, ahol  $a < 0,8$ , ezért  $K(z)$  szigorúan monoton csökken a  $0 \leq z \leq (1 - a)$  intervallumon. Ennél nagyobb  $z$ -kre általánosságban annyit állapíthatunk meg, hogy nagyobb  $b$ -re a függvény hamarabb kezd növekedni, ha egyáltalán növekszik. Az illusztráció kedvéért egy magas és egy irreálisan alacsony  $b$ -t választottunk. Utóbbi azt hivatott bemutatni, hogy  $z = 1$  helyen csökkenő a függvény, ha  $b/(b + h) < E(p)$ . A költségfüggvény minimuma ezért  $z = 1$  helyen, azaz az ellenőrzés gyorsítását nélkülöző helyen van. Magasabb fajlagos hiányköltség esetén az  $(1 - a) \leq z < 1$  intervallumon található a minimum.



5-8. ábra  $K(z)$  alakja a selejtarány egyenletes eloszlása,  $a = 0,5$ ,  $h = 1$  és  $b$  két különböző értéke esetén

Forrás: saját szerkesztés (Excel)



5-9. ábra  $K(z)$  alakja a selejtarány egyenletes eloszlása,  $a = 0,9$ ,  $h = 1$  és  $b$  két különböző értéke esetén ( $b/(b+h) > E(p)$ )

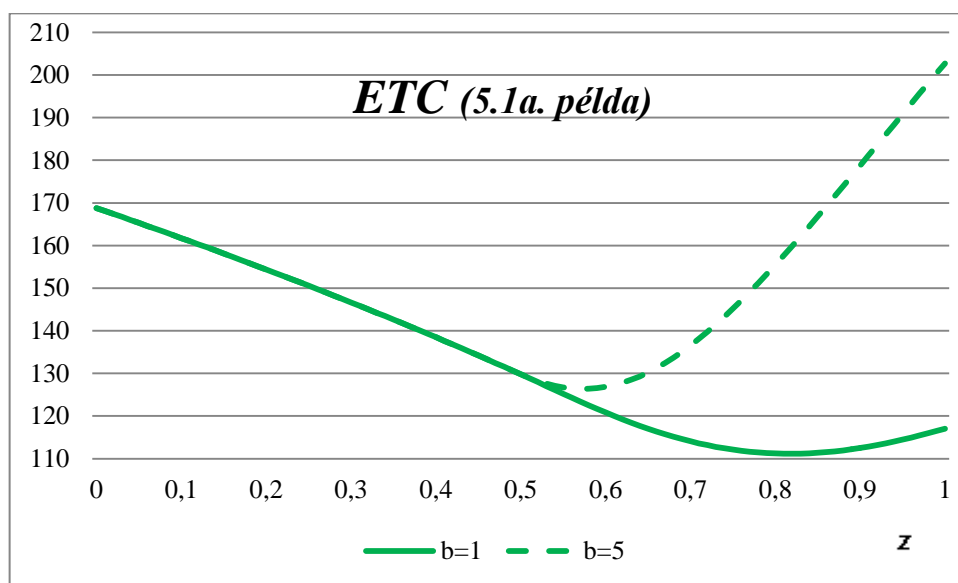
Forrás: saját szerkesztés (Excel)

Az 5-9. ábra jóval magasabb maximális selejtarányt enged meg ( $a = 0,9$ ), így az első intervallumon  $K(z)$  szigorúan monoton növekszik. Ez a monotonitás a második intervallum elején folytatódik, majd mindkét esetben csökkenés után vált újra növekedésre. A költségfüggvény minimuma ezért vagy ismét az  $(1 - a) \leq z < 1$

intervallumon van, vagy a  $z = 0$  helyen. Utóbbi azt jelenti, hogy a minőség-ellenőrzés sebessége végtelen, azaz nulla időegységet vesz igénybe ez a tevékenység. Mivel ez a gyakorlatban nem kivitelezhető, ezért feltételeznünk kell  $z$ -nek egy nullánál nagyobb minimumát, és ezen  $z_{min}$  mellett fennálló függvényértéket kell összevetnünk a másik intervallum minimumával.

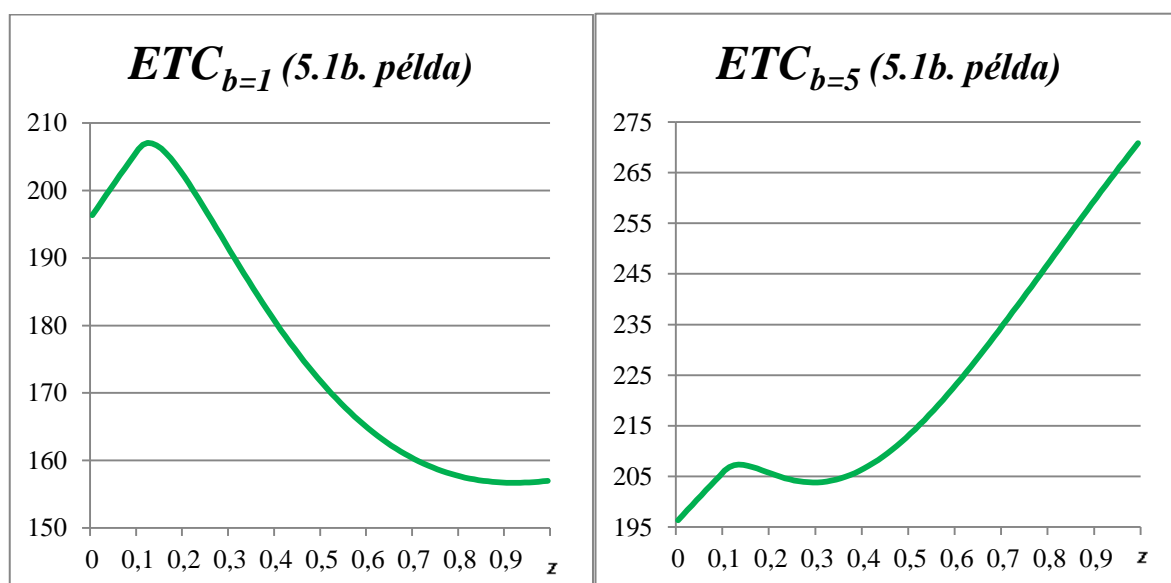
A fenti két ábra segítségével is összefoglalhatjuk, hogy míg  $0 \leq z < (1 - a)$  és  $z = 1$  esetre meg tudunk mondani bizonyos szabályszerűségeket, addig az  $(1 - a) \leq z < 1$  intervallumon a függvény a paraméterektől függően számos különböző alakot ölthet. Ezen tulajdonságok nagyban befolyásolják az összköltség függvény alakját. Ezek közül mutatunk meg többet a következő három példában, melyekhez a számítások és az ábrák Excel segítségével készültek.

**5.1a. példa** Legyen  $g(z) = Ce^{-z}$ ,  $C = 0,1$ ,  $a = 0,5$ ,  $h = 1$ ,  $b_1 = 1$  és  $b_2 = 5$ ! Salameh és Jaber (2000) alapján  $s = 100$  és  $D = 137$ . Az összköltség függvény  $0 \leq z < 0,5$  intervallumon megegyezik a két  $b$  értékre, magasabb  $z$ -kre azonban jelentős eltérés mutatkozik. A hiány alacsonyabb fajlagos költsége esetén ( $b_1 = 1$ ) alacsonyabb a minimum értéke  $ETC_{min} = 111,15N$ , melyet magasabb helyen ( $z = 0,82$ ) vesz fel.  $b_2 = 5$  esetén ugyanis  $z = 0,57$ -ben van minimum, melynek értéke  $ETC_{min} = 126,36N$ . A hiány magasabb fajlagos költsége tehát gyorsabb minőség-ellenőrzésre ösztönzi a vállalatot.



**5-10. ábra** Az 5.1a. példa összköltség függvényei  
 $g(z) = Ce^{-z}$ ,  $C = 0,1$ ,  $a = 0,5$ ,  $h = 1$ ,  $s = 100$ ,  $D = 137$   
 Forrás: saját szerkesztés

**5.1b. példa** Tekintsük az 5.1a. példát  $a = 0,9$ -re! A  $0 \leq z < (1 - a)$  intervallumon  $ETC$  lineáris növekvő, melyet  $0,1 \leq z$  szakaszon némi növekedés után csökkenés, majd megint növekedés követ. Alacsony fajlagos hiányköltség esetén az összköltség minimuma a  $z = 1$ -hez közel helyezkedik el, minimális sebességnövelésre van tehát szükség. Magas  $b$  érték esetén azonban épp  $z = 0$ -ban van az elméleti minimum. Attól függően, hogy hol van  $z$  technikai minimuma, vagy abban a  $z_{min}$  pontban, vagy a  $z = 0,29$  helyen veszi fel a legalacsonyabb értékét  $ETC_{b=5}$ .

