

**Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar
Regionális Politika és Gazdaságtan Doktori Iskola**

Hálózatelmélet és gazdaságmodellezés

**A piaci kapcsolati hálózat szerepe a monopolisztikus
versenypiac működésében**

DOKTORI ÉRTEKEZÉS

Készítette: Longauer Dóra

Témavezető: Dr. habil. Sebestyén Tamás

Egyetemi docens

Dr. habil. Kovács Kármén

Egyetemi docens

Pécs, 2021

Tartalomjegyzék

Táblázatok jegyzéke	iii
Ábrák jegyzéke	v
Absztrakt	vi
1. Bevezetés	1
2. Szakirodalmi áttekintés: Hálózatelméleti alapok és a tökéletlen kapcsoltság szerepe a piac működésében	6
2.1. Hálózatelméleti alapok	6
2.1.1. Hálózatok jellemzése és típusaik	7
2.1.2. Hálózati dinamika	10
2.2. Kapcsolati hálózatok a piacon	12
2.2.1. A nem teljes kapcsoltság szakirodalmi megalapozása	12
2.2.2. A keresleti struktúra és a piaci működés összefüggései	15
2.3. Összegzés	19
3. Tökéletlen piaci kapcsoltság és hálózatformálódás monopolisztikus versenyben	20
3.1. Piaci kapcsolati hálózat monopolisztikus versenyben	22
3.1.1. Piaci kapcsolati hálózat	23
3.1.2. Kereslet	24
3.1.3. Kínálat	26
3.2. Hálózatformálódás a monopolisztikus verseny modelljében	28
3.2.1. A háztartások hálózati döntési problémája	28
3.2.2. A vállalatok hálózati döntési problémája	37
3.2.3. A hálózatformálódási modellekből levont következtetések	44
3.3. A magyar vállalkozások méreteloszlása	46
3.4. Összegzés	49

4. Hálózati struktúra egy egyszerű makromodellben	51
4.1. A homogén vállalat esete	53
4.1.1. Aggregált kibocsátás homogén vállalatokra	53
4.1.2. A hálózati sűrűség hatása	55
4.2. A két típusú vállalat esete	58
4.2.1. Aggregált kibocsátás két típusú vállalatra	58
4.2.2. A hálózati struktúra szerepe	60
4.3. Az általános eset	65
4.3.1. Aggregált kibocsátás az általános esetben	65
4.3.2. A fokszámeloszlás szerepe	66
4.3.3. A foksám- és a termelékenységeloszlás együttes szerepe	69
4.4. Nem teljes kapcsoltságból fakadó holttelhereszteség a magyar gazdaságban	72
4.5. Összegzés	76
5. A tökéletlen piaci kapcsoltság és a gazdasági dinamika összefüggései	77
5.1. A háztartások és a vállalatok döntése	79
5.1.1. Háztartások	79
5.1.2. Vállalatok	81
5.2. Az új-keynesi Phillips-görbe	82
5.3. Az új-keynesi IS-görbe	87
5.4. A piaci kapcsolati hálózat szerepe a modellben	88
5.5. Összegzés	94
6. Összefoglalás	96
Felhasznált irodalom	100
Függelék	105
A. függelék. Hálózatformálódás monopolisztikus versenyben	106
A.1. A háztartások keresleti függvénye	106
A.2. A háztartások által érzékelt árindex	107
A.3. A háztartások kapcsolatlétesítési döntésének átalakítása	109
A.4. A vállalatok kapcsolatlétesítési döntésének átalakítása	110
B. függelék. A tökéletlen piaci kapcsoltság és a gazdasági dinamika összefüggései	111
B.1. A háztartások dinamikus optimalizálási feladata	111
B.2. Az árak szóródása	112
B.3. Az egyedi áralakulást leíró egyenlet átalakítása előre iterálással	113
B.4. Az általános árindex log-linearizálása	114

Táblázatok jegyzéke

3.1. A 3. fejezetben használt jelölések és jelentésük	22
3.2. Magyar vállalatok átlagos teljesítménymutatói létszámkategóriák szerint 2018-ban	47
4.1. A 4. fejezetben használt jelölések és jelentésük	52
4.2. Magyar kutatásokban használt α és ε paraméterértékek	74
5.1. Az 5. fejezetben használt jelölések és jelentésük	80
5.2. A sokk-szimulációkban használt paraméterek jelölése, megnevezése és értéke	90
5.3. Negatív hálózati sokk hatása a sűrűségre különböző típusú és korú hálózatokban	92

Ábrák jegyzéke

2.1.	Hálózatok reprezentációja	8
2.2.	Különböző típusú hálózatok	10
3.1.	Példa a piaci kapcsolati hálózatra $H = 5$ háztartással és $F = 4$ vállalattal	23
3.2.	A kereslet növekedésének hatása az árra, növekvő hozadék esetén (a kereslet a kétszeresére nő, D_1 -ről D_2 -re)	35
3.3.	A vállalati termelékenység növekedésének hatása az árra, növekvő hozadék esetén (a határkölség-függvény lefelé tolódik, MC_1 -ről MC_2 -re)	36
3.4.	Vállalati fokszámok eloszlása az endogén hálózatban a vállalati határkölségek normális eloszlása mellett, különböző ρ és σ_{MC} értékekre (vízszintes tengelyen a fokszámok, függőleges tengelyen azok előfordulási valószínűsége szerepel)	43
3.5.	Vállalati fokszámok eloszlása az endogén hálózatban a vállalati határkölségek egyenletes eloszlása mellett, különböző ρ és σ_{MC} értékekre (vízszintes tengelyen a fokszámok, függőleges tengelyen azok előfordulási valószínűsége szerepel)	45
3.6.	Magyar vállalkozások méreteloszlása a foglalkoztatás (L), hozzáadott érték (VA), valamint árbevétel (TR) alapján (vízszintes tengelyen a különböző létszámkategóriába tartozó vállalatok átlagos mérete, függőleges tengelyen pedig azok előfordulási valószínűsége szerepel)	48
3.7.	A magyar gazdaságra érvényes helyettesítési rugalmasság ($\hat{\varepsilon}$) becslése a modellbeli méreteloszlás illesztésével az empirikus méreteloszlásra	50
4.1.	Az aggregált kibocsátás a piaci hálózat sűrűségének függvényében, a helyettesítési rugalmasság különböző értékeire – Magasabb ρ értékek magasabb ε -nak felelnek meg az $\varepsilon = \frac{1}{1-\rho}$ összefüggés alapján	56
4.2.	A kibocsátás alakulása a hálózati struktúra függvényében konstans sűrűség és növekvő hozadék mellett, különböző termelékenységi relációkra	63
4.3.	A kibocsátás alakulása a hálózati struktúra függvényében konstans sűrűség és csökkenő hozadék mellett, különböző termelékenységi relációkra	64

4.4.	A preferenciális kapcsolódás erősségét meghatározó paraméter hatása a kibocsátásra különböző hozadékú gazdaságban	68
4.5.	A kibocsátás százalékos eltérése szimmetrikus és korrelált technológia esetén a homogén technológiához képest, a preferenciális kapcsolódás erősségétől függően, növekvő hozadéokra	70
4.6.	A kibocsátás százalékos eltérése szimmetrikus és korrelált technológia esetén a homogén technológiához képest, a preferenciális kapcsolódás erősségétől függően, csökkenő hozadéokra	71
4.7.	A gazdasági szereplők átlagos kapcsoltságát leíró \hat{c}_t becslült változása 2013 és 2018 között	75
5.1.	Impulzusválaszok a modellben 10%-os negatív hálózati sokk hatására ($\xi_d = -0,1$)	91
5.2.	Impulzusválaszok a modellben különböző korú hálózatokban szimulált negatív hálózati sokkra – átlagos és maximális hatások a véletlen hálózatnövekedési modellben	93
5.3.	Impulzusválaszok a modellben különböző hálózatokban szimulált negatív hálózati sokkra – átlagos és maximális hatások a 150. periódusban	94

Absztrakt

Longauer Dóra: *Hálózatelmélet és gazdaságmodellezés - A piaci kapcsolati hálózat szerepe a monopolisztikus versenypiac működésében*

A hálózatelmélet megjelenésének köszönhetően a közgazdaságtanban egyre nagyobb teret kap a gazdaság hálózatok alkotta, komplex rendszerként való szemlélete. Ennek ellenére a gazdaságmodellezésben továbbra is jellemző feltevés a piaci szereplők teljes kapcsolatrendszer, ami egyúttal azt is jelenti, hogy a kapcsolatok kialakításának, fenntartásának és az azokon keresztül hozzáférhető tranzakcióknak nincsenek korlátai. Dolgozatomban egy monopolisztikus versenypiaci környezetben vizsgálom a vevők és eladók közötti kapcsolati hálózat szerepét a piac működésében. Célom megmutatni azt, hogy a hálózati struktúra számít, vagyis a piaci szereplők kapcsolati hálózata befolyásolja a szereplők döntéseit és a piac működését. A dolgozatban az elsődlegesen alkalmazott módszertan az analitikus matematikai modellezés, ugyanakkor az egyes modellekből nyert következtetéseket empirikus módszerekkel is megvizsgálom. A dolgozat legfontosabb eredményei alapján a kapcsolatok pozitív költsége mellett a piaci szereplők hálózatformálódási döntése nem teljes kapcsoltságot eredményez a piac két oldala között és heterogén termelékenységű vállalatokra az endogén módon kialakuló kapcsolatok eloszlása a legtöbb valódi hálózatra jellemző skálafüggetlen struktúrának felel meg. A tökéletlen kapcsoltság jóléti veszteséget eredményez az aggregált piaci működésben, ugyanakkor ezt a hatékonyságbeli veszteséget részben kompenzálja a termelékenyebb vállalatok erősebb kapcsoltsága. A tökéletlen kapcsoltságból fakadó holtteher-vesztés beépül a gazdaság dinamikus viselkedésébe is, a hálózat mikroszinten jelentkező változásai aggregált szintű fluktuációkat eredményezhetnek. Ezek az eredmények egyúttal rávilágítanak arra is, hogy a tökéletes kapcsoltság standard feltevése a modellekben inkább egy szélsőséges esete a valós gazdasági működésnek és a hálózatelmélet fontos adalékkal szolgálhat ahhoz, hogy jobban megértsük a gazdasági rendszer működését.

1. fejezet

Bevezetés

A közgazdaságtan hagyományosan a Homo Oeconomicus koncepciójára épül (Persky, 1995). Ez az idealizált döntéshozó egy személyben testesíti meg mindazt, amit a közgazdászok racionalitásnak neveznek. A gazdaságban fellelhető információkat képes teljes körűen feldolgozni és azok alapján mindenkor optimális döntést hozni. John Stuart Mill teremtménye könnyen meghódította a közgazdaságtant, hiszen tökéletesen tudott alkalmazkodni a módszertani követelményekhez. A modern közgazdaságtanban használt matematikai módszerekkel egyszerűen leírható a viselkedése és nincs szükség további szereplők megjelenítésére, mivel maga képes reprezentálni a teljes társadalmat. Mindebből implicit az is következik, hogy a közgazdasági modellek a keresleti és kínálati szereplők teljes kapcsolatrendszerét feltételezik. A modellek logikája alapján mindenki ismer mindenki mást, vagyis a piaci tranzakciók elérhetőségének, a piaci kapcsolatok létrehozásának és fenntartásának nincsenek információs, térbeli vagy anyagi korlátai. Ennek eredményeként a főáramú közgazdaságtan elfordult az egyén társadalmi beágyazottságának vizsgálatától és a társadalmi szintet a modellek úgy kezelik, mintha az egyszerű aggregátuma lenne az azonosan működő, reprezentatív egyéneknek.

Ezzel szemben a szociológusok régóta hangsúlyozzák a kapcsolatháló szerepét a gazdasági működés minden szegmensében (lásd Granovetter, 1985; Polányi, 1944). A gazdaság-szociológia a gazdasági élet szereplőit a társadalom sokrétű kapcsolathálójába ágyazott cselekvőként értelmezi. A terület képviselői szerint minden gazdasági tevékenység hálózatban testesül meg és az egyének közötti kapcsolódások szerkezete, vagyis az egyéneket integráló hálózat struktúrája befolyásolja az egyéni cselekvéseket és az azok nyomán kialakuló gazdasági eredményeket. Ebben a felfogásban a társadalmi szint nem lehet egyszerű aggregátuma az egyéni cselekvéseknek, hanem mindenképpen magában hordoz valamilyen minőségi többletet, amely közvetlenül nem levezethető az egyén viselkedéséből.

Szorosan kapcsolódnak ehhez a szemléletmódhoz az elmúlt két évtizedben, a legkülönbözőbb hálózatok vizsgálata során felfedezett tudományos eredmények. Mind a természeti,

mind a társadalmi rendszerek vizsgálata egyértelműen rámutatott arra, hogy a kapcsolódási szerkezet szorosan összefügg a vizsgált hálózati rendszer hatékonyságával és stabilitásával (Bala és Goyal, 2000; Barabási, 2016; Jackson, 2008). A hálózati struktúra alapvetően meghatározza a hálózatot integráló rendszer teljesítményét, eredményességét, ellenállóképességét. A közgazdaságtan területére alkalmazva ez azt jelenti, hogy a gazdasági rendszer működése szempontjából egyáltalán nem semleges az, milyen struktúrában kapcsolódnak egymáshoz a gazdaság szereplői. A gazdaságunk rendkívüli mértékben függ az olyan komplex hálózati rendszerektől, mint a piac, a beszállítói/értékesítési kapcsolatok vagy a nemzetközi kereskedelem. Hatványozottan igaz ez az utóbbi időben, amikor egyre inkább érezni lehet azt, hogy a globális gazdasági rendszerben minden mindennel összefügg és emiatt az áru- és személyforgalom mellett a válságok terjedése is sokkal könnyebbé vált. Ahhoz, hogy ezeket a komplex hatásokat elemezni tudjuk, a hálózati megközelítés a közgazdaságtanban egyre inkább megkerülhetetlenné válik.