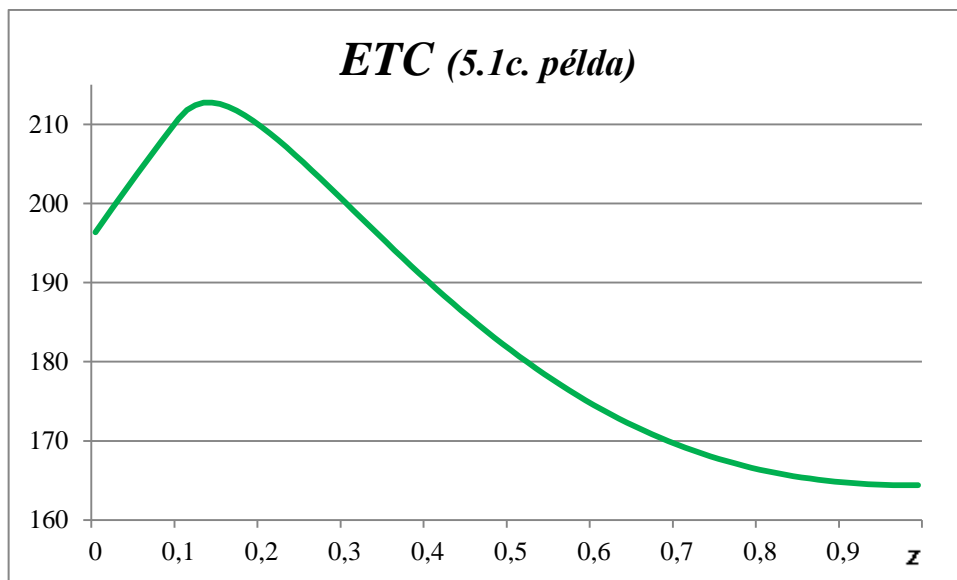


**5-11. ábra** Az 5.1b. példa összköltség függvényei  
 $g(z) = Ce^{-z}$ ,  $C = 0.1$ ,  $a = 0,9$ ,  $h = 1$ ,  $s = 100$ ,  $D = 137$   
 Forrás: saját szerkesztés

Az eddig bemutatott példákban  $z = 1$  helyen növekvő volt az összköltség függvény, ami annak köszönhető, hogy  $K(z)$  kifejezés nagyobb súllyal szerepelt az összegben. Ahogy a fentiekben láttuk,  $G(z)$  csökkenő  $z = 1$ -ben, ezért ennek a tagnak nagyobb súlyt adva  $ETC$  is csökkenhet  $z = 1$ -ben, így lehet ezen a helyen a minimum. Az 5.1c. példában ennek érdekében megnöveltük a minőség-ellenőrzés gyorsításának költségét:

**5.1c. példa** Tekintsük az 5.1a. példát  $a = 0,9$ ,  $b = 1$  és  $C = 20$  mellett! A függvény menetét tekintve annyi változás történt, hogy  $z = 1$ -hez közeledve a monotonitás továbbra is csökkenő marad, így a minimum  $z = 1$  helyen van. A minőség-

ellenőrzés sebességének növelése drágább tehát annál, amennyit a vállalat megtakarítana a gyorsabb munkavégzés következtében.



**5-12. ábra Az 5.1c. példa összköltség függvényei**

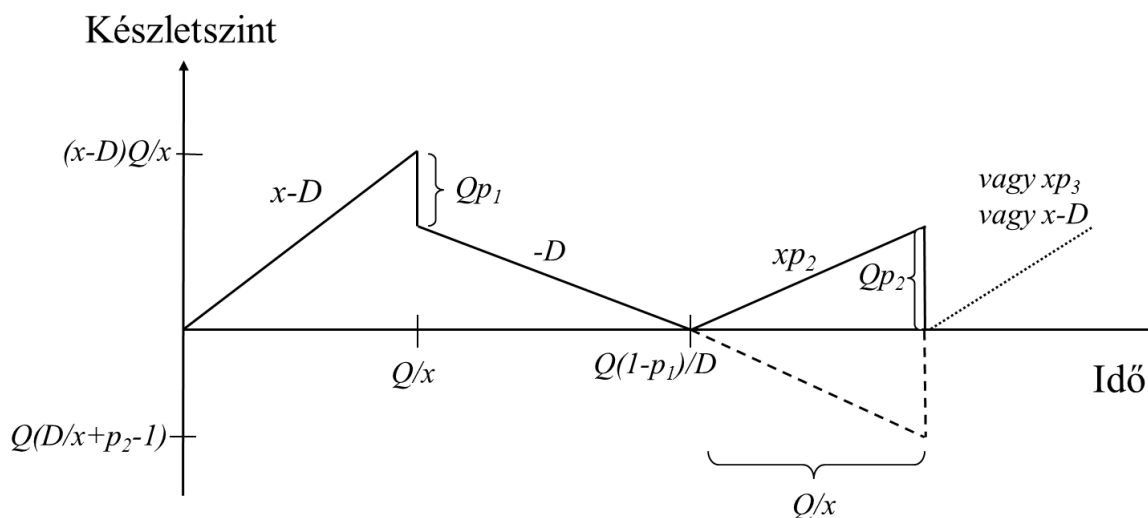
$$g(z) = C e^{-z}, C = 20, a = 0.9, h = 1, b = 1, s = 100, D = 137$$

Forrás: saját szerkesztés

Ahogy azt a példák is érzékeltetik, az összköltség függvény minimuma a  $z_{max} \geq z \geq z_{min}$  intervallumon elhelyezkedhet  $z_{min}$ ,  $z_{max}$ ,  $z = 1 - a$  helyeken, illetve a  $z_{max} > z > 1 - a$  szakaszon. Amennyiben  $K(z)$  és  $G(z)$  monotonitása ellentétes irányú, és  $G(z)$  annyira magas, hogy  $ETC$  nem lineáris a  $z_{min} \leq z \leq (1 - a)$  intervallumon, úgy ezen szakasz belső pontja is lehet minimumpont. A minimumhely megtalálására alkalmazhatjuk az EOQ modellből ismert (Hauck és Vörös, 2015, 69. oldal) algoritmust.

### 5.2.2 A minőség-ellenőrzési sebesség növelése egymástól független ciklusokban

Az eddigiekhez képest ebben a szakaszban arra az esetre terjesztjük ki vizsgálódásainkat, hogy mi történik, ha az egymást követő készletezési periódusokban eltérő lehet a selejtarány. Ez olyan ingadozásokhoz is vezethet, hogy egyes ciklusokban keletkezik hátralék, míg másokban nem.



**5-13. ábra Készletalakulási diagram egymástól független ciklusokra, a második periódusban magasabb selejtaránnyal**

*Forrás: Vörös (2013) alapján saját szerkesztés*

Az 5-13. ábra egy olyan példát szemléltet, ahol az első ciklusban még alacsonyabb volt a selejtarány, ezért nem fordult elő hiány, a másodikban azonban olyan szintű meghibásodás történt, hogy jelentős mennyiségű hátralék halmozódott fel. Ennek megfelelően a második periódus csak az átvizsgálási időszak végéig tart, vagyis rövidebb az elsőnél. Az éves készletezési összköltség meghatározásához tehát a ciklushossz várható értékével kell számolnunk. Ehhez tudnunk kell, hogy egy periódus  $Q(1-p)/D$  ideig tart, ha nincs hiány, és  $Q/x$  ideig, ha van:

$$CL(Q, z) = \begin{cases} Q(1-p)/D & \text{ha } 0 \leq p \leq (1-z) \\ Q/x & \text{ha } (1-z) < p \leq 1 \end{cases}$$

A ciklushossz ( $CL$ ) várható értéke tehát:

$$\begin{aligned} ECL(Q, z) &= \int_0^{1-z} \frac{Q(1-p)}{D} f(p) dp + \int_{1-z}^1 \frac{Q}{x} f(p) dp = \\ &= \frac{Q}{D} \left( \int_0^{1-z} (1-p) f(p) dp + z \int_{1-z}^1 f(p) dp \right) = \frac{Q}{D} \cdot S(z) \end{aligned} \quad (5.12)$$

Egy évben tehát  $1/ECL = D/QS(z)$  periódust feltételezünk, ha  $S(z) > 0$ .  $S(z)$  definíciója alapján (ld. 4.5a)  $E(p) < 1$  esetén pozitív. Mindig teljesül tehát a feltétel, mivel ha a selejtarány várható értéke 100% lenne ( $E(p) = 1$ ), akkor a vállalkozás működésének nem lenne értelme. A készletezési és hátralék költségek várható összege egy ciklusban:

$$ECC(Q, z) = \int_0^{1-z} HCC1(Q, z)f(p)dp + \int_{1-z}^1 (HCC1(Q, z) + BCC2)f(p)dp =$$

$$= h \frac{Q^2}{2D} H(z), \text{ ahol}$$

$$H(z) = \int_0^{1-z} (2pz + (1-p)^2 - z)f(p)dp + z \int_{1-z}^1 \left( p + \frac{b}{h}(z-1+p) \right) f(p)dp \quad (5.13)$$

A fentiekből következően a készletezési összköltség várható értéke:

$$ETC(Q, z) = \frac{ND}{QS(z)} \left( s + \frac{hQ^2H(z)}{2D} + \frac{g(z)zQ}{D} \right) = \frac{N}{S(z)} \left( \frac{sD}{Q} + \frac{hQH(z)}{2} + zg(z) \right), \quad (5.14a)$$

így a gazdaságos sorozatnagyság minden  $E(p) < 1$ -re

$$Q_{opt}(z) = \sqrt{\frac{2sD}{h}} \cdot \sqrt{\frac{1}{H(z)}} \quad (5.14b)$$

**5.5. tétel Egymástól független ciklusokat feltételezve, az EPQ modellben több elemből áll a gazdaságos sorozatnagyság, mint az EOQ modellben.**

$H(z)$ -t összehasonlítva az EOQ modellre érvényes értékével (ld. 4.7b egyenlet), az EPQ-ra jellemző érték  $z$  egységgel kevesebb. Ebből következően (5.14b) miatt a gazdaságos sorozatnagyság nagyobb az EPQ modellben, ami megfelel a szakirodalom minőség-ellenőrzés nélküli EOQ és EPQ modelljeivel kapcsolatos megállapításainak.

Az (5.14) felhasználásával a következő optimalizálási problémához jutunk:

$$\min_z ETC(z)/N = (\sqrt{2sDh}\sqrt{H(z)} + zg(z))/S(z) \quad (5.15)$$

A  $zg(z)$  kifejezés  $z$  szerinti deriváltja  $(g(z) + zg_z)$ , ahol mivel  $g(z)$  csökkenő, ezért  $g_z$  előjele negatív, így az összeg is lehet negatív. A fentiekben vizsgált függvények közül  $g(z) = C/z$  esetén a derivált értéke nulla, ezért  $zg(z)$  konstans. Negatív a derivált előjele, ha  $g(z) = C/z^2$  és pozitív, ha  $g(z) = Ce^{-z}$ . A második deriváltak alapján előbbi konvex csökkenést, míg utóbbi konkáv növekvést jelent  $z$ -ben.

**5.6. tétel Független ciklusok esetén  $S(z)$  viselkedése megegyezik az EOQ modellben (Hauck és Vörös (2015) leírtakkal,  $H(z)$  tulajdonságai azonban eltérnek attól. A kezdeti értékek megegyeznek, a  $0 \leq z < (1-a)$  intervallumon  $H(z)$  lineáris, de az EOQ modellben növekvő, míg az EPQ modellben csökkenő. Az  $(1-a) \leq z \leq 1$  intervallumon mindkét**



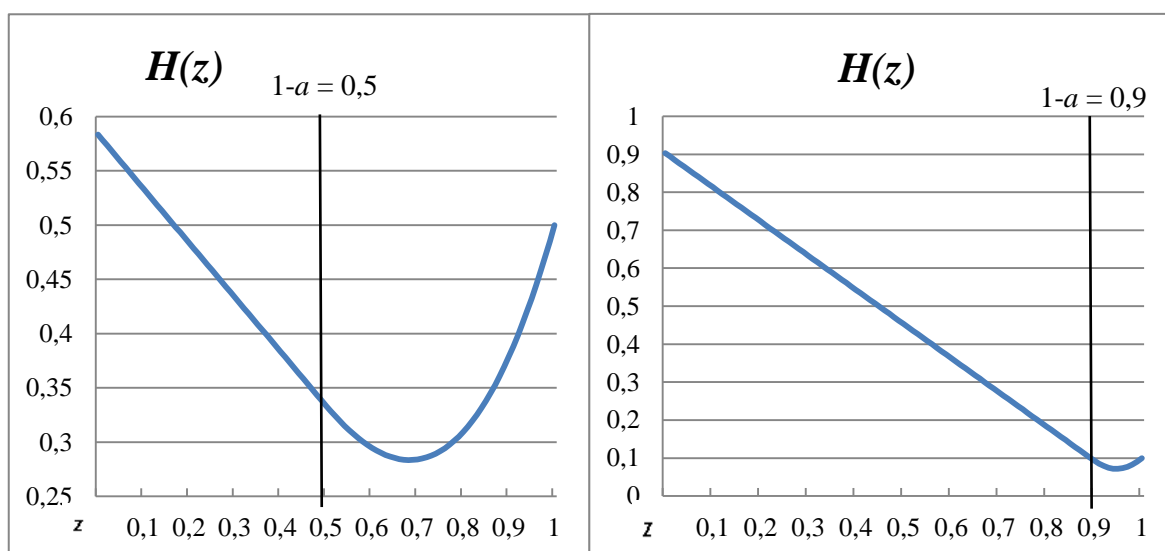
esetben konvex a függvény, EOQ-ra növekvő. A  $z = 1$  helyen felvett érték az EOQ modellben egységnyivel nagyobb, mivel a két függvény értéke között  $z$  egységnyi különbség van.

**5-4. táblázat  $S(z)$  és  $H(z)$  tulajdonságai független ciklusok esetén**

*Forrás:* Hauck és Vörös (2015), valamint saját számítás

	$S(z)$	$H(z)$ - EOQ modell	$H(z)$ - EPQ modell
$0 \leq z < (1 - a)$	konstans pozitív, értéke $1 - E(p)$	lineáris növekvő; $H(0) = E(1 - p)^2$	lineáris csökkenő; $H(0) = E(1 - p)^2$
$(1 - a) \leq z \leq 1$	konvex növekvő; $S(1) = 1$	konvex növekvő; $H(1) = (1 + E(p)) + bE(p)/h$	konvex; $H(1) = E(p)(1 + b/h)$

Mivel  $H_z = \int_0^{1-z} (2p - 1)f(p)dp + \int_{1-z}^1 \left(p + \frac{b}{h}(2z - 1 + p)\right) f(p)dp$ , ezért egyenletes eloszlás esetén  $H(z)$  lineáris csökkenő a  $z < (1 - a)$  intervallumon, ugyanis  $H_z = (a - 1)$ , ami  $a < 1$  miatt negatív. A függvény konvex az  $(1 - a) \leq z \leq 1$  intervallumon, mivel  $H_{zz} = z(1 + b/h) \cdot f(1 - z) + (2b/h) \int_{1-z}^1 f(p)dp > 0$ . Nem állapíthatunk meg az egész intervallumra jellemző monotonitási irányt, viszont  $z = 1$ -ben a függvény növekvő, mivel  $H_z(1) = E(p) + E(1 + p) \cdot b/h > 0$ .



**5-14. ábra  $H(z)$  alakja egyenletes eloszlásra  $a = 0,5$  és  $a = 0,1$  esetén ( $h = b = 1$ )**

*Forrás:* saját szerkesztés

Az 5-14. ábra egyenletes eloszlásra és két különböző  $a$ -ra mutatja be  $H(z)$  alakját. Láthatjuk, hogy a csökkenés a második intervallumra érve is folytatódik, majd a minimumot elhagyva konvex módon növekszik.

**5.7. tétel** Az (5.15) optimalizálási problémában szereplő  $\sqrt{H(z)}/S(z)$  hányados a  $0 \leq z < (1 - a)$  intervallumon csökkenő;  $z = 1$  helyen növekvő, ha  $b/(b + h) > E(p)$ , és csökkenő, ha  $b/(b + h) < E(p)$ .

A  $\sqrt{H(z)}/S(z)$  hányados  $z$  szerinti deriváltjának előjelét  $(S(z) \cdot H_z - 2H(z) \cdot S_z)$  előjele határozza meg. Ha  $0 \leq z < (1 - a)$ , akkor mivel  $S_z = 0$ ,  $S(z) > 0$  és  $H_z < 0$ , ezért negatív eredményt kapunk, a hányados tehát  $z$ -ben csökken. A  $z = 1$  helyen tudjuk, hogy  $S(1) = 1$ ,  $S_z(1) = 1$ ,  $H(1) = (1 + b/h)E(p)$  és  $H_z(1) = E(p) + (b/h)E(1 + p)$ . Ebből következően  $S(z) \cdot H_z - 2H(z) \cdot S_z = -(1 + b/h)E(p) + b/h$ , ami pozitív, tehát a hányados növekvő  $z = 1$  helyen, ha  $b/(b + h) > E(p)$ , és negatív, tehát csökkenést tapasztalhatunk, ha  $b/(b + h) < E(p)$ . Ez a tulajdonság megegyezik az 5.4. tételben  $K(z)$  szorzatra tett megállapítással.

**5.8. tétel** A  $0 \leq z < (1 - a)$  intervallumon  $ETC(z)$  összköltség függvény csökkenő, ha  $g(z) + zg_z < 0$ , és abban a ritka esetben növekvő, ha  $-\sqrt{2sDh}(H_z/2\sqrt{H}) < g(z) + zg_z$ . A  $z = 1$  helyen a függvény csökkenő, ha  $b/(b + h) < E(p)$ . Ha  $b/(b + h) > E(p)$ , akkor a csökkenés feltétele:  $g_z < (\sqrt{2sDh}(E(p)(1 + b/h) - b/h)/2\sqrt{E(p)(1 + b/h)})$ .

Az összköltség várható értékének minimumát keresve meghatározzuk (5.15) menetét. Az első derivált az alábbi alakot ölti:

$$\begin{aligned} \partial (ETC/N)/\partial z = \\ \{\sqrt{2sDh}(S H_z/2\sqrt{H} - S_z\sqrt{H}) + [(g(z) + zg_z)S - S_zzg(z)]\}/S^2 \end{aligned} \quad (5.16)$$

Az 5.7. tétel alapján a  $0 \leq z < (1 - a)$  intervallumon az összeg első tagja csökkenő. A második tagban  $S_z = 0$  és  $S(z) > 0$  miatt  $g(z) + zg_z$  dönt az előjelről, melynek viselkedését a fentiekben mutattuk be. Összességében megállapíthatjuk, hogy a  $0 \leq z < (1 - a)$  intervallumon az összköltség függvény csökkenő, ha  $g(z) + zg_z < 0$ .

Nem minimum tehát a  $z = 0$  pont, ahol a minőség-ellenőrzés sebessége minden határon túl növelt. Növekedés is elképzelhető ezen az intervallumon, ha  $g(z) + zg_z > 0$  (pl.  $g(z) = Ce^{-z}$  függvényt feltételezve) és  $\sqrt{2sDh}$  rendkívül alacsony:  $-\sqrt{2sDh}(H_z/2\sqrt{H}) < g(z) + zg_z$ .