Ezt támasztja alá az is, hogy a gazdaság hálózatok alkotta, komplex rendszerként való szemlélete egyre nagyobb teret kap a tudományos kutatásokban (Easley és Kleinberg, 2010; Rauch és Hamilton, 2001). Ugyanakkor ez leginkább a gazdaságelemzésben mutatkozik meg és kevésbé a gazdaságmodellezésben. Az egyensúlyi gazdaságmodellezésben még mindig kevés figyelmet szentelnek a szereplőket összekapcsoló hálózatoknak. A modellek továbbra is a teljes piacok és tökéletes kapcsolatrendszerek feltevésén alapulnak, ami egyúttal azt is jelenti, hogy a szereplők számára a kapcsolatok kialakításának/fenntartásának és az azokon keresztül hozzáférhető termékeknek, tranzakcióknak és információknak nincsenek korlátai. Ez a feltételezés leegyszerűsíti a modellek kezelését, mivel ha a szereplők kapcsolataiban nincsenek különbségek, akkor a reprezentatív szereplő továbbra is jól képviseli a társadalmat, megfogható vele a makroszintű működés. Tökéletlen kapcsolttság esetén belép a modellekbe egy újfajta heterogenitás, a szereplők kapcsolataiban meglévő különbség. Az egyéni döntéseket befolyásolhatja a hálózati pozíció, hiszen eltérő és korlátozott azon termékek, partnerek és információk köre, melyek a vizsgált szereplők kapcsolatain keresztül elérhetők. Ez pedig várhatóan befolyásolja a modellek működését, vagyis az egyéni döntések alapján felépülő aggregált eredményeket is, hiszen a makroszint nem feleltethető meg az átlagos viselkedésnek többé. Ebben a megközelítésben a teljes piacok és tökéletes kapcsolatrendszerek standard feltevése a modellekben csak egy speciális, inkább szélsőséges esete a gazdasági működésnek.

Ezen megfontolások és az előbb említett, hálózati rendszerekkel kapcsolatos eredmények alapján is arra kell tehát számítanunk, hogy ezeknek a gazdaságot behálózó kapcsolati struktúráknak és a nem teljes kapcsolttságnak fontos szerepe van a gazdaság aggregált működésében. Minderre alapozva ebben a dolgozatban a két megközelítés – a közgazdaságtan individualista és a gazdaságszociológia társadalmi beágyazottságon alapuló nézőpontjának

– összekapcsolására törekszem. Disszertációmban a gazdaságra úgy tekintek, mint gazdasági szereplők alkotta hálózatok rendszerére. Elsődleges célom, hogy rámutassak arra, hogy a hálózati struktúra számít, vagyis a gazdasági szereplőket összekapcsoló hálózat – az én vizsgálataimban az eladókat és vevőket összekötő piaci hálózat – felépítése, szerkezete, jellegzetességei alapvetően befolyásolják a vizsgált hálózatra épülő gazdasági rendszer – a piac – teljesítményét és működését. A hálózatelmélet, amely a különböző hálózatok természetét kutatja, fontos adalékkal szolgálhat a gazdaságmodellezésben ahhoz, hogy jobban megismerjük a gazdasági folyamatok működését.

A disszertációban ennek megfelelően a hálózati perspektíva központi szerepet kap. Egy olyan hálózati megközelítést kívánok ismertetni és alkalmazni, amely lehetővé teszi az analitikus gazdaságmodellezésben a szereplők hálózatosodásának figyelembevételét. Ehhez a piaci rendszert a piac két oldalán elhelyezkedő szereplők közötti kapcsolati hálózat explicit megjelenítésével (modellbe építésével) modellezem. Ennek megfelelően a dolgozatban az elsődlegesen alkalmazott módszertan az analitikus matematikai modellezés (kiegészítve néhány szimulációs és numerikus megoldással), ugyanakkor az egyes elméleti modellek és eredmények gyakorlati alkalmazhatóságát igyekszem empirikus módszerekkel is illusztrálni.

A dolgozat felépítésénél arra törekedtem, hogy az egyes fejezetek jól követhető logikai struktúrában kapcsolódjanak egymáshoz. A fejezetek emiatt szorosan összefüggenek és építenek a megelőző eredményekre, ugyanakkor mindegyik fejezet egy-egy különálló modellt mutat be, emiatt az egyes fejezetek önmagukban is olvashatók és értelmezhetőek.

A disszertáció *2. fejezete* a szakirodalmi megalapozás. A fejezetet két részre bontottam és az első felében a dolgozatban is használt hálózatelméleti fogalmakról és módszerekről írok röviden. A fejezet második felében a piaci kapcsolati hálózat figyelembevétele mellett hozható érveket foglalom össze, majd áttekintést adok a monopolisztikus piacok jellemzőiről és a keresleti struktúra piaci teljesítményben játszott szerepét vizsgáló kutatásokról, különös tekintettel a piaci kapcsolati hálózat és a piaci teljesítmény összefüggéseire. A legtöbb valódi piacra a monopolisztikus verseny jellemző, emiatt ez a piaci forma a legkedveltebb a gazdaságmodellezők körében és ez indokolja azt is, hogy a választásom erre a piaci modellre esett.

A *3. fejezetben* a dolgozat lényegét adó hálózati logikát egy monopolisztikusan versenyző piaci modellbe vezetem be úgy, hogy a piac két oldalán levő szereplők – vagyis az eladók és a vevők – közötti kapcsolatokat explicit értelmezem. A motivációm az, hogy megvizsgáljam, vajon függ-e az egyéni döntéshozatal a hálózatban elfoglalt pozíciótól, és ha igen, milyen esetben és miként befolyásolja a szereplők hálózati pozíciója a keresleti (fogyasztói) és kínálati (árzási) döntéseket. Az itt bemutatott piaci modell adja az alapját a disszertáció későbbi fejezeteiben bemutatásra kerülő modelleknek. Természetesen a hálózati struktúra

exogenitása erősen életidegen feltételezés, a valóságban a piaci kapcsolatok folyamatosan változnak, régi kapcsolatok szűnnek meg és újak jönnek létre. Nem megkerülhető emiatt annak vizsgálata, miként alakulnak ki ezek a gazdasági hálózatok. Ha a kapcsolatok endogenitását feltételezzük, akkor a keresleti és kínálati döntések mellett a szereplők kapcsolatokról való döntéshozatalát is modelleznünk kell. Ehhez a *3. fejezet* második felében egy hálózati döntési modellt mutatok be, amely segítségével azt vizsgálom, hogy a keresleti, illetve a kínálati szereplők kapcsolatlétesítési döntése milyen egyensúlyi hálózatot eredményez. Arra számítok, hogy a szereplők (hálózattól független) adottságai erőteljesen meghatározzák azt, hogy milyen hálózati pozíciót (kapcsolatszámot) sikerül kialakítaniuk. Itt megmutatkozhat tehát a hálózati rendszerek azon sajátossága, miszerint nem csak a hálózatban elfoglalt pozíció befolyásolhatja a szereplők döntéseit és lehetőségeit, de a hálózat maga is dinamikusan változhat a szereplők adottságaitól, döntéseitől függően. Ez a kölcsönös hálózati meghatározottság képes megragadni a rendszerek komplexitását. Mindezek alapján a fejezethez kapcsolódóan a következő két hipotézist fogalmazom meg:

- H₁** Ha a piaci szereplők – eladók és vevők – között felírható kapcsolati hálózat nemteljes-ségét feltételezzük, akkor monopolisztikus versenyben a hálózatban elfoglalt pozíció befolyásolja az egyéni döntéshozatalt mind a keresleti, mind a kínálati oldalon.
- H₂** Ha lehetővé tesszük a piaci szereplők – eladók és vevők – számára a kapcsolataikról való döntéshozatalt és a piaci kapcsolatokhoz tranzakciós költséget rendelünk, akkor nem minden kapcsolatot hoznak létre a szereplők és emiatt a kialakuló hálózat nem teljes, továbbá egy szereplő adottságai meghatározzák azt, hogy milyen hálózati pozíciót tud kialakítani.

A *4. fejezetben* az előző fejezetben ismertetett piaci modellt egy általános egyensúlyi modellbe építem be, ahol már figyelembe veszem a termékpiacok mellett a tényezőpiac egyensúlyát is. A legfontosabb kérdés, ami egy ilyen modellben felmerülhet, hogy vajon a piaci szereplők nem teljes kapcsoltságának milyen hatásai vannak a gazdaság aggregált teljesítményére. Arra számítok, hogy a kapcsolati háló tökéletlensége – és ezzel egyidejűleg a piaci tranzakciók korlátozottsága – elégtelen kibocsátást és emiatt jóléti veszteséget eredményez. A tranzakciós lehetőségek beszűkülése az eladókat várhatóan erősebb monopolhelyzetbe hozza, a vevők számára pedig szűkíti a fogyasztási lehetőségeket. Nem egyértelmű ugyanakkor az, hogy miként viszonyul a jóléti veszteség mértéke a hálózat strukturális tulajdonságaihoz (például befolyásolja-e az aggregált teljesítményt a kapcsolatok – és emiatt a tranzakciók – koncentráltsága). Ehhez a fejezethez kapcsolódóan fogalmazom meg a disszertáció harmadik hipotézisét, amely a következő:

H₃ A piaci kapcsolati hálózat nemteljessége a piac aggregált teljesítményében jóléti veszteséget eredményez és a hálózat strukturális tulajdonságai befolyásolják annak mértékét.

Az 5. fejezetben a szereplőket összekapcsoló hálózat szerepét a gazdasági dinamikában is megvizsgálom és ehhez az új-keynesi modellkeretet használom. Emögött az az elgondolás áll, hogy akárcsak a gazdaságban érvényesülő ármerevségek, a nem teljes kapcsoltság is egyfajta gazdasági súrlódást jelent, amely megnehezítheti a piac egyensúlyi alkalmazkodását. A piaci kapcsolati hálózat változásai – így például egy domináns szereplő megjelenése, amely elszívja a tranzakciók jelentős részét a többi szereplőtől, vagy a tranzakciók számának hirtelen visszaesése egy válság idején – kiválthatnak olyan folyamatokat, melyek eltérítik a gazdaságot az egyensúlyi állapotából és emiatt fontos lehet azt is megvizsgálni, miként érintik ezek a hálózati változások a makrogazdasági dinamikát. Ahogy az előbb, itt is felmerülhet a hálózati struktúra és az egyensúlyi alkalmazkodás kapcsolatának kérdésköre. Ehhez a fejezethez végül megfogalmazok egy utolsó, negyedik hipotézist:

H₄ A piaci szereplők kapcsolati hálózatának változásai megjelennek a gazdaság dinamikus működésében.

Az elméleti eredmények bemutatásán túl nem kevésbé fontos ezeknek az eredményeknek az empirikus tesztelése és alkalmazhatósága sem. Emiatt az egyes fejezetek végén az adott fejezet eredményeinek empirikus összefüggéseit is megvizsgálom. A fejezetek végén egy-egy szakaszt szentelek arra, hogy illusztrációként bemutassak egy empirikus alkalmazást az adott fejezetben tárgyalt modellhez (kivéve az 5. fejezetet).

A bevezető végén szeretném megragadni a lehetőséget arra, hogy megköszönjem témavezetőmnek, *Sebestyén Tamásnak* a kutatásomhoz nyújtott legmagasabb szintű szakmai és emberi segítségét. Az ő lelkesítése és támogatása nélkül ez a dolgozat sohasem készült volna el. Hálával tartozom a *családomnak* és a *barátaimnak*, akik mindvégig támogattak, hogy ebben a formában is kibontakoztathassam a bennem lakozó tudásvágyat.

2. fejezet

Szakirodalmi áttekintés: Hálózatelméleti alapok és a tökéletlen kapcsoltság szerepe a piac működésében

A dolgozatban a hálózati perspektíva központi szerepet kap és a bemutatásra kerülő modelleknek fontos építőeleme a piac két oldalán levő szereplőket, vagyis az eladókat és a vevőket összekötő piaci kapcsolati hálózat. Ez a szemléletmód lehetővé teszi, hogy elvonatkoztassunk a teljes kapcsoltság standard feltevésétől és a piacon uralkodó keresleti és kínálati viszonyokat sokkal részletgazdagabban jeleníthessük meg. Mindebből következik, hogy a modellezésnél és elemzésnél szükség lesz a hálózattudományból ismert fogalmakra és módszerekre, ezért ezek ismertetésétől nem tekinthetünk el. Jelen fejezet egyik hangsúlyos részét emiatt a hálózatelmélet alapjainak rövid áttekintése képezi. Ezt követően, a fejezet második felében a piaci kapcsolati hálózat figyelembevétele mellett hozható érveket foglalom össze, majd áttekintést adok a monopolisztikus piacok jellemzőiről és a keresleti struktúra piaci teljesítményben játszott szerepét vizsgáló kutatásokról, különös tekintettel a piaci kapcsolati hálózat és a piaci teljesítmény összefüggéseire.

2.1. Hálózatelméleti alapok

A hálózatelmélet a világban fellelhető hálózatok természetét kutatja (Barabási, 2016). A terület fejlődését nagymértékben előremozdította az a felfedezés, miszerint a társadalom, a természet és a technológia területén előforduló legkülönfélébb hálózatokat pontosan ugyanazok a rendező elvek alakítják. Ennek köszönhetően a különféle hálózatokat ugyanazokkal a matematikai eszközökkel, módszerekkel, fogalmakkal tudjuk modellezni és jellemezni. Ebben a dolgozatban a társadalmi, azok közül is a gazdasági interakciókat leíró hálózatoknak jut kitüntetett szerep, ezért a továbbiakban ezekre helyezem a hangsúlyt.

A hálózatelmélet a matematikai gráfelméleten alapszik, hiszen amikor hálózatokról van szó, valójában gráfokról beszélünk (König és Battiston, 2009). Egy gráf csúcsokból – a gazdasági alkalmazásokban jellemzően fogyasztók, vállalatok vagy országok – és a csúcsokat összekötő élekből – például piaci, beszállítói vagy kereskedelmi kapcsolatok – áll. Két csúcs szomszédos, ha azokat él köti össze. A gráf összefüggő, ha bármely csúcstól eljuthatunk az éleken keresztül bármely más csúcshoz.

Két csúcs között egy él lehet irányított (az egyik csúcsból a másik irányába mutató kapcsolat) és irányítatlan (kölsönös, oda-vissza irányuló kapcsolat). Ettől függően beszélhetünk irányított és irányítatlan gráfokról. Előbbire példa lehet az országok közötti árukieviteli kapcsolatok hálózata (export-hálózat). Irányítatlan gráfra példa a publikációs hálózat, ahol a közös publikáció köt össze két szerzőt. Az élek ezen kívül lehetnek súlyozatlanok vagy súlyozottak, attól függően, hogy figyelembe vesszük-e a kapcsolatok intenzitását vagy sem. Súlyozott élű hálózatok alkalmazása akkor indokolt, ha a kapcsolatok fenntartásához valamilyen hasznot vagy költséget rendelünk.

A hálózatok (gráfok) leggyakoribb megjelenítési módja, ha a csúcsokat és az éleket diagram formájában szemléltetjük. A legtöbb esetben már önmagában a hálózatnak ez a fajta megjelenítése is sok mindent elárul a hálózat felépítéséről, jellegzetességeiről. A hálózatokat mátrixok segítségével is ábrázolhatjuk, ahol a kapcsolati mátrix i sorában és j oszlopában levő eleme mutatja meg az i csúcsból a j csúcs felé irányuló kapcsolat természetét. Egy irányítatlan hálózat alapján felírt kapcsolati mátrix mindig szimmetrikus. A 2.1. ábra a) része egy irányítatlan és súlyozatlan hálózat diagramként való ábrázolási módját mutatja be, míg az ábra b) részén ugyanennek a hálózatnak a mátrix reprezentációja szerepel.

A hálózatok egy különleges halmazát alkotják az ún. páros (bipartit) gráfok (König és Battiston, 2009). Ezek olyan gráfok, melyek csúcspontjai feloszthatók két különálló halmazzra úgy, hogy egy adott él egyik végpontja az egyik, míg másik végpontja a másik halmaz elemei valamelyikéhez csatlakozik. Ilyen páros gráf például a piaci kapcsolati hálózat, ami a fogyasztókat köti össze az eladókkal (Easley és Kleinberg, 2010).

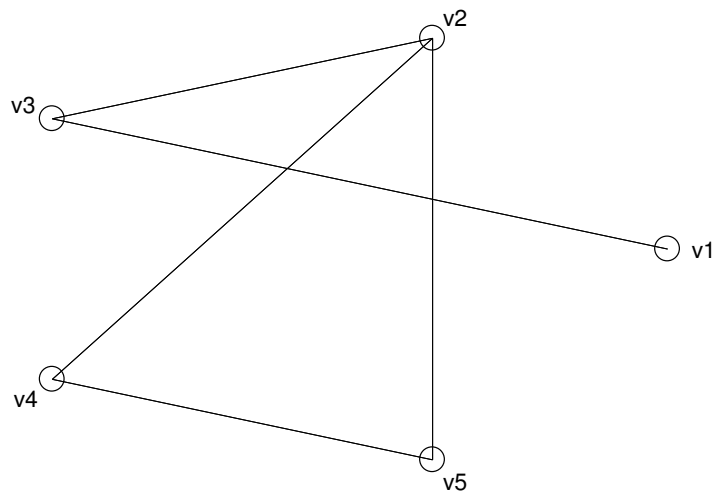
2.1.1. Hálózatok jellemzése és típusaik

A valóságban nem létezik két egyforma hálózat. A hálózatok különböznek csúcsaikban, a kapcsolataik természetében, struktúrájukban, dinamikájukban és egyéb jellegzetességeikben. Ennek ellenére a valóságban fellelhető legtöbb hálózat lefedhető néhány tipikus hálózattal (Barabási, 2016).

Egy gráfban egy csúcs legfontosabb tulajdonsága a fokszáma. Egy csúcs fokszáma (jele: k_i) a csúcshoz csatlakozó éleknek a száma. Egy N elemű irányítatlan hálózatban ez maximum N , illetve $N - 1$ lehet, attól függően, hogy megengedünk-e a hálózatban önreflexív, vagyis

2.1. ábra. Hálózatok reprezentációja

(a) Hálózat diagram reprezentációja



(b) Hálózat mátrix reprezentációja

	v1	v2	v3	v4	v5
v1	0	0	1	0	0
v2	0	0	1	1	1
v3	1	1	0	0	0
v4	0	1	0	0	1
v5	0	1	0	1	0

Forrás: Saját szerkesztés Matlab segítségével

egy csúcsból saját magába mutató éleket. Irányított gráfban ezzel szemben megkülönböztethetünk kimenő fokszámot (ki-fokszám), valamint bemenő fokszámot (be-fokszám). Előbbi a csúcsból induló, míg utóbbi a csúcsba érkező élek számának felel meg. Az átlagos fokszám a hálózatban levő csúcsok egyedi fokszámainak átlaga, vagyis az alábbi képlettel számítható ki:

$$\bar{k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i \quad (2.1)$$

amelyet irányított gráfban értelmezhetünk ki-, illetve be-fokszámokra is külön-külön. A fokszámok segítségével ki tudjuk számolni a hálózat sűrűségét (jele: d). Ez utóbbi a létező kapcsolatok és a lehetséges kapcsolatok aránya, vagyis az átlagos fokszám és a maximális fokszám hányadosa és irányítatlan hálózatokban a következőképpen számítható ki:

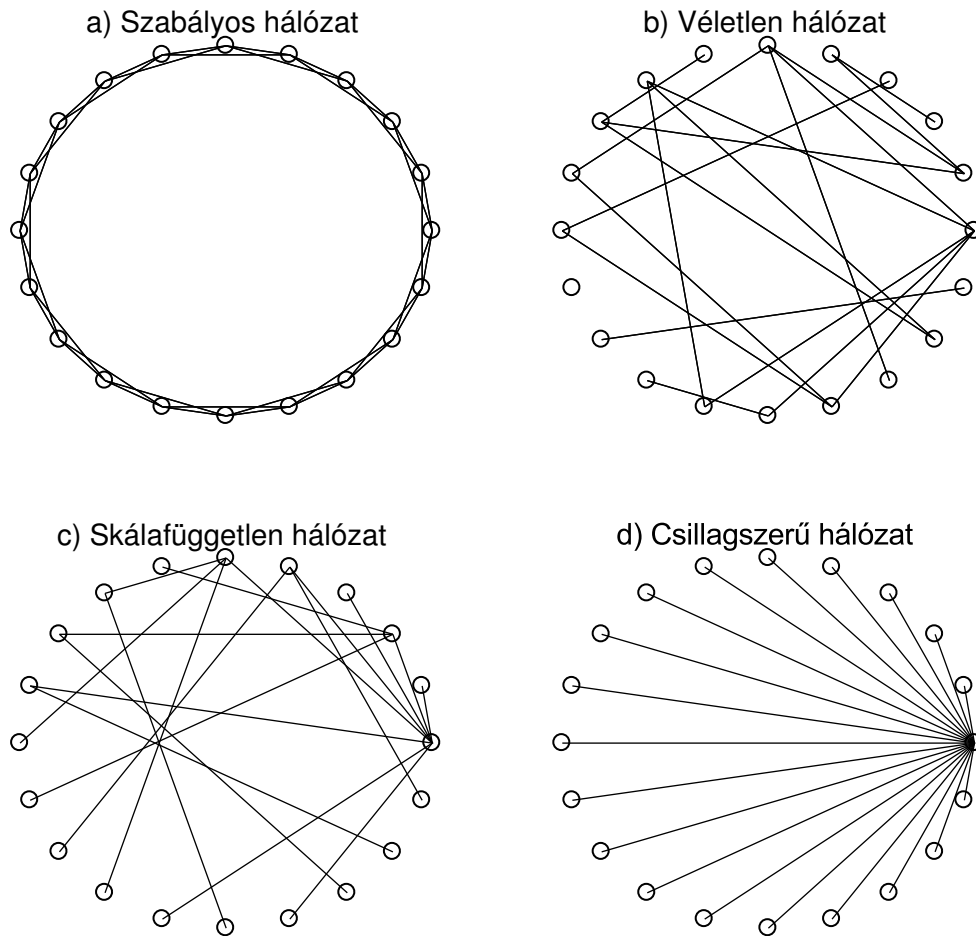
$$d = \begin{cases} \frac{\bar{k}}{N} & \text{önreflexív élek létezése esetén,} \\ \frac{\bar{k}}{N-1} & \text{különben.} \end{cases} \quad (2.2)$$

A fokszámok ismerete egy gráfban azért fontos, mert segítségükkel fel tudjuk írni egy adott gráfra jellemző fokszámeloszlást, vagyis a fokszámok gyakoriságának alakulását. Ekkor $P(k)$ annak valószínűsége, hogy a hálózatban egy véletlenszerűen kiválasztott csomópontnak éppen k a fokszáma. Vagyis $P(k)$ a k fokszámú csúcsok aránya a gráfban. A fokszámeloszlás alapján meg tudunk különböztetni tipikus hálózatokat. Így például a konstans $P(k) = 1$ eloszlás felel meg a szabályos hálózatnak, amelyben minden csomópontnak pontosan k kapcsolata van. Ha a kapcsolatok azonos p valószínűséggel formálódnak, akkor véletlen hálózatról beszélünk (Erdős és Rényi, 1959). Az ilyen hálózatokban bármely két csúcs közötti kapcsolat létezésének azonos $0 < p < 1$ valószínűsége van, emiatt a hálózatok fokszámeloszlása szimmetrikus és a binomiális eloszlást követi.¹ Ha a kapcsolatok alakulása hatványtörvény-eloszlást követ, akkor ún. skálafüggetlen hálózatot kapunk (Albert és tsai., 1999; Barabási, 2003). Ennek az eloszlásnak a legfontosabb tulajdonsága a vastagfarkúság, vagyis a kiugró értékek pozitív valószínűsége. Ez alapján a skálafüggetlen hálózatokban előfordulnak relatíve sok kapcsolattal rendelkező csúcsok is, aminek valószínűsége véletlen hálózatokban szinte nulla. Barabási és Albert (1999) megmutatták, hogy a valóságban fellelhető legtöbb hálózat skálafüggetlen hálózat. Úgy is fogalmazhatunk, hogy a skálafüggetlenség a hálózatok természetes tulajdonsága. Extrém mértékben skálafüggetlen hálózat a csillagszerű hálózat, amelyben van néhány olyan központi csomópont, amelyhez az összes többi csomópont kapcsolódik, a csomópontok jelentős hányadának emiatt alacsony a kapcsoltsága. A 2.2. ábra ezt a négy különböző topológiájú hálózatot szemlélteti. Jól láthatóan

¹A véletlen gráfokat Erdős-Rényi gráfoknak is nevezik a két matematikus, Erdős Pál és Rényi Alfréd tiszteletére, akik sokat tettek ezeknek a gráfoknak a megismerése érdekében (lásd Erdős és Rényi, 1959, 1960, 1961)

eltérő a bemutatott hálózatok centralizáltsága. Míg a szabályos és véletlen hálózatban várhatóan nincsenek kitüntetett csúcsok, melyek centrálisabbak más csúcsokhoz képest, addig a skálafüggetlen és a csillaghálóok már centralizáltnak nevezhetők, hiszen ezekben nagy valószínűséggel előfordulnak központi, magas kapcsoltágú csomópontok.

2.2. ábra. Különböző típusú hálózatok



Forrás: Saját szerkesztés Matlab segítségével

2.1.2. Hálózati dinamika

A különböző topológiával rendelkező hálózatok tanulmányozása önmagában is izgalmas kérdéseket vet fel, ugyanakkor legalább ilyen fontos annak megválaszolása is, hogyan alakulnak ki ezek a hálózatok. Milyen rendező elvek vezetnek bizonyos tulajdonságok kialakulásához

és miként tudjuk megmagyarázni a hálózatok jellegzetességeit?

A hálózatok formálódásának vizsgálatára alapvetően kétféle megközelítés terjedt el. Az egyik valószínűségi alapon modellezi a kapcsolatok kialakulását, ilyen például Erdős és Rényi (1959) véletlen gráf modellje, Watts és Strogatz (1998) kisvilág-modellje vagy pedig Barabási és Albert (1999) preferenciális kapcsolódási modellje. Ezekben a modellekben a kapcsolatok valószínűségi alapon formálódnak valamilyen exogén kapcsolódási modell szerint, amelyben az új kapcsolatok kialakulásának valószínűsége nem feltétlenül független a már létező kapcsolatoktól. Az ilyen exogén hálózatformálódási modellekben úgy hozunk létre hálózatokat, hogy egy maghálózatból kiindulva mindig hozzáadunk a hálózathoz egy újabb csomópontot, amely valamilyen előre definiált szabály szerint hoz létre kapcsolatokat a már meglévő csomópontokkal. A véletlen hálózatnövekedési modellben az új csomópont azonos valószínűséggel, véletlenszerűen kapcsolódik a meglévő csomópontokhoz, emiatt a kialakuló hálózat fokszámeloszlása exponenciális lesz (Erdős és Rényi, 1959). Bizonyos jelenségeket azonban a skálafüggetlen, vastag-farkú eloszlás jellemez jól. Ilyen struktúrájú hálózatot eredményez a preferenciális kapcsolódási modell (Barabási és Albert, 1999). A preferenciális kapcsolódás modelljében annak valószínűsége, hogy egy új csomópont valamely meglévő csomóponthoz kapcsolódjon arányos annak fokszámával, emiatt az eleve sok kapcsolattal rendelkező csomópontokhoz fog nagyobb valószínűséggel kapcsolódni az új csomópont és a kialakuló hálózat fokszámeloszlása skálafüggetlen lesz. A preferenciális kapcsolódási modell egy eltorzított változata lehet egy olyan hálózatnövekedési modell, melyben az új csomópont mindig a legmagasabb fokszámú csomópont(ok)hoz kapcsolódik. Ekkor a kialakuló hálózat egy olyan erősen centrális, csillagszerű hálóra fog hasonlítani, amelyben van néhány központi csomópont, melyekhez az összes többi periférikus csomópont kapcsolódik. A hálózat növekedése miatt mindegyik esetben jellemző lesz a hálózatra az aszimmetria, hiszen a régebbi csúcsoknak több idejük van kapcsolatokat gyűjteni. A különbség a hálózatfejlődés következtében kialakuló fokszámeloszlás konkrét formájában van (exponenciális eloszlást kapunk a véletlen hálózatnövekedési modellnél, és hatványfüggvény-eloszlást a preferenciális kapcsolódás modelljénél). Ezek a modellek képesek megmagyarázni a valódi hálózatokra jellemző jelenségek nagy részét, mint például a skálafüggetlenség vagy a kisvilág-tulajdonság, ugyanakkor a kialakuló hálózatok strukturális tulajdonságai jellemzően a kapcsolódási modell paramétereitől és nem az egyéni szereplők motivációjától függenek.