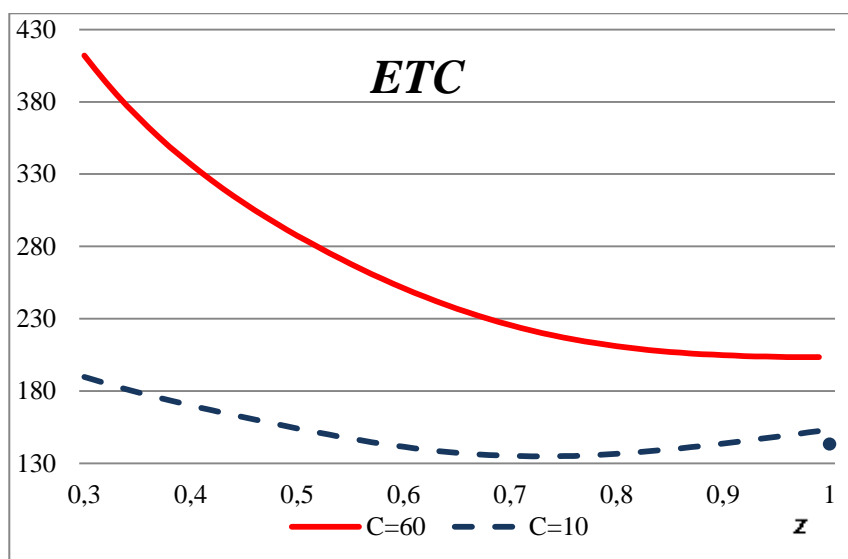
A  $z = 1$  helyen (5.16) második tagja mindig negatív, mivel  $S(z) = S_z(z) = 1$ , amiből  $(g(z) + zg_z)S - S_zzg(z) = g_z$ , ami pedig definíció szerint negatív. (5.16) első tagja az 5.7. tétel alapján szintén csökkenő a  $z = 1$  helyen, ha  $b/(b+h) < E(p)$ . Ebben az esetben tehát az összköltség függvény biztosan csökkenő  $z = 1$ -ben, vagyis lehet minimumhely. Ez azt jelenti, hogy a minőség-ellenőrzés sebessége a napi kereslet ütemével egyezik meg.

(5.16) első tagja pozitív  $z = 1$ -ben, ha  $b/(b+h) > E(p)$ , ezért az összköltség lehet növekvő ezen a helyen. Tekintve, hogy a hiány fajlagos költsége jellemzően magasabb, mint a készlettartásé, ezért  $b/(b+h) > 0,5$  reális feltételezés. Az egyenlőtlenség másik oldalán álló  $E(p)$  a selejtarány várható értéke, így jellemzően kevesebb 0,5-nél. Egyenletes eloszlásnál például  $E(p) = a/2$  és  $a < 1$  miatt igaz ez az állítás. Összességében tehát  $b/(b+h) > E(p)$  teljesülése a valószínűbb. Ebben az esetben (5.16) csökkenő  $z = 1$ -ben, ha

$$g_z < (\sqrt{2sDh}(E(p)(1+b/h) - b/h)/2\sqrt{E(p)(1+b/h)}).$$

**5.2a. példa** Legyen  $g(z) = C/z^2$ ,  $b = 2h$  és  $a = 0,5$ . Salameh és Jaber (2000) példájának megfelelően  $\sqrt{2sDh} = 165,53$ ! Az előző egyenlőtlenséget aktualizálva és egyenletes selejteloszlást feltételezve, az összköltség függvény csökkenő  $z = 1$ -ben, ha  $-2C < -119,5$ , azaz  $C > 59,75$ .

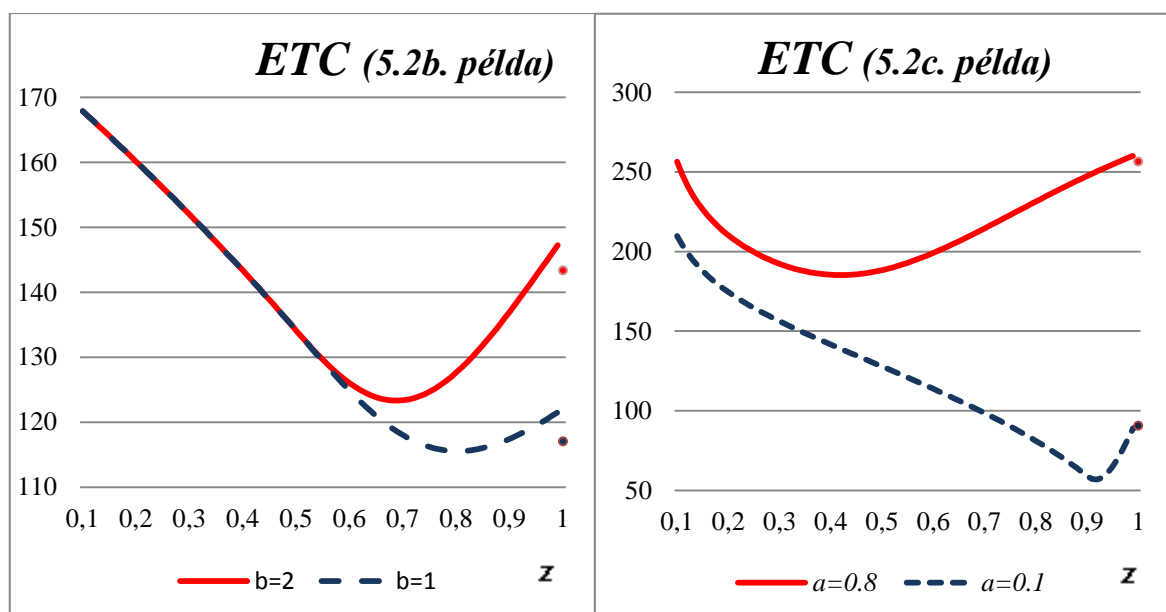
Az 5-15. ábra bemutatja, hogy a minőség-ellenőrzés növelésének magas költsége ( $C = 60$ ) mellett a függvény csökkenő  $z = 1$ -ben, azaz a vállalatnak nem célszerű gyorsítani az átvizsgálási sebességet. A minimum értéke  $ETC(1) = 143,4N$ . Amennyiben azonban olcsóbban ( $C = 10$ ) tudja megvalósítani a gyorsítást, úgy az összköltség minimuma alacsonyabb  $z$ , azaz magasabb átvizsgálási sebesség mellett áll elő. Esetünkben  $z = 0,73$ -ban veszi fel a minimumot,  $ETC = 134,8N$  értékkel.



5-15. ábra Az 5.2a. példa összköltség függvényei

$g(z) = C/z^2$ ,  $g(z_{max}) = 0$ ,  $z_{max} = 1$ ,  $z_{min} = 0.1$ ,  $a = 0.5$ ,  $b = 2h$ ,  $s = 100$ ,  $D = 137$   
 Forrás: saját szerkesztés

5.2b. példa Legyen  $g(z) = 5/z$ ,  $a = 0.5$ ,  $z_{min} = 0.1$ ,  $\sqrt{2sDh} = 165.53$ ,  $h = 1$ ,  $b_1 = 1$  és  $b_2 = 2$ ! Az 5.7. tételnek megfelelően ETC a  $0 \leq z < (1 - a)$  intervallumon csökkenő,  $z = 1$ -ben pedig növekvő. A minimum ezért a  $0.5 \leq z \leq 1$  szakaszon található. Ahogy az az 5-16. ábra is látszik, a hiány fajlagos költségének emelése sürgeti a minőségellenőrzést,  $b_1 = 1$  esetén ugyanis  $z = 0.8$ , míg  $b_2 = 2$ -re  $z = 0.69$  a minimum helye. A minimum értéke rendre  $115,6N$  és  $123,3N$ .



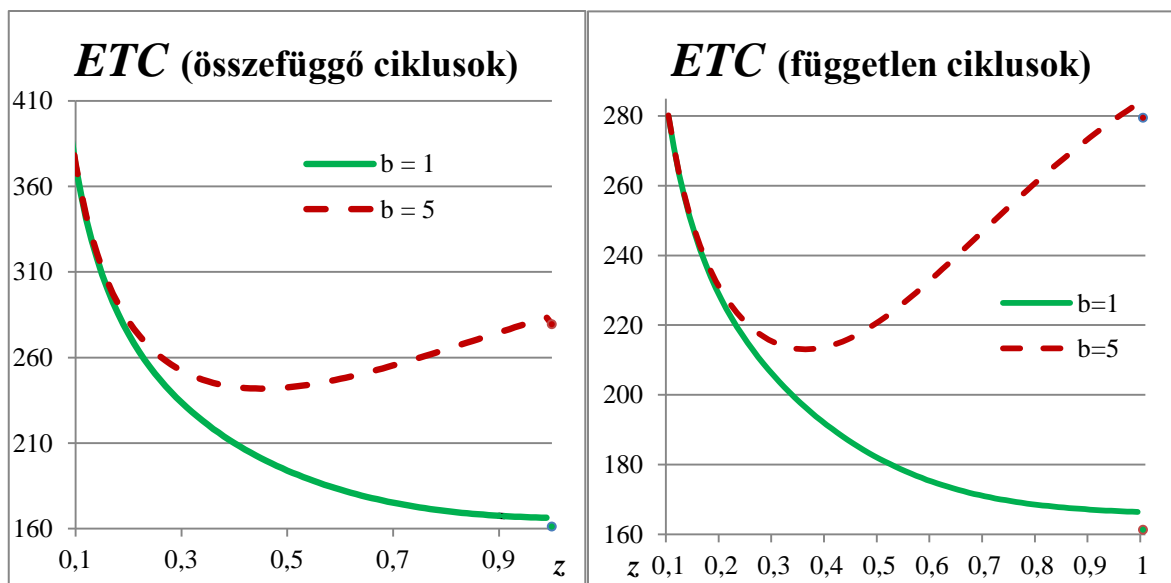
5-16. ábra Az 5.2b. és az 5.2c. példa összköltség függvényei

Forrás: saját szerkesztés

**5.2c. példa** Legyen  $g(z) = 5/z^2$ ,  $a_1 = 0,1$ ,  $a_2 = 0,8$ ,  $z_{min} = 0,1$ ,  $\sqrt{2sDh} = 165,53$ ,  $h = 1$  és  $b = 5$ ! Az 5.7. tételnek megfelelően  $ETC$  a  $0 \leq z < (1 - a)$  intervallumon csökkenő,  $z = 1$ -ben pedig növekvő. A minimum ezért az  $(1 - a) \leq z \leq 1$  szakaszon található. Ahogy az az 5-16. ábra látható, a selejtarány várható értékének növekedése gyorsabb minőség-ellenőrzésre készíti a céget,  $a_2 = 0,8$  esetén ugyanis  $ETC_{opt}(0,42) = 185,23N$ , míg  $a_1 = 0,1$ -re  $ETC_{opt}(0,92) = 56,8N$ .