Az egyéni ösztönzők szerepére épít a hálózatformálódási modellek másik irányzata, a játékelméleti gyökerekkel rendelkező stratégiai hálózatformálódás (Jackson, 2005; König és Battiston, 2009). A stratégiai hálózati modellekben a kapcsolatok az egyéni szereplők döntései nyomán alakulnak ki vagy szűnnek meg, ahol a döntés a kapcsolat várható költségének és hasznának mérlegelésével születik meg. Ezekben a modellekben a hálózat egyéni döntések sorozatának eredményeként formálódik és egy-egyén döntésekor a kapcsolatoknak azt a

részhalmazát választja, amely az adott időpillanatban érvényes hálózati adottságok mellett maximalizálja a várható kifizetését. A kapcsolatlétesítési döntés lehet kétoldalú (lásd Jackson és Wolinsky, 1996) és egyoldalú (lásd Bala és Goyal, 2000), előbbinél mindkét, utóbbinál csak az egyik fél beleegyezése szükséges a kapcsolat létrehozásához. Ezek a modellek tehát képesek az egyéni ösztönzőket is megragadni a hálózatformálódás során és a hálózatot a hálózati szereplők interakcióinak eredményeként vezetik le.

2.2. Kapcsolati hálózatok a piacon

Ha a piacon eltekintünk a lehetséges harmadik szereplőktől (közvetítők, hitelezők, szabályozó intézmények, stb.) és csak a két alapvető szereplőt vesszük (eladók és vevők), akkor háromféle kapcsolati hálózatot tudunk értelmezni közöttük. Az egyik a fogyasztók közötti kapcsolatokat leíró hálózat. A modellek a fogyasztókat egymástól független, tökéletesen informált, exogén preferenciákkal rendelkező döntéshozókként mutatják be, tehát nem építik be annak lehetőségét, hogy az egyén döntéseit társadalmilag beágyazottan hozza meg és ebben különböző társadalmi hatások is befolyásolják, nemcsak a piac által közvetített ár-információk (Persky, 1995). Szociológiai nézőpontból a fogyasztók viselkedését, vélekedését és ízlésvilágát a társadalom tagjaként befolyásolják a vele kapcsolatban álló személyek (Brock és Durlauf, 2001). Ebből következik, hogy a fogyasztók kapcsolatait meghatározó hálózatnak is fontos szerepe lehet a piac aggregált működésében.² Másik lehetőség ha az eladók közötti kapcsolatokat vizsgáljuk, ahol a hálózat a vállalatok közötti input-output kapcsolatokat írja le. Ennek a megközelítésnek fontos szerepe van az összekapcsoltság pénzügyi és gazdasági válságokban játszott szerepét vizsgáló szakirodalomban, hiszen az ágazatok közötti kapcsolódások szerkezete befolyásolja azt, hogy miként terjednek szét és milyen aggregált hatásokat eredményeznek az egyedi szereplőket érintő sokkhatások (Bougheas és Kirman, 2014). Végül utolsóként említhetjük az eladókat és vevőket összekötő piaci kapcsolati hálózatot, amely a lehetséges piaci tranzakciókat határozza meg (Easley és Kleinberg, 2010; Rauch és Hamilton, 2001). A dolgozatomban a legutolsó típusú, vagyis az eladók és vevők kapcsolatrendszerét leíró hálózat a fókusz.

2.2.1. A nem teljes kapcsoltság szakirodalmi megalapozása

A közgazdasági modellekben alkalmazott hagyományos feltevésekből – úgy, mint a szereplők teljes informáltsága, identikus döntéshozók és tranzakciós költségek hiánya – implicit az

²Ennek vizsgálatára tettünk kísérletet témavezetőmmel és Wilhite (2006) modelljére alapozva egy klasszikus cseremodellben vizsgáltuk meg a hálózati topológia és a hatékonyság/egyenlőtlenség összefüggéseit, illetve az endogén preferenciák szerepét (Longauer és Sebestyén, 2019b).

következik, hogy az eladók és a vevők között teljes kapcsoltság van, vagyis nincsenek korlátozva a vevők számára a piaci tranzakciók. Ez azt is jelenti, hogy a kereskedelmi kapcsolatok kialakításának és fenntartásának nincsenek költségei és korlátai. A feltevés célszerűségére legalább két érvet tudunk felhozni. Egyrészt, vannak helyzetek, amikor a vizsgált piac méretétől és átláthatóságától függően valóban a teljes kapcsoltság tűnik a realisztikusabbnak. A tökéletes ismertség elsősorban kisméretű közösségekre és árucseres gazdaságokra lehet jellemző, illetve azokra a nagyobb méretű rendszerekre, ahol az internet térhódításának köszönhetően nőtt a szereplők általános informáltsága és a rendszer átláthatósága. Másrészt, a feltételezés leegyszerűsíti a modellek kezelését, mivel ha a szereplők kapcsolataiban nincsenek különbségek, akkor a reprezentatív szereplő továbbra is jól képviseli a társadalmat, megfogható vele a piac aggregált működése. Tökéletlen kapcsoltság esetén belép a modellekbe egy újfajta heterogenitás, a szereplők kapcsolataiban meglevő különbség, aminek a kezelése nehézségeket vet fel az identikus szereplőkre építő egyensúlyi modellekben. Ugyanakkor mezo- és makroszinten, ahol nagyobb számú szereplő jelenlétére számítunk, már kevésbé tűnik racionálisnak azt feltételezni, hogy ezek között a szereplők között teljes kapcsoltság van érvényben.

Evidensnek tűnik, hogy a kapcsolódási szerkezet mögött egyfajta információs heterogenitást feltételezzünk. A nem teljes kapcsoltság ebben a felfogásban a tökéletlen informáltság természetes következménye és a hálózat struktúrája a szereplők eltérő informáltságának lenyomataként értelmezhető. A tökéletlen informáltság az emberi információfeldolgozás korlátaiból következik. Az agyi kapacitásaink korlátozottak, emiatt az evolúció során megtanultuk az információkat úgy szelektálni, hogy azok alapján nagy valószínűséggel jó döntéseket tudjunk hozni, lásd Simon (1959) korlátozott racionalitás (bounded rationality) elméletét. Az információfeldolgozás kognitív nehézségei mellett annak anyagi vonzatára is felhívja a figyelmet Sims (2003, 2010) racionális figyelmetlenség (rational inattention) elmélete. A piac másik oldalával kapcsolatos információk begyűjtése kognitív és anyagi szempontból is költséges folyamat, emiatt a döntéshozó szereplő számára racionális lehet részleges információk alapján dönteni. Ez azt jelenti a kapcsolati hálózat szempontjából, hogy a szereplők számára csak annyi kapcsolatot érdemes létrehozni és fenntartani, amennyi a költségek és hasznok mérlegelése alapján optimálisnak bizonyul. Vagyis a szereplők (keresleti és kínálati) döntéseiket várhatóan nem teljes kapcsoltság mellett hozzák meg. Ebben a megközelítésben a teljes informáltság és az ezzel együtt járó teljes kapcsoltság a túl magas költség miatt hasznosságvesztéssel járhat és így irracionálisnak bizonyulhat. Reis (2006a,b) az információfeldolgozás költségei mellett annak időigényességét hangsúlyozza ki elméletében. Hosszú idő, amíg az új információ a feldolgozása során döntéshozatalhoz felhasználható állapotba kerül, emiatt a döntések gyakran hiányos vagy elavult információk alapján születnek meg. Az információ anyagi, mentális és időbeli költségei mellett a hiányos informáltság má-

sik triviális oka a térbeliségből fakadhat (Barro, 1976; Lucas, 1972). Ha a térbeli korlátok miatt a vevők nem ismernek minden eladót, akkor még homogén termékek esetén is nagy különbségek adódhatnak a piaci árakban, ahogy azt empirikus megfigyelések is alátámasztották (Marvel, 1976; Stigler, 1961). Ennek fényében nem meglepő, hogy a közgazdászok egy szűk rétege már régóta érvel a szereplők tökéletlen informáltsága és annak modellbe építése mellett (Mankiw és Reis, 2010). A valódi piacokon az információk szétszóródnak, az egyes szereplők számára csak korlátozottan és eltérő minőségben érhetőek el. Hayek (1945) szerint az információ koncentrált formában sohasem létezik, hanem csak az egyének között szétszórva, részleges, sokszor egymásnak ellentmondó ismeretek formájában. Emiatt azt javasolja a közgazdászoknak, hogy a megoldást olyan egyének egymásra hatásából keressék, akik közül mindegyik csak részleges információval rendelkezik. A nem teljes informáltság közgazdasági jelentőségét hangsúlyozza Stiglitz (2000) is. A szereplők eltérő informáltsága alapján kialakuló kapcsolati hálózat tehát korántsem teljes, sőt, arra számíthatunk, hogy az aszimmetrikus informáltságból adódóan még csak nem is szimmetrikus a szereplők hálózati kapcsoltsága.

Ha eltekintünk attól, hogy a korlátozott informáltság az elérhető tranzakciókat is meghatározza és emiatt a szereplők a hagyományos döntéseiket nem teljes kapcsoltság mellett hozzák meg, akkor is találunk olyan érveket a szakirodalomban, amelyek az eladók és vevők kapcsolati hálózatának modellbe emelése mellett szólhatnak. Egyrészt, lehet a kapcsolódási szerkezetet egy természetes keresleti struktúraként értelmezni. A háztartások nem fogyasztják az összes piacon elérhető terméket, csak azoknak egy töredékét, főleg akkor, ha ezek a termékek egymással helyettesítő viszonyban vannak. A hálózati kapcsolatokra tekinthetünk úgy is, mint a piacon levő alapvető intézményi korlátokra (pl. szabályozáson alapuló vagy fizikai természetű korlátok), melyek limitálják a szereplők számára azt, hogy kivel léphetnek piaci kapcsolatba és kivel bonyolíthatnak le tranzakciókat (Easley és Kleinberg, 2010). Végül, felmerül a térbeli korlátok szerepe is, hiszen egy nagyobb földrajzi térségben az elérhető vállalatok körének korlátot szab a térbeli meghatározottság (Barro, 1976; Lucas, 1972).

Mindezek mellett azt is fontos kihangsúlyozni, hogy a gazdasági működésben fellelhető hálózati szerkezetek mögött hatékonysági szempontok is meghúzódhatnak. Ha a kapcsolati hálózatok a szereplők döntései nyomán formálódnak, akkor aktuális állapotuk azt mutatja meg, hogy az egyes szereplők hogyan értékelik a lehetséges kapcsolatokat (Easley és Kleinberg, 2010; Kirman, 1997). A kapcsolódási szerkezet tehát a piaci szereplők értékítéletét tükrözi vissza, ami nem feltétlenül szimmetrikus.

Azon túl, hogy a fenti érvek alapján racionalizálható tökéletlen kapcsolódási szerkezeteket meg tudjuk jeleníteni a modellekben, a hálózati megközelítéssel még egy fontos jelenséget be tudunk emelni a vizsgálatainkba. Adott döntési helyzetben ugyanis a piaci kapcsolatok nem csak a fogyasztók tranzakciós lehetőségeit determinálják, de befolyásolhatják az egyéni

döntéshozatalt is. Így például egy vállalat árazási döntésében szerepe lehet annak, hogy hány háztartás fogyasztja a termékét, hiszen ez alapvetően befolyásolja a terméke iránti keresletet. Két identikus vállalat eltérő árat határozhat meg, ha más a hálózati kapcsoltságuk. Ez azt jelenti, hogy a piaci kapcsolati hálózat természete befolyásolhatja a piaci interakciók eredményét és az azok nyomán kialakuló aggregált eredményeket (Kirman, 1997). A következő szakaszban ennek a jelenségnek a szakirodalmi áttekintésére teszek kísérletet.

2.2.2. A keresleti struktúra és a piaci működés összefüggései

A sokszereplős piacok működésére monopolisztikus verseny jellemző. A monopolisztikus versenypiac a tisztán versenyző piac és az egyszereplős monopolpiac között elhelyezkedő piaci struktúra. Olyan piacszerkezetet jelöl, ahol nagyszámú eladó kínál differenciált termékeket és az árak egyéni döntések eredményei, vagyis a vállalatok ármeghatározók. A monopolisztikus verseny legtöbbet használt modellje a Dixit és Stiglitz (1977) szerzőpáros munkája, az 1980-as évek óta gyakorlatilag a modern közgazdaságtan meghatározó építőblokkja. A modell hatásának jelentőségét mutatja, hogy a közgazdasági szakirodalomban a modell megjelenését követő időszakot úgy is nevezik, mint második monopolisztikus forradalom (Brakman és Heijdra, 2004).³ A modell sikeréhez hozzájárult, hogy a legtöbb piacra jellemző ármeghatározó viselkedést matematikailag könnyen kezelhető formában, egyszerű formalizmussal írja le. Ennek köszönhetően a modell a közgazdaságtan számos területére ösztönzőleg hatott. Ez a modell lett a rendkívül népszerű új-keynesi modellek alapja (Galí, 2008). Krugman (1991) erre a modellre alapozva alkotta meg az új gazdaságföldrajz alapját adó centrum-periféria modellt, de az iparági piacszerkezetekkel foglalkozó közgazdászok is intenzíven kutatják (Carlton és Perloff, 2005). A monopolisztikus verseny modellje olyan további területek fejlődéséhez járult hozzá, mint a nemzetközi gazdaságtan vagy a növekedésemélet (lásd pl. Dixit és Norman, 1980; Ethier, 1982; Grossman és Helpman, 1991; Krugman, 1979; Romer, 1990).