Az összefüggő és egymástól független ciklusok összehasonlításához Hauck és Vörös (2015) EOQ modellekre vonatkozó példáját oldjuk meg. Ez lehetővé teszi, hogy nemcsak a két rendszertípust, de az EOQ és az EPQ modellváltozatok különbségeit is össze tudjuk vetni egymással:

**5.3. példa** Legyen  $g(z) = 5/z^2$ ,  $a = 0,95$ ,  $z_{min} = 0,1$ ,  $\sqrt{2sDh} = 165,53$ ,  $h = 1$ ,  $b_1 = 1$  és  $b_2 = 5$ ! A példát az 5-17. ábra illusztrálja.



**5-17. ábra** Az 5.3. példa összköltség függvényei

$$g(z) = C/z^2, g(z_{max}) = 0, z_{max} = 1, z_{min} = 0,1, C = 5, a = 0,95, s = 100, D = 137$$

Forrás: saját szerkesztés

Alacsony fajlagos hiányköltség esetén ( $b_1 = 1$ ) az összefüggő és a független ciklusokat bemutató  $ETC$  görbék alakja hasonló. A minimum mindkét esetben  $z = 1$  helyen van, értéke  $161,34N$ . A minőség-ellenőrzés sebességét növelve – tehát a görbén jobbról balra haladva – azonban jelentősen magasabb az összefüggő ciklusokra vonatkozó összköltség. Ennek oka, hogy a selejt lehető legmagasabb aránya magas:  $a = 0,95$ .

Amennyiben megnöveljük a hátralék fajlagos költségét ( $b_2 = 5$ ), úgy az optimumban is nagyobb eltérést tapasztalhatunk. Ismét az összefüggő ciklusokra vonatkozó összköltség a magasabb  $ETC_{min}(0,45) = 24,85N$ , melynek a helye az egymástól független ciklusokhoz képest magasabb  $z$  helyen van, ami lassabb minőség-ellenőrzést jelent. Ennek minimuma ugyanis  $ETC_{min}(0,36) = 213,07N$ .

Az EOQ modell ugyanezen példára kapott eredményeit tekintve  $b_1 = 1$  esetén ugyanúgy  $z = 1$  helyen van a minimum. Összefüggő ciklusokra  $b_2 = 5$  mellett nem találtunk nagy különbséget, ugyanis  $z_{opt} = 0,53$  vs.  $(0,45)$ . Egymástól független ciklusok esetén jelentősebb különbség mutatkozik, az összköltség függvény ugyanis a  $z_{opt} = 0,16$  vs.  $(0,36)$  helyen, tehát jóval gyorsabb minőség-ellenőrzés mellett ( $x_{opt} = 856$  vs.  $x_{opt} = 304$ ) veszi fel minimumát. A fentiekben és a szakirodalomban megállapítottaknak megfelelően az EPQ modellben magasabb a gazdaságos sorozatnagyság. A  $b_2 = 5$  esetben összefüggő ciklusokat feltételezve 219 egység áll az EOQ 148 darabos sorozatnagyságával szemben, míg egymástól független ciklusokra kisebb a különbség, 252 vs. 232 darab. Ahogy láttuk, nem állapíthatunk meg hasonló szabályszerűséget azonban a minőség-ellenőrzés optimális sebességére vonatkozóan.

## 6 Összegzés, továbbfejlesztési lehetőségek

Doktori disszertációmban az ellátási láncok szereplőinek készletgazdálkodásával foglalkoztam, különös hangsúlyt fektetve a minőség és a minőség-ellenőrzés szerepére. A bevezetésben bemutatam a vállalatok versenyprioritási tényezőit, melyek közül a későbbiekben a minőséget emeltem ki. A második fejezetben a minőség, a minőség-ellenőrzés, valamint a készletezés legfőbb kérdéseit tekintetem át az ellátási láncra, illetve annak szereplőire vonatkozóan. Nemcsak amellett érveltem, hogy a minőség minden vállalat életében jelentős szerepet tölt be, de kifejtettem azt is, hogy az ellátási láncok egyik központi problémája a készletgazdálkodás. Sem a túl sok, sem a túl kevés készlet nem tesz jót az egyes vállalatok működésének, az ellátási lánc egészében ráadásul ostorcsapás-hatás is kialakulhat, mely a szükséges készletszint pontatlan becslésének tovagyűrűzését jelenti, súlyos költségeket és termelési problémákat okozva ezzel.

A harmadik fejezetben áttekintettem a készletgazdálkodás alapmodelljeit és kiterjesztési irányzatait, nagy hangsúlyt fektetve a minőséggel, valamint annak ellenőrzésével foglalkozó tanulmányokra. Megállapítottam, hogy a készletgazdálkodási modellek jellemzően a sorozatnagyságot tekintik döntési változónak. Ezzel szemben fogalmaztam meg az első hipotézist, melynek értelmében a minőség-ellenőrzés sebességének optimalizálása is egy jelentős eszköz a vállalatok kezében. A harmadik fejezet legfőbb eredményeit összegzi az ebből kiinduló első tézis, melynek igazolását a tézis kimondását követő bekezdésekben foglaltam össze:

- 1. tézis A minőség-ellenőrzés sebessége lehet döntési változó az ellátási lánc szereplőinek készletgazdálkodási modelljeiben, és optimális szintjének választása csökkentheti a készletezéssel kapcsolatos összköltséget, valamint növelheti az árbevételt is.**

A minőség-ellenőrzés gyorsításának vannak ugyan technikai határai, ezeken belül azonban a vállalat szabadon mozoghat a megfelelő mértékű kapacitások hozzárendelésével. A kapacitás esetleges növelése történhet új technológia bevezetésével, túlóra, harmadik műszak vagy külső segítség alkalmazásával.

A gyorsabb minőség-ellenőrzés több minőség-ellenőrzési költséggel jár ugyan, hátralék nélküli esetben csökkenti azonban a készlettartási költségeket, mivel a hibás termékek gyorsabban távoznak a rendszerből. Hátralék keletkezése esetén csökkenti a hátralék átlagos szintjét, így az azzal járó költségeket. Rövidülnek ugyanakkor a készletezési ciklusok, így adott időszak alatt több ciklus, emiatt több sorozatkezdési költség merül fel. Magasabb fogyasztó-kiszolgálási szint érhető el a sebesség növelésével, ami magasabb árbevételt eredményez. A minőség-ellenőrzés sebességét döntési változónak tekintő költségminimalizálási és profitmaximalizálási feladatot is megfogalmazhatunk tehát.

A negyedik fejezetben Hauck és Vörös (2015) hibás termékek előfordulását megengedő EOQ modellekkel kapcsolatos vizsgálódásait mutattam be, melynek a szakirodalomban fellelhető munkákhoz képest jelentős újítása, hogy a minőség-ellenőrzési sebesség döntési változó. Emellett kevés modellre jellemző, hogy nem tervezett hátralék keletkezhet, az egymást követő készletezési periódusok pedig lehetnek egymástól függetlenek vagy összefüggőek. A Vörös (2013) által bevezetett csoportosítás lényege, hogy összefüggő ciklusok esetén a rendszer az első periódusban felvesz egy véletlen selejtaránynak megfelelő állapotot, amely a következő ciklusokban ismétlődik, független ciklusok esetén azonban minden periódus végeztével olyan új periódus kezdődik, mely az előzőtől független állapotba kerül. Mindkét modell típusra kétváltozós optimalizálási problémát mutattunk be, a sorozatnagyság mellett a minőség-ellenőrzési sebesség optimális szintjét is meghatározva. A minőség-ellenőrzési sebesség 3.2. szakaszban bemutatott komplex hatásmechanizmusai az optimalizálás során is megmutatkoztak. A negyedik fejezet több tételt és egy algoritmust tartalmaz annak érdekében, hogy általános megoldást lehessen adni a problémára.

A bemutatott numerikus példák szintén alátámasztották, hogy az optimális minőség-ellenőrzési sebességre jelentős hatással van a selejtarány eloszlása, valamint a fajlagos készlettartási és hátralék költségek egymáshoz való viszonya. Lényeges



megállapítás, hogy a hátralék fajlagos költségének emelkedése az átvizsgálás gyorsítását teszi célszerűvé. A sebesség növelésének köszönhetően ritkábban fordul elő nem tervezett hiány, a rendszer így rugalmasabbá is válik.