Dixit és Stiglitz (1977) klasszikus modelljében (DS-modell) a háztartások vásárolnak a vállalatoktól és minden vállalat egy termékváltozatot kínál az általa meghatározott áron. A modell három legfontosabb feltételezése a termékek differenciálhatósága, a vállalati szinten érvényesülő növekvő hozadék, valamint a piacra illetve a piacról történő szabad be- és kilépés (Matsuyama, 1993). A termékek differenciálhatósága azt eredményezi, hogy a

³A második jelző arra utal, hogy korábban már volt egy iskola, amely a monopolisztikus versenypiacal foglalkozott elméleti síkon. Ez utóbbihoz tartoznak a monopolisztikus verseny 1930-as években megjelent, bár valamivel kisebb karriert befutott modelljei, lásd Chamberlin (1933) és Robinson (1933) munkásságát. Chamberlin és Robinson munkásságának jelentősége elvitathatatlan, ők foglalkoztak először a tökéletlen verseny természetével átfogóan, részletes és intuitív leírást adva ezzel a monopolisztikus versenynek. Ennek ellenére nem sikerült kivívni maguknak az őket megillető helyet a mainstream közgazdaságtanban. Chamberlin nevéhez fűződik a termékdifferenciálás (vagyis a termékek közötti tökéletlen helyettesíthetőség) fogalmi bevezetése az elemzési keretbe, amelyre a modern monopolisztikus versenypiaci modellek is alapulnak.

fogyasztók számára korántsem közömbös, hogy hányféle terméket fogyasztanak, a termék-változatosságnak pozitív jóléti hatása van. Ez a korlátozott termékhelyettesíthetőség adja a vállalatok monopolerejét és ez teszi lehetővé az ármeghatározó jelleget a piacon. A modellben a vállalatok termelését fix költség és konstans határköltség jellemzi, ezek együtt növekvő hozadékot eredményeznek. Ez azt jelenti, hogy a termelés kiterjesztésével a termékek előállításának egységköltsége csökken (az átlagköltség-görbe csökkenő). A piacra való szabad be- és kilépés feltételezése biztosítja a piacon a versenyt, hiszen azt eredményezi, hogy a vállalatok hosszú távon nem tudnak profitot elérni.⁴ Ez a feltételezés azt is jelenti, hogy hosszú távon a zéróprofit-feltétel határozza meg azt, hogy hány vállalat fér el a piacon.⁵

A DS-modellt és a monopolisztikus versenyt élénk érdeklődés övezi a közgazdászok körében. A kutatások fő célja a piac jóléti összefüggéseinek feltárása. A monopolisztikus verseny heterogén szereplős modelljeinek egyik csoportjába a heterogén vállalatokat feltételező parciális egyensúlyi modellek tartoznak (Dhingra és Morrow, 2019; Melitz, 2003). Ezekben a modellekben a vállalatok különböznek hatékonyságukban (eltérő határköltségen termelnek), lásd Melitz (2003) modelljét. A modell arra az alapvető mechanizmusra épít, hogy a termelékenyebb vállalatok nagyobb kibocsátásúak, alacsonyabb árat határoznak meg és több profitra tesznek szert, mint a kevésbé termelékeny vállalatok. Aggregált szinten a modell működése megfelel a homogén vállalatos modellnek, mivel a termelékenységbeli különbségek hatása kiátlagolódik, emiatt a termelékenységeloszlás nem befolyásolja a piac aggregált teljesítményét. Erre a modellre alapozza Dhingra és Morrow (2019) is a piac hatékonyságával kapcsolatos vizsgálatát, de egy kis változtatással a modell feltételrendszerében eltérő következtetésre jutnak. Legfontosabb megállapításuk, hogy ha a vállalatok különböznek termelékenységükben és a kereslet ár rugalmassága – ami a termékhelyettesíthetőséget is befolyásolja – a mennyiség függvénye (nem pedig állandó, ahogyan a klasszikus DS-modell feltételezi), akkor a vállalatok által érvényesített ár – és így a vállalatok piaci ereje – különbözni fog, emiatt a keresletoldali rugalmasság alakulása a termelékenységeloszláson keresztül hatással van a piac hatékonyságára. A vállalati árreakciók eloszlása meghatározza a vállalatok profitabilitását, a piaci árakat és a piaci allokációt, amely nem hatékony. A legfontosabb tanulsága a modellnek, hogy a keresleti oldal gazdagabb, részletesebb modellezése a piaci működés jobb megértését segítheti elő. Hasonló következtetésre jutnak Zhelobodko és tsai. (2012) is, akik a termékek közötti helyettesíthetőség szerepét vizsgálják az egyensúlyi

⁴A szabad piaci belépés azt is eredményezi, hogy a vállalatok száma a piacon elég nagy lesz és így elfogadható feltételezés az, hogy a vállalatok döntéshozataluk során úgy gondolják, nincsenek hatással más vállalatok döntéshozatalára (stratégiai interakciók hiánya). Ez a fő tulajdonság különbözteti meg a monopolisztikus versenyt az oligopolisztikus versenytől, utóbbiban a vállalatok kis száma miatt stratégiai árazás működik és a vállalatok árdöntése nem független a többi vállalat árdöntésétől.

⁵Az alkalmazásokban jellemzően nem tartják meg a modell mindhárom feltételezését, így például a makroökonómiai és növekedési modellekben elhagyják a szabad piaci belépésből következő zéróprofit feltevést azért, hogy a vállalatoknál profit képződjön.

árak alakulásában és megállapítják, hogy adott esetben a verseny erősödése az árak emelkedését is magával hozhatja. Ha ugyanis a piac méretével csökken a termékhelyettesíthetőség, akkor a vállalatok erősebb monopolhelyzetbe kerülnek és növelik az áraikat. A vállalatok helyett a háztartások heterogenitását feltételezik Osharin és Thisse (2014) modelljükben, ahol a háztartások különböznek a termékváltozatosság iránti preferenciájukban (mekkora termékek közötti helyettesíthetőséget fogadnak el) és jövedelmükben is. Hasonló megállapításra jutnak, mint Zhelobodko és tsai. (2012), vagyis hogy a jövedelemegyenlőtlenség csökkenése erősebb, de gyengébb versenyhez is vezethet, attól függően, hogy milyen a jövedelmek és a preferenciák korreláltsága. A modellben a jövedelemegyenlőtlenség és a preferenciák heterogenitása együttesen hatással van az aggregált keresletre és azon keresztül nyilvánvalóan a vállalatok viselkedésére és a piac aggregált teljesítményére is. Összefoglalva azt mondhatjuk, hogy azok a tényezők, amelyek módosítják a piacon a keresleti/kínálati viszonyokat és a szereplőket aszimmetrikus helyzetbe hozzák (a vállalatok oldaláról például a termelékenységeloszláson keresztül, vagy pedig a háztartások oldaláról például a jövedelemegyenlőtlenségeken keresztül), befolyásolják a piac hatékonyságát és emiatt jelentős szerepet játszanak a piac aggregált működésében. Ezen a ponton válik tehát kifejezetten hasznossá a hálózatelmélet, hiszen a piaci kapcsolati hálózat beemelésével éppen ezt tudjuk elérni: a hálózati megközelítéssel a keresleti/kínálati viszonyokat sokkal gazdagabban tudjuk megjeleníteni.

A monopolisztikus piac keresleti/kínálati összefüggéseinek hálózati megközelítésű vizsgálatára a szakirodalomban nincs példa, de a dolgozatban vizsgált modellekhez és kérdésekhez szorosan kapcsolódnak a piaci kapcsolati hálózat szerepét tökéletes versenypiacon vizsgáló kutatások. Ezekben a modellekben a hálózati kapcsolatok limitálják a vevők számára azt, hogy mely eladókkal bonyolíthatnak le tranzakciókat és emiatt a szereplők eltérő alkupozícióját eredményezik, aminek következtében az egyensúlyi árakban eltérések lesznek megfigyelhetők. A modellekben a piac két oldalát ún. kereskedők kötik össze, ők azok, akik meghatározzák a végső árakat és koordinálják a piaci tranzakciókat, emiatt ez a piaci struktúra elsősorban a pénzügyi eszközök kereskedelmére jellemző (Easley és Kleinberg, 2010; Rauch és Hamilton, 2001). Az egyik legfontosabb eredmény, hogy az árak és a (fogyasztói illetve termelői) többletek alakulása tükrözi a hálózati struktúrát. A szereplők hálózati pozíciója – nemcsak a közvetlen, de a közvetett kapcsolatokon keresztül is – meghatározza az adott szereplő erejét a piacon és önmagában a hálózat struktúrája jelentős különbségeket eredményezhet az egyensúlyi árakban (Blume és tsai., 2009; Kranton és Minehart, 2000). Továbbá, a gazdagabban kapcsolódó, sűrűbb hálózatok magasabb társadalmi jólétet tudnak biztosítani, mint a ritkább hálózatok, melyekben erőteljesen korlátozott a termékek szereplők közötti áramlása. A teljesebb hálózatok további előnye, hogy az árakban levő szóródás is kisebb az ilyen sűrűbben kapcsolódó piacokon (Kakade és tsai., 2004). Kranton és Minehart (2001) egy tanulmányukban az eladók és vevők hálózatának evolúcióját is megvizsgálják,

melyben a vevők hozzák létre a kapcsolatokat és a szereplők döntéseit egy nem-kooperatív játékként modellezik. Megmutatják, hogy a szereplők önérdékkövető magatartása olyan hálózati struktúra kialakulását eredményezi, melyben a társadalmi jólét maximális annak ellenére is, hogy az ágensek egy bizonytalan és aszimmetrikus információs környezetben hoznak döntéseket. Azt látjuk tehát, hogy tökéletes versenypiacon – ahol nincs termékdifferenciálás és emiatt tökéletesen rugalmas a termékhelyettesítés – a vevők és eladók közti kapcsolódási szerkezet nem semleges a piac aggregált működésére, sőt, a piac stabilitási tulajdonságait is meghatározhatja a kapcsolati struktúra, pont amiatt, hogy az erősebben kapcsolt szereplők jobb alkupozícióban vannak, szerepük tehát erőteljesebb lehet a piaci folyamatokban.

A struktúra és stabilitás összefüggéseit kutatja az összekapcsoltság pénzügyi és gazdasági válságokban játszott szerepét vizsgáló szakirodalom (Bougheas és Kirman, 2014). Olyan általános jelentőségű eredmények származnak ezekből a kutatásokból, hogy ismertetésük megkerülhetetlen egy hálózatokkal foglalkozó dolgozatban. Az egyedi sokkok makrogazdasági fluktuációra gyakorolt hatásának vizsgálata a 2008-as gazdasági válság után vált érdekessé, amikor is nyilvánvalóvá vált, hogy a gazdaságban a hálózati hatások képesek felerősíteni az egyedi sokkokat (Schweitzer és tsai., 2009). Az egyik legfontosabb eredmény Acemoglu és tsai. (2012) azon megállapítása, hogy a makrogazdaság fluktuációit képesek előidézni az egyedi szereplőket érintő sokkhatások az ágazatok közötti input-output kapcsolatokon keresztül. Sőt, az aggregált hatások szempontjából egyáltalán nem semleges az ágazatok közötti hálózat struktúrája és aszimmetriájának mértéke (Bigio és La'O, 2020). Grassi (2016) azt vizsgálja, miként befolyásolják a szektor-szintű produktivitást a vállalat-szintű sokkok. Ő is azt találja, hogy az egyedi sokkok a vállalatok input-output hálózatán végigterjedve aggregált szintű hatásokat generálnak. Gualdi és Mandel (2016) egy olyan modellt mutatnak be, melyben a termelői kapcsolatok hálózata endogén alakul ki a vállalatok döntései alapján. Azt találják, hogy a monopolisztikus verseny természetes módon skálafüggetlen termelői hálózatok formálódásához vezet, hiszen a versenyképesebb vállalatok vonzóbbak kapcsolati szempontból, vagyis tendencia mutatkozik a hatékony vállalatok koncentrációjára. Ez azért fontos, mert a skálafüggetlen hálózatok az erősebb aszimmetrikus szerkezet miatt sérülékenyebbek és ennek következtében erőteljesebb aggregált fluktuációk forrásai lehetnek. Erre mutat rá Gabaix (2011) is, aki szerint a vállalatokat érő egyedi sokkok nem semlegesítik egymást az aggregált szinten, amennyiben a vállalatok méreteloszlása vastagfarkú – ahogy azt az empiria is alátámasztja, lásd Axtell (1954) és Simon és Bonini (1958). Az aggregált fluktuációkért elsősorban a nagyobb méretű vállalatok tehetők felelőssé, emiatt a makrogazdasági jelenségek megértéséhez ezeknek a vállalatoknak a megfigyelését javasolja a szerző. Összességében tehát azt mondhatjuk a gazdasági összekapcsoltság válságterjedésben játszott szerepéről, hogy egyedi szereplők is kiválthatnak aggregált hatásokat és a (vállalatközi) kapcsolatok eloszlásának skálafüggetlensége sérülékenyebbé teszi a gazdaságot.

Mindez a piac viselkedésére nézve is kérdéseket vet fel a kapcsolati struktúra és a piac teljesítménye/stabilitása közötti összefüggések természetéről. Van-e szerepe az összekapcsoltságnak a monopolisztikus piac működésében? Miként befolyásolják a hálózat strukturális tulajdonságai a piac aggregált teljesítményét? Milyen gazdasági dinamikai következményei lehetnek a nem teljes kapcsoltságnak? A dolgozatban többek között ezekre a kérdésekre kerestem a választ.

2.3. Összegzés

A fejezetben a disszertáció tematikájához legszorosabban kapcsolódó szakirodalmi irányzatokat tekintettem át. A hálózatelméleti alapok áttekintését követően a piaci kapcsolatok hálózati szempontú megközelítése melletti érveket foglaltam össze, majd a keresleti szerkezet és a piaci működés összefüggéseit vizsgáló kutatásokról adtam áttekintést. Láttuk, hogy a hálózati perspektíva számos érdekes kérdést felvet a piacok működésére nézve is, csakúgy mint a hálózati struktúra és az aggregált teljesítmény kapcsolata, a hálózatban való döntéshozatal kérdése vagy a hálózat szerepe a sokkok közvetítésében. A monopolisztikus versenypiac közgazdasági jelentőségénél fogva és a hálózati perspektívából következő újszerű kutatási kérdések okán a piaci kapcsolati hálózat modellbe építésével mindenképpen izgalmas és innovatív tudományos eredményekre számíthatunk. A következő fejezetben egy olyan piaci hálózati modellt mutatok be, amely egy monopolisztikus versenypiacon a piaci szereplők nem teljes kapcsoltságát feltételezi, vagyis az elérhető piaci tranzakciókat az eladók és vevők közötti hálózat határozza meg a modellben. Ez a modell alkalmas lesz arra, hogy aggregált modellek alapját képezze és segítségével a gazdasági működés különböző szempontjait – gazdasági teljesítmény és gazdasági dinamika – vizsgálhassuk meg hálózati nézőpontból.

3. fejezet

Tökéletlen piaci kapcsoltság és hálózatformálódás monopolisztikus versenyben

A monopolisztikus versenyre épülő modellekben alkalmazott implicit feltevés, hogy a háztartások minden vállalat termékét fogyasztják, vagyis a kapcsolatrendszer tökéletes és a kapcsolatokat leíró mögöttes hálózati struktúra a teljes hálózat.¹ Amint belép egy új vállalat a piacra, a háztartások tudomást szereznek erről és felveszik a fogyasztói kosarukba az új terméket. Nincsenek információs sűrűlódások, tranzakciós költségek, az új vállalatoknak nem kell bajlódniuk azzal, hogy megnyerjék maguknak a fogyasztókat és a fogyasztóknak sem kell erőfeszítéseket tenniük azért, hogy hozzájussanak a termékekhez. Ebből következően a szereplőknek nem kell döntenük a piaci kapcsolataikról, mindenki ismer mindenkit a modell logikája alapján.

Sok közgazdász érvel amellett, hogy a valóságban nem olyan ideális az információáramlás és a piaci kapcsolatrendszer, mint ahogy azt a legtöbb modell feltételezi. A piaci tranzakciók anyagi, mentális, időbeli és térbeli korlátai mind hozzájárulnak ahhoz, hogy a piacon a kapcsolatok létesítése és fenntartása költséges és emiatt a vevők és eladók piaci kapcsolatrendszere a valóságban nem tökéletes. Kirman (1997) is amellett érvel, hogy a piacra hálózatként kellene tekintenünk, illetve ennek evolúcióját is az egyedi szereplők döntései nyomán kellene vizsgálnunk. A szereplők hálózatának természete befolyásolja az interakciók eredményét és az eredmények is visszahatnak a háló felépítésére. Ez a hálózati megközelítés a gazdasági rendszer vizsgálatában érdekes viselkedésre vezethet az aggregált szinten, ami nagyon különbözik attól, amit izolált szereplők esetén kapnánk.

¹Az ebben és a következő fejezetben ismertetésre kerülő modellek és eredmények témavezetőmmel közösen írt két korábbi tanulmányunkon alapulnak (lásd Longauer és Sebestyén, 2019a; Sebestyén és Longauer, 2018).

Ebben a fejezetben egy monopolisztikusan versenyző piaci modellbe vezetem be a két-féle szereplő közötti tökéletlen kapcsoltság feltevését. Az általánosság megtartása érdekében viszont a Dixit-Stiglitz modell három tulajdonsága közül csak egyet fogok következetesen megtartani. A termékdifferenciálhatóság felvétele adja a monopolisztikus jellegét a piacnak, így ez a feltételezés nélkülözhetetlen. A növekvő hozadék felvétele ugyanakkor erősen leszűkíti a vizsgálódási lehetőségeinket és amint látni fogjuk a hozadék jellege befolyásolja a hálózatformálódási döntések eredményeként kialakuló hálózati struktúrát. Végül a szabad be- és kilépés elhagyására is szükség van. Ha ugyanis megengedjük a piaci szereplők számára, hogy a kapcsolataikról is dönthessenek, az azt eredményezi, hogy a vállalatok száma helyett a piaci kapcsolatrendszer leíró hálózat lesz endogén és a hálózati kapcsolatok befolyásolni fogják a keresleti és kínálati viszonyokat.² Ebben a megközelítésben a modell inkább egy olyan monopolisztikus piacot ír le, amelyben korlátozott (például szabályozott és emiatt engedélyhez kötött) a piaci belépés és az iparági sajátosságoktól függően eltérő lehet a skáláhozadék jellege (munkaintenzív iparágakban jellemzően csökkenő, tőkeintenzív és/vagy tudásalapú iparágakban pedig jellemzően növekvő).

A piaci szereplők döntéseinek vizsgálata során látni fogjuk, hogy a hálózati pozíció (a kapcsolatok száma és minősége) befolyásolja azokat. A hálózati pozíció egy háztartás fogyasztási döntésében meghatározza az elérhető termékek körét és emiatt a háztartás fogyasztói kosarának árindexét is, amely alapvetően befolyásolja az elérhető fogyasztási szintet. Egy adott vállalat árdöntésében pedig a vállalat terméke iránti kereslet nagyságát, ezzel együtt pedig a vállalat bevételeit és termelési költségeit is meghatározza a vállalat hálózati pozíciója. A keresleti és kínálati döntésekre alapozva bemutatok egy hálózatformálódási modellt is, melyben elsőként a keresleti, majd a kínálati szereplők kapcsolatlétesítési döntését modellezem. A kapcsolatlétesítési döntéseket egy stratégiai döntésként írom fel, melyben a szereplők egy adott kapcsolatból származó potenciális hasznokat és költségeket vetik össze (lásd Bala és Goyal, 2000). A modellben a kapcsolat költsége a döntéshozó szereplőt terheli, amely költségre tekinthetünk tranzakciós költségként a fogyasztók esetében, míg marketingköltségként a vállalatok esetében. A hálózatformálódási modell legfontosabb tanulsága, hogy a pozitív kapcsolati költség nem teljes kapcsoltságot eredményez és heterogén termelékenységű vállalatokra az endogén kialakuló kapcsolatok skálafüggetlen eloszlást követnek. Ezek alapján a modell egy lehetséges magyarázatot ad a vállalatok empirikusan megfigyelhető, hatványtörvény szerinti méreteloszlására (lásd Axtell, 1954; Simon és Bonini, 1958). A skálafüggetlenséget a modellben a kínálati szereplők preferenciális kapcsolódása eredményezi, amely értelmében a hatékonyabban termelő vállalatok alacsonyabb árat határoznak meg és ezzel együtt magasabb keresletre számíthatnak, vagyis vonzóbbak a fogyasztók számára.

²Az eredeti modellben a vállalatok egyensúlyi számnak levezetéséhez identikus vállalatokra, nullánál nagyobb fix költségre és konstans határköltségre van szükség. Ebben a modellben a hálózati megközelítés miatt ez azonban nem teljesül, hiszen a szereplők hálózati kapcsolataikat tekintve különbözhetnek.

A fejezet felépítése a következő. Az 1. szakaszban mutatom be azt, miként vezetem be a hálózati logikát egy hagyományos, monopolisztikusan versenyző piaci modellbe és ismertetem a szereplők keresleti és kínálati döntését, adottnak véve a piaci kapcsolatrendszer (exogén hálózat). Ezt követően, a 2. szakaszban vezetem be a háztartások és a vállalatok hálózatformálódási döntését és ismertetem annak tanulságait (endogén hálózat). Végül, a 3. szakaszban az elméleti modell empirikus jelentőségére is rámutatok egy magyar vállalati adatokon végzett empirikus elemzés alapján. A 3.1. táblázat összefoglalja a fejezetben alkalmazott legfontosabb jelöléseket és jelentésüket.

3.1. táblázat. A 3. fejezetben használt jelölések és jelentésük

<i>Jelölés</i>	<i>Elnevezés</i>
$i \in \{1, \dots, H\}$	Háztartások (vevők) halmaza
$j \in \{1, \dots, F\}$	Vállalatok (eladók) halmaza
$s_{ij} \in \{0, 1\}$	Kapcsolat az i háztartás és j vállalat között
$\varepsilon = \frac{1}{1-\rho}$	Termékek közötti helyettesítés rugalmassága
c_{ij}	Az i háztartás kereslete a j vállalat terméke iránt
C_i	Az i háztartás aggregált fogyasztása
P_i	Az i háztartás által érzékelt árindex
e_i	Az i háztartás fogyasztási célú jövedelme
p_j	A j vállalat termékének ára
y_j	A j vállalat kínálata
TC_j	A j vállalat teljes költsége
MC_j	A j vállalat határköltsége
l_j	A j vállalat által felhasznált termelési input mennyisége (pl. munkaerő)
A_j	A j vállalat termelékenységéje
k_i, k_j	Az i háztartás és a j vállalat fokszáma
τ	Kapcsolatlétesítés tranzakciós költsége

Forrás: Saját szerkesztés

3.1. Piaci kapcsolati hálózat monopolisztikus versenyben

Ebben a szakaszban a piaci szereplők keresleti és kínálati döntéseit vezetem le exogén kapcsolati struktúra mellett. Erre két okból van szükség. Egyrészt, a levezetett döntések alapján meg tudjuk vizsgálni azt, hogy miként befolyásolja egy szereplő döntését a kapcsolati hálózatban elfoglalt pozíciója. Másrészt, ezek a döntések adják az alapját a következő szakaszban bemutatásra kerülő hálózatformálódási modelleknek, ahol a szereplők a kapcsolataikról is dönthetnek. A kapcsolati hálózat formálódása következtében a szereplők folyamatosan változtatják a keresleti és kínálati döntéseiket is, amely visszahat a kapcsolati döntésekre és

ennek eredményeként a modellben egy oda-vissza csatoláson alapuló dinamika működik.

3.1.1. Piaci kapcsolati hálózat

A felvázolandó modellben kétféle szereplő van jelen: a piac keresleti oldalán háztartások (fogyasztók, vevők), kínálati oldalán pedig vállalatok (termelők, eladók) működnek. Legyen $\mathbf{H} = \{1, \dots, H\}$ a háztartások, míg $\mathbf{F} = \{1, \dots, F\}$ a vállalatok halmaza. Tegyük fel, hogy mindkét halmaz véges számú és legalább egy elemű (vagyis $H \geq 1$ és $F \geq 1$). Értelmezzük a kétféle piaci szereplő közötti kapcsolati hálót a következőképp:³

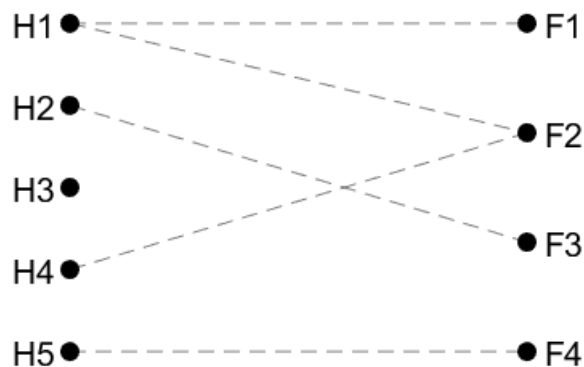
$$S = (s_{ij})_{i \in \mathbf{H}, j \in \mathbf{F}}, \quad (3.1)$$

ahol

$$s_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{ha az } i \text{ háztartás fogyasztja a } j \text{ vállalat termékét,} \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$$

A háló s_{ij} eleme tehát azt mutatja meg, hogy az i háztartás és a j vállalat között van-e kapcsolat. A 3.1. ábra egy lehetséges piaci kapcsolati hálózat diagram reprezentációját mutatja be 5 háztartás és 4 vállalat között.

3.1. ábra. Példa a piaci kapcsolati hálóra $H = 5$ háztartással és $F = 4$ vállalattal



Forrás: Saját szerkesztés Matlab segítségével

³Vegyük észre, hogy a kétféle szereplő közötti kapcsolati hálót úgy is értelmezhetjük, mint egy olyan páros gráf, amelynek összes élére teljesül, hogy az egyik végpontja \mathbf{H} -ban, a másik pedig \mathbf{F} -ben van.

3.1.2. Kereslet

A piac keresleti oldalán a háztartások differenciált termékeket vásárolnak. A teljes (kompozit) fogyasztást – figyelembe véve az imént definiált kapcsolati hálót is – egy CES-típusú aggregátor határozza meg, az alábbi összefüggés szerint (Dixit és Stiglitz, 1977):

$$C_i = \left(\sum_{j=1}^F s_{ij} c_{ij}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \quad (3.2)$$

Az összefüggésben c_{ij} jelöli az i háztartás fogyasztását a j differenciált termékből. Ez az aggregátor adja a monopolisztikus verseny alapját. A függvényformából ugyanis az következik, hogy a termékek egymás közeli, de nem tökéletes helyettesítői, ahol a helyettesítés rugalmasságát ε határozza meg. A paraméter egységnyinél nagyobb értékeket vehet fel és minél nagyobb az értéke, annál könnyebb a helyettesítés a termékek között ($\varepsilon \rightarrow \infty$ esetén tökéletesen helyettesítő viszonyról van szó). A paraméter tehát azt fejezi ki, mennyire hasonló bármely két termék a fogyasztó szempontjából.⁴ Fontos tulajdonsága az aggregátornak, hogy a háztartás változatosság iránti preferenciáját feltételezi. Ez azt jelenti, hogy a háztartás magasabb aggregált fogyasztást ér el, ha n -féle termékből fogyaszt termékenként x/n mennyiséget, mint ha $n-1$ -féle termékből fogyaszt $x/(n-1)$ mennyiséget:

$$C_i^n = \left(\sum \left(\frac{x}{n} \right)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} = n^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \left(\frac{x}{n} \right) = n^{\frac{1}{\varepsilon-1}} x > (n-1)^{\frac{1}{\varepsilon-1}} x = C_i^{n-1} \quad (3.3)$$

Vagyis az aggregátor képes számszerűsíteni a termékváltozatosságból származó pozitív jóléti hatást.⁵

A háztartás adott költségvetési keret mellett szeretne minél nagyobb fogyasztási szintet elérni. Az i háztartásnak ekkor a következő optimalizálási problémát kell megoldania:⁶

$$\begin{aligned} \max_{c_{ij}} \quad & C_i = \left(\sum_{j=1}^F s_{ij} c_{ij}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \\ \text{s.t.} \quad & e_i = \sum_{j=1}^F p_j c_{ij} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Az optimalizálási feladatban p_j jelöli a j vállalat termékének árát, e_i pedig az i háztartás mo-

⁴Eppen ez a feltételezés adja a modell egyik vitatott tulajdonságát, a vállalatok szimmetriáját, a helyettesítés rugalmassága ugyanis bármely két termék között azonos (lásd Tirole, 1988).