Az ötödik fejezetben olyan Economic Production Quantity (EPQ) modelleket írtam fel, melyek figyelembe veszik, hogy eladás előtt minden egyes terméket át kell vizsgálnia a vállalatnak, hogy azok megfelelnek-e a minőségi elvárásoknak vagy sem. Mivel a vállalat maga gyártja a termékeket, ezért az eredmények értelmezésekor figyelemmel kell kísérni a minőség-ellenőrzési sebesség és a termelési ráta viszonyát. Kiegyensúlyozott termelési sort feltételezve az átvizsgálás sebessége megegyezik a termelési rátával, így az optimális minőség-ellenőrzési sebességre tett megállapítások a termelés sebességére is érvényesek. Más esetben a minőség-ellenőrzés növelésének akkor van értelme, ha az szűk keresztmetszatként van jelen a folyamatban. Amennyiben a termelési ráta a szűk keresztmetszet, úgy az eredmények a termelés sebességére vonatkoznak.

A rendszer viselkedésének két típusát különböztettem meg aszerint, hogy minden keresletet ki tud-e elégíteni a vállalat vagy sem. Amennyiben az adott napon talált jó minőségű termékek száma meghaladja a napi keresletet, úgy nem keletkezik hiány. Ebben az esetben a minőség-ellenőrzés sebességét akkor lehet érdemes növelni, ha a selejtarány eléri az ötven százalékot. Hátralék keletkezése esetén a sebesség növelése csökkenti a hátralék átlagos szintjét, a készleten tartási költségeket nem befolyásolja, ugyanakkor növeli a sorozatkezdések számát. A selejtarány valószínűségi változó, amely meghatározó hatással van arra, hogy keletkezik-e hátralék, és milyen mértékben. A vállalat ugyanezt a minőség-ellenőrzési sebesség (termelési ráta) megfelelő változtatásával tudja befolyásolni.

A jelenséget a sebességváltoztatás költségének három különböző konvex csökkenő függvénye mellett vizsgáltam. A készletezéssel kapcsolatos összköltség minimumát minden esetben a sorozatnagyság és az átvizsgálási sebesség döntési változók mentén határoztam meg. Kitértem arra is, hogyan hatnak az összköltség függvényre olyan paraméterek, mint a selejtarány maximálisan elérhető értéke, valamint a hiány fajlagos költsége. Ahogy az EOQ modellben, itt is megállapítást nyert, hogy a hiány fajlagos költségének emelése különösen sürgeti az átvizsgálást. Az EOQ modellhez képest a gazdaságos sorozatnagyság magasabb lett, a minőség-ellenőrzési sebesség optimális szintje azonban hol magasabb, hol alacsonyabb értéket mutatott.

Az elemzést összefüggő és egymástól független ciklusokra is elvégeztem. Előbbi azt jelenti, hogy a rendszer minden egyes periódusban olyan selejtarányt és modell típust mutat, ahogy az az elsőben kialakult. Összehasonlítottam ezt azzal az esettel, amelyben minden periódus végén az előzőtől független állapot áll elő. Jelentős különbségeket akkor tapasztaltam, amikor magas volt a hátralék fajlagos költsége.

A negyedik és ötödik fejezet együttesen támasztják alá a következő három tézisben foglaltakat:

**2. tézis Az optimális minőség-ellenőrzési sebességre jelentős hatással van a selejtarány eloszlása, valamint a fajlagos készlet tartási és hátralék költségek egymáshoz való viszonya.**

Az EOQ és EPQ modellben definiált összköltség függvények tagjai egyenként függenek a selejtarány eloszlásától, ezért az állítás első fele definícióból következik. Az EOQ modellre vonatkozóan a 4-12. ábra bemutatja, hogy a selejtarány pozitív valószínűség mellett felvehető legmagasabb értéke jelentős mértékben befolyásolja az összköltség függvény alakját, ezen keresztül pedig az optimális minőség-ellenőrzési sebességet. Az 5-16. ábra EPQ modell esetére szemlélteti a jelenséget. Az állítás második fele és a tézis egésze EOQ modellek esetén a 4.3. és 4.6., EPQ modellekre pedig az 5.4. és 5.7. tételekből következik. Ezek ugyanis olyan összefüggéseket fogalmaznak meg, amelyekben az összköltség függvény egy meghatározó tagjának tulajdonságai a selejtarány várható értékének, valamint a fajlagos készlet tartási és hátralék költségek egymáshoz való viszonyától függenek. Az összköltség függvényben pedig a minőség-ellenőrzés sebessége független változó.

**3. tézis Amennyiben a minőség-ellenőrzés nincs olyan gyors, hogy megakadályozza a hátralék keletkezését, úgy a hátralék magas fajlagos költsége a minőség-ellenőrzési sebesség növelésére ösztönöz. Mindez EOQ és EPQ modellekben, azaz kereskedő és a termelő vállalatokra egyaránt igaz.**

Az első tézis tanulságainak megfelelően mind az EOQ, mind az EPQ modellben felírt készletezéssel kapcsolatos összköltség függvénynek döntési változója a minőség-ellenőrzés sebessége. Ha a minőség-ellenőrzés elég gyors ahhoz, hogy ne keletkezzen hátralék, úgy az összköltség szempontjából nincs jelentősége a hátralék fajlagos költségének, mivel az nem merül fel. Amennyiben azonban keletkezik hátralék, úgy minél magasabb annak fajlagos költsége, annál inkább érdekelt a vállalat abban, hogy az minél kevesebb elem után merüljön fel. A minőség-ellenőrzés sebességének növelése pedig csökkenti a hátralék átlagos szintjét. A jelenséget példákkal is illusztráltuk az EOQ és EPQ modellek összefüggő, valamint egymástól független ciklusai esetére egyaránt.

**4. tézis A minőség-ellenőrzést figyelembe vevő készletgazdálkodási modellek közül az Economic Production Quantity modellben nagyobb a gazdaságos sorozatnagyság, mint az Economic Order Quantity modellben, akár egymással összefüggő, akár független ciklusokat feltételezünk.**

A negyedik tézis az 5.2. és 5.5. tételek összefoglalása. Mindkét modell (EOQ és EPQ) mindkét változatában (egymással összefüggő és egymástól független ciklusok) a gazdaságos sorozatnagyság a Wilson-formula módosított alakja. Összefüggő ciklusok esetén a módosító faktor a  $\sqrt{S(z)/(H(z) + B(z))}$  szorzó, melyben  $S(z)$  és  $B(z)$  megegyeznek az EOQ és EPQ modellekben. Az eltérés  $H(z)$  értékéből adódik, amely az EPQ modellben alacsonyabb. Mivel  $H(z)$  a módosító tényező nevezőjében van, ezért az EPQ modellben magasabb a sorozatnagyság.

Egymástól független ciklusok esetén a módosító faktor  $\sqrt{1/H(z)}$ , ahol  $H(z)$  értéke az EOQ modellben magasabb. A Wilson-formulát ennek megfelelően az EOQ modellben kisebb szorzó módosítja, vagyis az EPQ modellben nagyobb a gazdaságos sorozatnagyság.

Mivel a minőség-ellenőrzés sebességének változtathatósága új eredmény az irodalomban, ezért jelentős további kutatásra van lehetőség. Értekezésem zárásaként ezekre is megfogalmazok néhány javaslatot. A negyedik és ötödik fejezetek EOQ és EPQ

modelljeiben a selejt egyszerre, az átvizsgálási periódus végén hagyta el a rendszert. Számos példát említhetünk a gyakorlatból arra az esetre is, hogy a hibás termékek folyamatosan távoznak a raktárból. Érdekes lehet az így kapott eredményeket összevetni a dolgozatban tárgyalt EOQ és EPQ modellekkel, és megvizsgálni, hogy milyen feltételek mellett célszerű egyszerre, illetve folyamatosan eltávolítani a selejtet.

Az értekezésben nem foglalkoztam részletesen a hibás termékek javításának, illetve újrahasznosításának lehetőségével. Ez a kérdéskör a fenntarthatóság szempontjából is releváns, ráadásul Andriolo et al. (2014) áttekintő munkája elsőként említi a jövőbeli kutatási ajánlások között. A minőségi problémás termékeket értékesítheti alacsonyabb áron a vállalat. Emellett elképzelhető, hogy eleve két különböző minőségű terméket gyárt, melyek közül a jobb minőségű elrontása nemcsak selejtet jelenthet, hanem azt is, hogy az alacsonyabb minőségi kategóriába kerül a késztermék. Előállítási költsége így magasabb, mintha eredetileg is második kategóriaként kezdték volna el gyártani, de legalább értékesíteni tudja a vállalat. A készletalakulási diagramok felrajzolásához alkalmazhatunk a reverz logisztikából ismert módszereket, nevezetesen a több raktárban történő ábrázolást. A két különböző minőséget jelentő kategóriát felfoghatjuk úgy is, hogy a magasabb szintű az újonnan gyártott, míg az alacsonyabb szintű az újrahasznosított termék (pl. papír, göngyölegek, konténerek).

Érdekes lehet megvizsgálni az értekezésben tárgyalt probléma különböző változatait a selejtarány különböző eloszlásai mellett. A valóságban a kereslet sem konstans, feltételezhetjük valamilyen eloszlását, illetve függhet a kereslet a termék minőségétől, előállítási költségeitől is.