⁵A változatosság iránti preferenciát az $\frac{1}{\varepsilon-1}$ kifejezés határozza meg (lásd Bénassy, 1996). Minél nagyobb a kifejezés értéke (minél közelebb van ε értéke 1-hez), annál fontosabb a fogyasztó számára a változatosság.

⁶Fogyasztásmaximalizálás helyett hasznosságmaximalizálási feladatként is definiálhatjuk a problémát, ebben az esetben a CES-aggregátor a hasznossági függvény szerepét tölti be és a háztartás célja adott költségvetési keret mellett minél nagyobb hasznossági szint elérése.

nopolisztikus termékek fogyasztása céljából rendelkezésre álló jövedelme. Jól látszik, hogy amennyiben a vizsgált háztartás nincs kapcsolatban a j vállalattal (vagyis $s_{ij} = 0$), akkor annak terméke iránt nem fog keresletet támasztani ($c_{ij} = 0$ lesz az optimalizálási feladat megoldásában), hiszen az aggregált fogyasztását ez nem növelné, ellenben többletköltséget eredményezne.

Az optimalizálási feladat megoldásával megkapjuk, hogy a háztartás mekkora keresletet támaszt az egyes vállalatok termékei iránt. Így például az i háztartás k vállalat terméke iránti egyéni keresleti függvényére az alábbi összefüggést kapjuk:

$$c_{ik} = s_{ik} e_i p_k^{-\varepsilon} P_i^{\varepsilon-1}, \quad (3.5)$$

ahol P_i a C_i kompozit fogyasztói kosárra vonatkozó árindex, az alábbiaknak megfelelően:⁷

$$P_i = \left(\sum_{j=1}^F s_{ij} p_j^{1-\varepsilon} \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \quad (3.6)$$

A $e_i = P_i C_i$ behelyettesítéssel a keresleti függvény kifejezhető a jövedelem helyett a kompozit fogyasztás függvényében is:⁸

$$c_{ik} = s_{ik} C_i \left(\frac{p_k}{P_i} \right)^{-\varepsilon} \quad (3.7)$$

A 3.7 keresleti függvényt megvizsgálva az látszik, hogy az egyes termékkategóriák kereslete kifejezhető a termék ára (p_k), a kompozit fogyasztás (C_i), valamint egy árindex segítségével (P_i), melyre ezentúl érzékelt árindexként fogok hivatkozni, utalva arra, hogy háztartás-specifikus és nem általános változóról van szó (erre utal a i alsó index is, az árindex értéke háztartásonként eltérő lehet). Ez azt jelenti, hogy az egyes termékkeresleteket a hálózati struktúra valóban befolyásolja, hiszen az érzékelt árindex függ a háztartás hálózati pozíciójától, mértékét a kapcsolódó vállalatok árai határozzák meg a 3.6 összefüggés alapján. Azok a háztartások, melyek magasabb árindexet érzékelnek (mert például kevesebb vállalattal állnak

⁷Az optimalizálási feladat levezetése megtalálható az A.1. függelékben. Az A.2. függelékben megmutatom azt is, hogy a bevezetett árindex valóban igazi árindexként értelmezhető.

⁸A keresleti függvény alakjából az is látszik, miért tekintjük ε -t a helyettesítés rugalmasságának. Az alábbiak szerint a paraméter valóban azt fejezi ki, hány %-kal változik meg valamely két termék keresletének aránya, ha 1%-kal megnő a két termék áraránya (emiat ε egyben a kereslet sajátár-rugalmasságának abszolút értéke is, ami a függvényformából is könnyen leolvasható):

$$\frac{\frac{\partial(c_{ij}/c_{ik})}{\partial(p_j/p_k)}}{\frac{c_{ij}/c_{ik}}{p_j/p_k}} = \frac{\frac{\partial \left(C_i \left(\frac{p_j}{P_i} \right)^{-\varepsilon} / C_i \left(\frac{p_k}{P_i} \right)^{-\varepsilon} \right)}{\partial(p_j/p_k)}}{\frac{C_i \left(\frac{p_j}{P_i} \right)^{-\varepsilon} / C_i \left(\frac{p_k}{P_i} \right)^{-\varepsilon}}{p_j/p_k}} = \frac{-\varepsilon \left(\frac{p_j}{p_k} \right)^{-\varepsilon-1}}{\left(\frac{p_j}{p_k} \right)^{-\varepsilon-1}} = -\varepsilon$$

kapcsolatban), egy adott j terméket relatíve olcsóbbnak érzékelnek egy alacsonyabb árindexszel rendelkező háztartáshoz képest (a p_j/P_i reálár alacsonyabb az $\bar{\epsilon}$ esetükben), és emiatt magasabb keresletet támasztanak az egyes termékkategóriák iránt ($\frac{\partial c_{ik}}{\partial P_i} = \epsilon \frac{c_{ik}}{P_i} > 0$).

3.1.3. Kínálat

Monopolisztikus piacon a vállalatok érzékelik a termékük iránti keresletet. Ekkor a j vállalat terméke iránt támasztott összes kereslet felírható az alábbiak szerint:

$$D_j = \sum_{i=1}^H c_{ij} = \sum_{i=1}^H s_{ij} C_i \left(\frac{p_j}{P_i} \right)^{-\epsilon} = p_j^{-\epsilon} \sum_{i=1}^H s_{ij} C_i P_i^{\epsilon} \quad (3.8)$$

Amennyiben $s_{ij} = 0$ minden háztartásra, a vállalat terméke iránt nincs kereslet. Ezek alapján – értelemszerűen – a vállalat keresletét befolyásolja az, hogy hány háztartással áll kapcsolatban és ezekre milyen háztartásspecifikus karakterisztikák vonatkoznak, vagyis például mekkora a kapcsolódó háztartások fogyasztási célú jövedelme, azaz $e_i = P_i C_i$, hiszen ez befolyásolja a keresletet. Minden egyes új kapcsolat növeli a vállalat terméke iránti keresletet és azt is látjuk, hogy a magasabb árindexet érzékelő háztartások magasabb potenciális keresletet támasztanak.

Jelöljük a j vállalat teljes költség-függvényét $TC_j(y_j)$ -vel, ahol y_j a vállalat kínálata és a teljes költség értelemszerűen függ a termelt mennyiségtől. A vállalat célja, hogy a termékével szemben támasztott keresletet úgy elégítse ki, hogy emellett a lehető legnagyobb profitot érje el, vagyis a következő optimalizálási problémát kell megoldania:

$$\begin{aligned} \max_{p_j} \quad & \Pi_j = p_j y_j - TC_j(y_j) \\ \text{s.t.} \quad & y_j = p_j^{-\epsilon} \sum_{i=1}^H s_{ij} C_i P_i^{\epsilon} \end{aligned} \quad (3.9)$$

A feladat megoldásaként megkapjuk a j vállalat optimális árát:⁹

$$p_j = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} MC_j(y_j) \quad (3.10)$$

ahol $MC_j(y_j)$ a j vállalat határkölsége, melyet a teljes költség-függvény y_j szerinti deriválásával kapunk meg. Ezek szerint a monopolisztikusan versenyző vállalat egy ε -tól függő haszonkulcsot (markup) alkalmaz a határkölségen felül. Ez a haszonkulcs annál nagyobb, minél kisebb ε , vagyis minél tökéletlenebb helyettesítői egymásnak a termékek. Ez azt jelenti, hogy ε egyúttal a vállalatok monopolerejét is meghatározza. $\varepsilon \rightarrow \infty$ esetén a vállalatok termékei egymás tökéletes helyettesítői, emiatt a vállalatok monopolereje és a markup teljesen eltűnik, az ár pedig a határkölséggel lesz egyenlő, akárcsak tökéletesen versenyző piacokon. Ezzel szemben $\varepsilon \rightarrow 1$ esetén a termékek helyettesíthetősége szélsőségesen alacsony, emiatt a vállalatok szinte monopolistaként tudnak viselkedni és jelentős mértékű haszonkulcsot képesek a határkölségen felül érvényesíteni. Látszólag az árdöntést nem érinti a piaci hálózat nemteljessége. Ez azonban csak akkor igaz, ha a vállalat teljes költsége a termelés lineáris függvénye és emiatt a határkölség konstans. Ha ez utóbbi feltétel nem teljesül, akkor a vállalat határkölsége (MC_j) függ a termelés nagyságától, amit viszont a kereslet nagysága határoz meg és így az egyes árakat végső soron befolyásolja a kapcsolati struktúra.

Az eddigiek alapján nyilvánvaló, hogy ε -nak fontos szerepe van a modellben, hiszen többek között a vállalatok monopolerejét is meghatározza. A modellben a paraméter egységnyinél nagyobb értékeket vehet fel, de nincs felső korlátja. Bevezetve a ρ jelölést, a helyettesítés rugalmasságát a 0 és 1 közötti tartományon is tudjuk értelmezni, megkönnyítve ezzel a modell kezelését:

$$\varepsilon = \frac{1}{1 - \rho}, \quad (3.11)$$

ahol $\rho \rightarrow 0$ esetén $\varepsilon \rightarrow 1$, míg $\rho \rightarrow 1$ esetén $\varepsilon \rightarrow \infty$, vagyis minél nagyobb ρ , annál nagyobb ε is. A későbbiekben ezt a jelölést többször is fogom használni.

⁹A feltételi függvényt behelyettesítve a célfüggvénybe kapjuk:

$$\max_{p_j} \Pi_j = p_j^{1-\varepsilon} \sum_{i=1}^H s_{ij} C_i P_i^\varepsilon - TC_j \left(p_j^{-\varepsilon} \sum_{i=1}^H s_{ij} C_i P_i^\varepsilon \right)$$

A döntési változó szerinti elsőrendű parciális derivált a következő lesz:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi_j}{\partial p_j} &= (1 - \varepsilon) p_j^{-\varepsilon} \sum_{i=1}^H s_{ij} C_i P_i^\varepsilon - \frac{dTC_j(y_j)}{dy_j} (-\varepsilon) p_j^{-\varepsilon-1} \sum_{i=1}^H s_{ij} C_i P_i^\varepsilon = \\ &= p_j - \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} MC_j(y_j) = 0 \end{aligned}$$

ahol kihasználtuk, hogy $\frac{dTC_j(y_j)}{dy_j} = MC_j(y_j)$.

3.2. Hálózatformálódás a monopolisztikus verseny modelljében

Az előző szakaszban bemutattam a piaci szereplők hálózati kontextusba ágyazott keresleti és kínálati döntéseit. Ezeknél a döntéseknél a szereplők a döntésüket adott (exogén) kapcsolati struktúra mellett hozták meg és azt láttuk, hogy mindkét típusú piaci szereplő döntését befolyásolta az, hogy mely más szereplőkkel állnak kapcsolatban. Ebben a szakaszban továbbfejleszttem a bemutatott modellt úgy, hogy lehetővé teszem a piaci szereplők számára a kapcsolataikról való döntéshozatalt, endogenizálva ezáltal a piaci kapcsolati hálózatot (az s_{ij} paramétereket). A kapcsolatok endogenizálása többek között azért is lehet érdekes vizsgálati kérdés, mert egy szereplő döntései nyomán kialakuló hálózat optimálisnak tekinthető az egyedi szereplők megítélés szempontjából, hiszen senki sem tud létrehozni újabb kapcsolatot anélkül, hogy ez rontaná a helyzetét. Ezzel kapcsolatban pedig felmerül annak kérdése is, hogy ez az egyedi döntések alapján kialakuló kapcsolati struktúra milyen jellegzetességekkel bír.

3.2.1. A háztartások hálózati döntési problémája

Elsőként a keresleti szereplők hálózati döntési problémáját vizsgálom. Ehhez feltételezem, hogy a háztartások egy költség-haszon alapú megközelítésben arról döntenek, hogy kivel létesítenek új, vagy pedig szüntetik meg már meglévő kapcsolatot, vagyis mind kapcsolat létesítésére, mind pedig kapcsolat megszüntetésére van lehetőségük, ahogy az a valódi piacokon is lehetséges.

Tegyük fel ehhez, hogy a kapcsolatok fenntartásának költsége van. Ez a költség értelmezhető úgy, mint tranzakciós költség: ahhoz, hogy a háztartás egy eladó termékét megvásárolja, el kell jutnia az eladó telephelyére, illetve szállítási költséget kell fizetnie, hogy kiszállítsák számára a terméket. Jelöljük ennek átlagos értékét τ -val. A kapcsolatfenntartási költség ezek szerint azt mutatja meg, hogy mekkora a várható költsége egy kapcsolat fenntartásának. Ez az összeg a háztartás fogyasztás céljából rendelkezésére álló jövedelemét csökkenti, vagyis a 3.5 keresletek az alábbiak szerint módosulnak:

$$c_{ik} = s_{ik}(e_i - \tau k_i) p_k^{-\frac{1}{1-\rho}} P_i^{\frac{\rho}{1-\rho}}, \quad (3.12)$$

ahol k_i a háztartás aktuális kapcsolatainak száma, vagyis $k_i = \sum_{k=1}^F s_{ik}$ és jól láthatóan τ -nak van egy felső korlátja, amely mellett még értelmezhető a modell, mégpedig $\tau < e_i/k_i$.

A háztartás kétféle cselekvési lehetőség közül választhat: létrehozhat egy új, illetve megszüntethet egy már meglévő kapcsolatot. A háztartás célja az, hogy kapcsolati hálóját úgy

módosítsa, hogy abból a lehető legnagyobb haszna származzon, vagyis a fogyasztásának változását szerezne maximalizálni, feltéve, hogy ez nemnegatív. A háztartás akkor létesít újabb kapcsolatot, ha ebből nagyobb fogyasztásnövekedése származik (ΔC_i^+), mint egy meglévő kapcsolat megszüntetéséből (ΔC_i^-). Vagyis minden egyes hálózatformálódási döntés során kétféle optimalizálási problémát old meg és ezek közül azt a döntést választja, amelyik számára a kedvezőbb.