## 7 Irodalomjegyzék

- Andriolo, A. – Battini, D. – Grubbström, R. W. – Persona, A. (2014): A century of evolution from Harris's basic lot size model: Survey and research agenda, *International Journal of Production Economics*, 155 (1-3), 16-38
- Archetti, C. – Bertazzi, L. – Speranza, M. G. (2014), Polynomial cases of the economic lot sizing problem with cost discounts, *European Journal of Operational Research*, 237 (2), 519-527
- Benton, W. C. – Park, S. (1996), A classification of literature on determining the lot size under quantity discounts, *European Journal of Operational Research*, 92 (2), 219-238
- Bonney, M. C. – Jaber, M. J. (2011), Environmentally responsible inventory models: Non-classical models for a non-classical era, *International Journal of Production Economics*, 133 (1), 43-53
- Bouchery, Y. – Ghaffari, H. – Jemai, Z. – Dallery, Y. (2012), Including sustainability criteria into inventory models, *European Journal of Operational Research*, 222 (2), 229-240
- Buzacott, J. A. (1975), Economic order quantities with inflation, *Operational Research Quarterly*, 26 (3), 553-558
- Cárdenas-Barrón, L. E. (2001), The economic production quantity (EPQ) with shortage derived algebraically, *International Journal of Production Economics*, 70 (3), 289-292
- Cárdenas-Barrón, L. E. (2011), The derivation of EOQ/EPQ inventory models with two backorders costs using analytic geometry and algebra, *Applied Mathematical Modelling*, 35 (5), 2394-2407
- Chan, W. M. – Ibrahim, R. N. – Lochert, P. B. (2003), A new EPQ model: integrating lower pricing, rework and reject situations, *Production Planning and Control*, 14 (7), 588-595
- Chen, S.-C. – Teng, J.-T., Skouri, K. (in press), Economic production quantity models for deteriorating items with up-stream full trade credit and down-stream partial trade credit, *International Journal of Production Economics*, DOI: 10.1016/j.ijpe.2013.07.024

- Chopra, S. – Meindl, P. (2012), *Supply Chain Management: Strategy, Planning, and Operation*, Fifth edition, Pearson Prentice Hall
- Chopra, S. – Sodhi, M. S. (2004), Managing Risk to Avoid Supply-Chain Breakdowns, *MIT Sloan Management Review*, 46 (1), 53-61
- Choi, T. – Linton, T. (2011), Don't Let Your Supply Chain Control Your Business, *Harvard Business Review*, 89 (12), 112-117
- Covert, R. B. – Philip, G. S. (1973), An EOQ model with Weibull distribution deterioration, *AIIE Transactions*, 5 (4), 323-326
- Demeter Krisztina (2014), Minőségmenedzsment, *In: Demeter Krisztina (szerk.) Termelés, szolgáltatás, logisztika - Az értékteremtés folyamatai*, CompLex Kiadó, Budapest
- Deming, W. E. (2000), *Out of the Crisis*, Cambridge: MIT Press
- Dobos Imre – Richter, Knut (2003), A production/recycling model with stationary demand and return rates, *Central European Journal of Operations Research*, 11 (1), 35-46
- Dobos Imre – Richter, Knut (2004), An extended production/recycling model with stationary demand and return rates, *International Journal of Production Economics*, 90 (3), 311-323
- Dobos Imre – Richter, Knut (2006), A production/recycling model with quality consideration, *International Journal of Production Economics*, 104 (2), 571-579
- El Saadany, A. M. A. – Jaber, M. Y. (2010), A production, repair and waste disposal inventory model when returns are subject to quality and price considerations, *Computers & Industrial Engineering*, 58 (3), 352-362
- Eroglu, A. – Ozdemir, G. (2007), An economic order quantity model with defective items and shortages, *International Journal of Production Economics*, 106 (2), 544-549
- Ertogral, K. – Darwish, M. – Ben-Daya, M. (2007), Production and shipment lot sizing in a vendor-buyer supply chain with transportation cost, *European Journal of Operational Research*, 176 (3), 1592-1606
- Feigenbaum, A. V. (1956), Total quality control, *Harvard Business Review*, 34 (6), 93-101

- Ferdows, K. – De Meyer, A. (1990), Lasting improvements in manufacturing performance: in search of a new theory, *Journal of Operations Management*, 9 (2), 168-184
- Fisher, M. A. (1997), What is the Right Supply Chain for Your Product?, *Harvard Business Review*, 75 (3-4), 105-116
- Garvin, D. A. (1984), What Does „Product Quality” Really Mean?, *Sloan Management Review*, 26 (1), 25-43
- Garvin, D. A. (1987), Competing on the Eight Dimensions of Quality”, *Harvard Business Review*, 65 (6), 101-109
- Ghare, P. M. – Schrader, G. F. (1963), A model for an exponentially decaying inventory, *Journal of Industrial Engineering*, 14 (5), 238-243
- Glock, C. H. – Grosse, E. H. – Ries, J. M. (2014), The lot sizing problem: A tertiary study, *International Journal of Production Economics*, 155 (1-3), 39-51
- Goyal, S. K. (1985), Economic order quantity under conditions of permissible delay in payments, *Journal of Operational Research Society*, 36 (4), 335-338
- Gross, D. – Soriano, A. (1969), The Effect of Reducing Leadtime on Inventory Levels–Simulation Analysis, *Management Science*, 16 (2), 61-72
- Grubbström, R. W. – Erdem, A. (1999), The EOQ with backlogging derived without derivatives, *International Journal of Production Economics*, 59 (1-3), 529-530
- Hadley, G. – Whitin, T. M. (1963), *Analysis of inventory systems*, Englewood Cliffs, N. J.: Prentice Hall, 62-68, 323-345
- Hallowell, R. - Hampton, T. (2000), Alaska Airlines: For the same price you just get more..., Harvard Business School, Case 9-800-004
- Hammond, J. H. (2008), Barilla SpA (A), Harvard Business School, Case 9-969-046
- Hammond, J. H. (2006), Barilla SpA (B), Harvard Business School, Case 9-695-064
- Hariga, M. – Haouari, M. (1999), An EOQ lot sizing model with random supplier capacity, *International Journal of Production Economics*, 58 (1), 39-47
- Harris, F. (1913a), How Many Parts to Make at Once, *Factory, The Magazine of Management*, 10 (152), 135-136

- Harris, F. (1913b), How Much Stock to Keep on Hand, Once, *Factory, The Magazine of Management* 10, 240-241, 281-284
- Hasanov, P. – Jaber, M. Y. – Zolfaghari, S. (2012), Production, remanufacturing and waste disposal models for the cases of pure and partial backordering, *Applied Mathematical Modelling*, 36 (11), 5249-5261
- Hauck Zsuzsanna – Németh Péter (2012), Az érzelmi intelligencia és a szolgáltatás minősége közötti összefüggésekről, valamint azok jelentőségéről, *In: Sipos Norbert, Gunszt Dóra (szerk.): Interdiszciplináris Doktorandusz Konferencia 2012 (ISBN: 978-963-642-484-8)*, Pécsi Tudományegyetem Doktorandusz Önkormányzat, Pécs, 335-346
- Hauck Zsuzsanna (2013a), A minőség, mint versenyprioritási tényező: egy marketing-termelési interfész, *Marketing és Menedzsment*, 47 (2), 3-14
- Hauck Zsuzsanna (2013b), A minőség-ellenőrzés készletgazdálkodási politikára gyakorolt hatásáról, *In: Keresztes Gábor (szerk.): XVI. Tavaszi Szél Konferenciakötet (ISBN: 978-963-89560-2-6)*, Doktoranduszok Országos Szövetsége, Budapest, 511-517
- Hauck Zsuzsanna (2014a), Az outsourcing és az integráció közötti választás szempontjai, avagy minőség teszi a döntést, *Vezetéstudomány*, 45 (4), 41-50
- Hauck Zsuzsanna (2014b), Inventory management and competitiveness: a quality-based approach, *In: Szabó István (szerk.): 2nd Interdisciplinary Doctoral Conference 2013 – Conference Book (ISBN: 978-963-642-598-2)*, Pécsi Tudományegyetem Doktorandusz Önkormányzat, Pécs, 509-516.
- Hauck Zsuzsanna (2014c), EPQ modellek változtatható minőség-ellenőrzési sebesség esetén, *SZIGMA XLV (3-4.)*, megjelenés alatt
- Hauck Zsuzsanna – Vörös József (2015), Lot sizing in case of defective items to increase the speed of quality control, *Omega: International Journal of Management Science*, 52, 180-189, DOI: 10.1016/j.omega.2014.04.004
- Hax, A. C. – Candea, D. (1984), Production and Inventory Management, *Prentice Hall, NJ*
- Hayes, R. H. – Wheelwright, S. C. (1979b), The dynamics of process-product life cycles, *Harvard Business Review*, 57 (2), 127-136
- Heizer, J. – Render, B. (2010), *Operations Management*, 10th edition, New Jersey: Prentice Hall



- Horowitz, I. (2000), EOQ and inflation uncertainty, *International Journal of Production Economics*, 65 (2), 217-224
- Hsu, WK. K. – Yu, HF. (2009), EOQ model for imperfective items under a one-time-only discount, *Omega*, 37 (5), 1018-1026
- Jaarsveld, W. – Dekker, R. (2011), Estimating obsolescence risk from demand data to enhance inventory control – A case study, *International Journal of Production Economics*, 133 (1), 423-431
- Jaber, M. Y. – Goyal, S. K. – Imran, M. (2008), Economic production quantity model for items with imperfect quality subject to learning effects, *International Journal of Production Economics*, 115 (1), 143-150
- Jaber, M. Y. – Zanoni, S. – Zavanella, L. E. (2013), An entropic economic order quantity (EnEOQ) for items with imperfect quality, *Applied Mathematical Modelling*, 37 (6), 3982-3992
- Jaber, M. Y. – Zanoni, S. – Zavanella, L. E. (in press), Economic order quantity models for imperfect items with buy and repair options, *International Journal of Production Economics*, DOI: 10.1016/j.ijpe.2013.10.014
- Johnson, A. – Montgomery, D. C. (1974), *Operations Research in Production Planning, Scheduling and Inventory Model*, Wiley, New York, 525 p.
- Johnson, P. F. (2006), Supply chain management at Wal-Mart, Ivey Management Services, Case 907D01
- Juran, J. M. (1966), *Minőség, tervezés, szabályozás, ellenőrzés*, Műszaki Kiadó, Budapest
- Khan, M. – Jaber, M. Y. – Wahab, M. I. M. (2010), Economic order quantity model for items with imperfect quality with learning in inspection, *International Journal of Production Economics*, 124 (1), 87-96
- Khan, M. – Jaber, M. Y. – Guiffrida, A. L. – Zolfaghari, S. (2011), A review of the extensions of a modified EOQ model for imperfect quality items, *International Journal of Production Economics*, 132 (1), 1-12
- Khan, M. – Jaber, M. Y. – Ahmad, A. R. (2014), An integrated supply chain model with errors in quality inspection and learning in production, *Omega*, 42 (1), 16-24
- Koltai Tamás (2009), Robustness of a production schedule to inventory cost calculations, *International Journal of Production Economics*, 121 (2), 494-504

- Konstantaras, I. – Skouri, K. – Jaber, M. Y. (2012), Inventory models for imperfect quality items with shortages and learning in inspection, *Applied Mathematical Modelling*, 36 (11), 5334-5343
- Krajewski, L. J. – Ritzman, L. P. – Malhotra, M. K. (2013), *Operations Management: Processes and Supply Chains*, 10th edition, New Jersey: Prentice Hall
- Lee, H. L. – Rosenblatt, M. (1987), Simultaneous Determination of Production Cycle and Inspection Schedules in a Production System, *Management Science*, 33 (9), 1125-1137
- Lee, H. L. – So, K. C. – Tang, C. S. (2000), The Value of Information Sharing in a Two-Level Supply Chain, *Management Science*, 46 (5), 626-643
- Lee, H. L. (2004), The Triple-A Supply Chain, *Harvard Business Review*, 82 (10), 102-112
- Liberatore, M. J. (1979), The EOQ model under stochastic lead time, *Operations Research*, 27 (2), 391-396
- Liker, J. K. (2004), *The Toyota Way: 14 Management Principles*, New York: McGraw-Hill
- Louly, M-A. O. – Dolgui, A. (2009), Calculating safety stocks for assembly systems with random procurement lead times, *European Journal of Operational Research*, 199 (3), 723-731
- Maddah, B. – Jaber, M. Y. (2008), Economic order quantity for items with imperfect quality: Revisited, *International Journal of Production Economics*, 112 (2), 808-815
- Mann, N.R. (1987), *The keys to excellence. The story of the Deming Philosophy.* 2nd ed., Prestwick Books, Los Angeles
- Meredith, J. R. – Shafer, S. M. (2007), *Operations Management for MBAs*, 3rd edition, New Jersey: Wiley
- Naddor, E. (1966), *Inventory System*, Wiley, New York, 341 p.
- Narayanan, V. G. – Raman, A. (2004), Aligning incentives in Supply Chains, *Harvard Business Review*, 82 (11), 94-102
- Némon Zoltán – Sebestyén László – Vörösmarty Gyöngyi (2006), *Logisztika: Folyamatok az ellátási láncban*, Kereskedelmi és Idegenforgalmi Továbbképző Kft., Budapest

- Noblesse, A. M. – Boute, R. N. – Lambrecht, M. R. – Van Houdt, B. (in press), Lot sizing and lead time decisions in production/inventory systems, *International Journal of Production Economics*, DOI: 10.1016/j.ijpe.2014.04.027
- Papachristos, S. – Konstantaras, I. (2006), Economic order quantity models for items with imperfect quality, *International Journal of Production Economics*, 100 (1), 148-154
- Porteus, E. L. (1986), Optimal lot sizing, process quality improvement and setup cost reduction, *Operations Research*, 34 (1), 137-144
- Prékopa András (1965), Reliability equation for an inventory problem and its asymptotic solutions, *In: Prékopa (szerk.): Colloquim on Application of Mathematics to Economics*, Akadémiai Kiadó, Budapest, 317-327
- Rezaei, J. (2005), Economic order quantity model with backorder for imperfect quality items, *In: Proceeding of IEEE International Engineering Management Conference, 11-13 th September 2005*, St. John's Nwefoundland, Canada, 466-470
- Richter, K. (1996), The extended EOQ repair and waste disposal model, *International Journal of Production Economics*, 45 (1-3), 443-447
- Richter, K. (1997), Pure and mixed strategies for the EOQ repair and waste disposal problem, *OR Spectrum*, 19 (2), 123-129
- Richter, K. – Dobos, I. (1999), Analysis of the EOQ repair and waste disposal problem with integer setup numbers, *International Journal of Production Economics*, 59 (1), 463-467
- Richter, Knut – Dobos Imre (2003), Az újrahasznosítás hatása a gazdasági sorozatnagyságra, *SZIGMA*, 34 (1-2), 45-63
- Rosenblatt, M. J. – Lee, H. L. (1986), Economic production cycles with imperfect production processes, *IIE Transactions*, 18 (1), 48-55
- Rubin, P. A. – Benton, W. C. (2003). Evaluating jointly constrained order quantity complexities for incremental discounts, *European Journal of Operational Research*, 149 (3), 557-570
- Salameh, M.K., Jaber, M.Y. (2000), Economic production quantity model for items with imperfect quality, *International Journal of Production Economics* 64 (1), 59-64
- San-José, L. A. – Garcia-Laguna, J. (2009): Optimal policy for an inventory system with backlogging and all-units discounts: Application to the composite lot size model, *European Journal of Operational Research*, 192 (3), 808-823

- Sari, D. P. – Rusdiansyah, A. – Huang, L. (2012): Models of Joint Economic Lot-sizing Problem with Time-based Temporary Price Discounts, *International Journal of Production Economics*, 139 (1), 145-154
- Sarmah, S. P. – Acharya, D. – Goyal, S. K. (2006), Buyer vendor coordination models on supply chain management, *European Journal of Operational Research*, 175 (1), 1-15
- Schonberger, R. J. - Knod, E. M. (1991), *Operations Management*, Fourth Edition, Homewood: Irwin
- Skouri, K. – Konstantaras, I. – Lagodimos, A. C. – Papachristos, S. (in press), An EOQ model with backorders and rejection of defective supply batches, *International Journal of Production Economics*, DOI: 10.1016/j.ijpe.2013.11.017
- Slack, N. – Chambers, S. - Johnston, R. (2010), *Operations Management*, 6th edition, New Jersey: Prentice Hall
- Snow, D. C. – Wheelwright, S. C. – Wagonfeld, A. B. (2006), Scharffen Berger Chocolate Maker, Harvard Business School, Case 9-606-043
- Soni, H. – Shah, N. H. – Jaggi, C. K. (2010), Inventory models and trade credit, *European Journal of Operational Research*, 39 (3), 867-882
- Taft, E.W. (1918a), Fixing Quantities of Materials in Stock, *Iron Age* 101, 855-856
- Taft, E.W. (1918b), The Most Economical Production Lot, *Iron Age* 101, 1410-1412
- Taleizadeh, A. A. – Pentico, D. W. (in press), An Economic Order Quantity model with partial backordering and all-unit discount, *International Journal of Production Economics*, DOI: 10.1016/j.ijpe.2014.01.012
- Thangam, A. (2012), Optimal price discounting and lot-sizing policies for perishable items in a supply chain under advance payment scheme and two-echelon trade credits, *International Journal of Production Economics*, 139 (2), 459-472
- Vinson, C, E. (1972): The cost of ignoring lead time unreliability in inventory theory, *Decision Sciences*, 3 (2), 87-105
- Vörös József (1999), Lot sizing with quality improvement and setup time reduction, *European Journal of Operational Research*, 113 (3), 568-574

- Vörös József (2002), Product balancing under conditions of quality inflation, cost pressures and growth strategies, *European Journal of Operational Research*, 144 (1), 153-166
- Vörös József (2010), *Termelés- és szolgáltatásmenedzsment*, Akadémiai Kiadó, Budapest
- Vörös József (2013), Economic order and production quantity models without constraint on the percentage of defective items, *Central European Journal of Operations Research*, 21(4), 867-885
- Wagner, H. M. – Whitin, T. M. (1958), Dynamic version of the economic lot size model, *Management Science*, 5 (1), 89-96.
- Watanabe, K. – Stewart, T. A. – Raman, A. P. (2007), Lessons from Toyota's long drive, *Harvard Business Review*, 85 (7/8), 74-83
- Wee, H. M. – Yu, J. – Chen, M. C. (2007), Optimal inventory model for items with imperfect quality and shortage backordering, *Omega*, 35 (1), 7-11
- Wee, H. M. – Yu, J. C. P. – Wang, K. J. (2006), An integrated production-inventory model for deteriorating items with imperfect quality and shortage backordering considerations, *Lecture Notes in Computer Science*, 3982(LNCS), 885-897
- Wilson, R. H. (1934), A Scientific Routine for Stock Control, *Harvard Business Review*, 13, 116-128
- Winston, W. L. (2003), *Operations Research: Applications and Algorithms*, Duxbury Press, 4<sup>th</sup> edition
- Yoo, S. H. – Kim, D. – Park, M. S. (2009), Economic production quantity model with imperfect-quality items, two-way imperfect inspection and sales return, *International Journal of Production Economics*, 121 (1), 255-265
- Yu, J. C. P. – Wee, H. M. – Chen, J. M. (2005), Optimal ordering policy for a deteriorating item with imperfect quality and partial backordering, *Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers*, 22 (6), 509-520
- Ziermann Mihály (1964), Application of Smirnov's theorems for an inventory control problem, *Publications of the Mathematical Institution of the Hungarian Academy of Sciences*, Ser. B 8, 509-518