Tekintsük elsőként a kapcsolatlétesítési döntésre felírható optimalizálási feladatot:

$$\begin{aligned}
\max_{j \in \mathbf{F} | s_{ij}=0} \quad & \Delta C_i^+ = \left(\sum_{k=1}^F s_{ik} c_{ik}^{*\rho} + c_{ij}^{*\rho} \right)^{\frac{1}{\rho}} - \left(\sum_{k=1}^F s_{ik} c_{ik}^{\rho} \right)^{\frac{1}{\rho}} \\
s.t. \quad & \Delta C_i^+ \geq 0 \\
& c_{ik} = s_{ik} (e_i - \tau k_i) p_k^{-\frac{1}{1-\rho}} P_i^{\frac{\rho}{1-\rho}} \quad k = 1..F \\
& c_{ik}^* = s_{ik} [e_i - \tau(k_i + 1)] p_k^{-\frac{1}{1-\rho}} P_i^{*\frac{\rho}{1-\rho}} \quad k = 1..F \\
& c_{ij}^* = [e_i - \tau(k_i + 1)] p_j^{-\frac{1}{1-\rho}} P_i^{*\frac{\rho}{1-\rho}}
\end{aligned} \tag{3.13}$$

ahol c_{ik}^* jelöli a k termék iránti keresletet az alacsonyabb (új kapcsolat költségével mérsékelt) jövedelem mellett, P_i^* pedig az érzékelt árindex, amelynél figyelembe vesszük a fogyasztásba újonnan felvett j termék árát is:

$$P_i^* = \left(P_i^{-\frac{\rho}{1-\rho}} + p_j^{-\frac{\rho}{1-\rho}} \right)^{-\frac{1-\rho}{\rho}} \tag{3.14}$$

A kapcsolatlétesítési probléma alapján a háztartás azok közül a $j \in \mathbf{F}$ vállalatok közül választ, melyekkel még nincs kapcsolatban. Jól látszik, hogy a kapcsolatlétesítésre vonatkozó döntésben trade-off működik: egy új kapcsolat létrehozása növeli az elérhető termékek körét és emiatt az aggregált fogyasztás nagyságát is várhatóan (láttuk, hogy a termékváltozatoságnak a modellben pozitív jóléti hatása van), ugyanakkor a kapcsolatból származó többletköltség csökkenti a rendelkezésre álló jövedelmet és emiatt az egyes termékekből elérhető fogyasztási szintet. Ha az induló hálózat – adott s_{ij} paraméterek – mellett nem létezik olyan j vállalat, amelyre az optimalizálási problémának van megoldása, akkor a háztartás biztos, hogy nem hoz létre új kapcsolatot, hiszen ezzel várhatóan rosszabb helyzetbe kerülne. A

kapcsolat megszüntetésére felírható döntési probléma nagyon hasonló az előzőhöz:

$$\begin{aligned}
\max_{j \in \mathbf{F} | s_{ij}=1} \quad \Delta C_i^- &= \left(\sum_{k=1}^F s_{ik} c_{ik}^{*\rho} - c_{ij}^{*\rho} \right)^{\frac{1}{\rho}} - \left(\sum_{k=1}^F s_{ik} c_{ik}^{\rho} \right)^{\frac{1}{\rho}} \\
s.t. \quad \Delta C_i^- &\geq 0 \\
c_{ik} &= s_{ik} (e_i - \tau k_i) p_k^{-\frac{1}{1-\rho}} P_i^{\frac{\rho}{1-\rho}} \quad k = 1..F \\
c_{ik}^* &= s_{ik} [e_i - \tau(k_i - 1)] p_k^{-\frac{1}{1-\rho}} P_i^{*\frac{\rho}{1-\rho}} \quad k = 1..F \\
c_{ij}^* &= [e_i - \tau(k_i - 1)] p_j^{-\frac{1}{1-\rho}} P_i^{*\frac{\rho}{1-\rho}}
\end{aligned} \tag{3.15}$$

ahol a P_i^* érzékelt árindexben ezúttal kihagyjuk az elhagyni kívánt j termék árát:

$$P_i^* = \left(P_i^{-\frac{\rho}{1-\rho}} - p_j^{-\frac{\rho}{1-\rho}} \right)^{-\frac{1-\rho}{\rho}} \tag{3.16}$$

A kapcsolatmegszüntetési problémában a háztartás nyilvánvalóan azok közül a $j \in \mathbf{F}$ vállalatok közül választ, melyekkel már kapcsolatban van. Ha csak az egyik feladatnak van megoldása, akkor nyilván ez lesz a háztartás hálózattal kapcsolatos döntése. Ha viszont mindkét feladatnak van megoldása és j^+ a kapcsolatlétesítési probléma megoldásából származó vállalat, j^- pedig a kapcsolat megszüntetésére irányuló probléma megoldása, akkor a hálózattal kapcsolatos döntés az alábbi egyszerű szabályra vezethető vissza:

$$\begin{aligned}
s_{ij^+} &= 1 \quad \text{ha } \Delta C_i^+ \geq \Delta C_i^- \\
s_{ij^-} &= 0 \quad \text{különben.}
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Könnyen megmutatható, hogy a 3.13 kapcsolatlétesítési probléma visszavezethető az alábbi, egyszerűbb problémára:¹⁰

$$\begin{aligned}
\min_{j \in \mathbf{F} | s_{ij}=0} \quad & p_j \\
s.t. \quad & 1 - \frac{\tau}{e_i - \tau k_i} \geq \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{p_j}{P_i} \right)^{-\frac{\rho}{1-\rho}}} \right)^{\frac{1-\rho}{\rho}}
\end{aligned} \tag{3.18}$$

Vagyis a háztartás (logikusan) a legkisebb árú vállalathoz fog kapcsolódni, feltéve, hogy pozitív a fogyasztásának változása. Hasonlóképpen, a kapcsolat megszüntetésére vonatkozó

¹⁰A levezetés megtalálható az A.3. függelékben.

optimalizálási problémánál a legmagasabb áru terméket kínáló vállalatot keresi a háztartás:

$$\begin{aligned} & \max_{j \in \mathbf{F} | s_{ij}=1} p_j \\ \text{s.t.} \quad & 1 + \frac{\tau}{e_i - \tau k_i} \geq \left(\frac{1}{1 - \left(\frac{p_j}{P_i} \right)^{-\frac{\rho}{1-\rho}}} \right)^{\frac{1-\rho}{\rho}} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Jól látszik, hogy ha nő a háztartás jövedelme (e_i), akkor több kapcsolatot tud létrehozni és kevesebbet szüntet meg várhatóan, összességében tehát magasabb lesz a fokszáma, mint alacsonyabb jövedelem mellett.

A kialakuló hálózat és a paraméterek kapcsolata

Vegyük észre, hogy a 3.18 kapcsolat létesítésére vonatkozó problémában a feltétel teljesülését és emiatt egy újabb kapcsolat létrejöttét nehezíti, míg a 3.19 kapcsolat megszüntetésére vonatkozó probléma feltételének teljesülését és emiatt egy kapcsolat megszüntetését megkönnyíti a kapcsolatfenntartási költség (τ) emelkedése, formálisan:

$$\begin{aligned} \lim_{\tau \rightarrow 0} \left(1 - \frac{\tau}{e_i - \tau k_i} \right) = 1 \quad \text{és} \quad \lim_{\tau \rightarrow e_i/k_i} \left(1 - \frac{\tau}{e_i - \tau k_i} \right) = -\infty \\ \lim_{\tau \rightarrow 0} \left(1 + \frac{\tau}{e_i - \tau k_i} \right) = 1 \quad \text{és} \quad \lim_{\tau \rightarrow e_i/k_i} \left(1 + \frac{\tau}{e_i - \tau k_i} \right) = +\infty \end{aligned} \quad (3.20)$$

Azt látjuk tehát, hogy a kapcsolatok száma és emiatt a kialakuló hálózat sűrűsége τ növekedésével várhatóan csökken. Azt is látjuk, hogy kapcsolatfenntartási költség hiányában ($\tau = 0$ esetén) a háztartások minden kapcsolatot létrehozhatnak és egyet sem szüntetnek meg, vagyis a kialakuló hálózat a teljes hálózat.¹¹

Szintén megállapítható a feltételekből ρ , vagyis a termékhelyettesíthetőség szerepe. A kapcsolatlétesítésre vonatkozó kifejezésben szélsőségesen rugalmatlan termékhelyettesíthetőség esetén ($\rho \rightarrow 0$) a kifejezés jobb oldala 0-hoz közelít, hiszen a zárójelben szereplő tag 1-nél kisebb. Ez azt jelenti, hogy a korlátozó feltétel bármely észszerű τ érték mellett teljesül. A kapcsolat megszüntetésére vonatkozó kifejezésben ellenben $\rho \rightarrow 0$ esetén a kifejezés

¹¹Ennek oka, hogy a 3.18 probléma feltételi függvényének jobb oldala mindig kisebb, mint 1, míg a 3.19 probléma feltételének jobb oldala mindig nagyobb 1-nél.

sohasem teljesül, hiszen a kifejezés jobb oldala végtelenbe tart. Formálisan:

$$\begin{aligned} \lim_{\rho \rightarrow 0} \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{p_j}{P_i}\right)^{-\frac{\rho}{1-\rho}}} \right)^{\frac{1-\rho}{\rho}} &= 0 \\ \lim_{\rho \rightarrow 0} \left(\frac{1}{1 - \left(\frac{p_j}{P_i}\right)^{-\frac{\rho}{1-\rho}}} \right)^{\frac{1-\rho}{\rho}} &= +\infty \end{aligned} \quad (3.21)$$

Ezek alapján tökéletesen rugalmatlan termék helyettesíthetőség mellett a kialakuló hálózat a teljes hálózat. Egy adott háztartás számára a termékváltozatosság olyan fontos, hogy még magas kapcsolatfenntartási költséget is hajlandó elszenvedni annak érdekében, hogy a piacon található összes terméket fogyaszthassa.

Ellenben $\rho \rightarrow 1$ esetén, vagyis tökéletes helyettesíthetőség mellett mindkét kifejezés jobb oldala 1-hez tart, formálisan:

$$\begin{aligned} \lim_{\rho \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{p_j}{P_i}\right)^{-\frac{\rho}{1-\rho}}} \right)^{\frac{1-\rho}{\rho}} &= 1 \\ \lim_{\rho \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1 - \left(\frac{p_j}{P_i}\right)^{-\frac{\rho}{1-\rho}}} \right)^{\frac{1-\rho}{\rho}} &= 1 \end{aligned} \quad (3.22)$$

Ekkor a kapcsolatlétesítésre vonatkozó korlátozó feltétel $\tau > 0$ esetén soha sem, míg a kapcsolat megszüntetésére vonatkozó feltétel minden esetben teljesül. Ezek alapján az egyensúlyi hálózat egy olyan ritka hálózat lesz, amelyben minden háztartás csak egy kapcsolatot tart fenn.¹² A háztartásnak ebben az esetben nem származik haszna egy újabb kapcsolatból, hiszen a változatosság nem képvisel értéket számára, még akkor sem, ha elenyésző a költsége a kapcsolatok fenntartásának. Ezek alapján arra számíthatunk, hogy a köztes esetekben ($0 < \rho < 1$, vagyis monopolisztikusan versenyző piacokon) az üres és a teljes hálók közötti köztes hálózati struktúrák alakulnak ki.

A kialakuló hálózat és a skálahozadék kapcsolata

Az eddigiek alapján azt mondhatjuk, hogy a modellben alapvető tendencia van az alacsony árú kínálati szereplők koncentrációjára, míg a magas árat kínáló szereplők kiszorulnak a

¹²Az első kapcsolatot létrehozzák a háztartások, hiszen ebből mindenképpen hasznosságnövekményük származik.

piacról. Ugyanakkor arra kell számítsunk, hogy a kapcsolati döntések – melyek az egyes termékek iránti keresleteket is megváltoztatják – alapvetően befolyásolják a piaci árakat. Vagyis fontos szerepe van a kialakuló hálózat struktúrájára nézve annak, miként reagálnak a kínálati árak a kereslet változásaira. Emiatt érdemes lehet a skálahozadék (vagyis az ár és a termelés kapcsolata) és a hálózati struktúra összefüggéseit is megvizsgálni. Ehhez tekintsünk egy klasszikus termelési függvényt, amely összefüggés értelmében egy adott vállalat termelése a felhasznált termelési input mennyiségének (jelöljük l_j -vel) és a vállalat termelékenységének (jelöljük A_j -vel) a függvénye:

$$y_j = f(l_j, A_j), \quad (3.23)$$

ahol $\frac{\partial y_j}{\partial l_j} > 0$ és $\frac{\partial y_j}{\partial A_j} > 0$. Ekkor a vállalat teljes költsége a következő:

$$TC_j = l_j = f^{-1}(y_j, A_j), \quad (3.24)$$

ahol az l termelési input egységárát lenormáltam egyre (ármérce jószág) és értelemszerűen $\frac{\partial l_j}{\partial y_j} > 0$, valamint $\frac{\partial l_j}{\partial A_j} < 0$. Ebből egyszerű deriválással adódik a profitmaximalizáló ár megállapításához szükséges vállalati határköltség:

$$MC_j = \frac{\partial TC_j}{\partial y_j} = \frac{\partial f^{-1}(y_j, A_j)}{\partial y_j} \quad (3.25)$$

Vagyis a j vállalat ára a 3.10 összefüggés értelmében:

$$p_j = \frac{1}{\rho} \frac{\partial f^{-1}(y_j, A_j)}{\partial y_j}, \quad (3.26)$$

ahol $y_j = \sum_{i=1}^H c_{ij}$, hiszen a monopolisztikusan versenyző vállalat az összes felmerülő keresletet kielégíti. A vállalati termelékenység növekedése az árat csökkenti, hiszen láttuk, hogy $\frac{\partial l_j}{\partial A_j} < 0$. Sokkal érdekesebb az, miként reagál az ár a kereslet megváltozására, amely a hozadék típusával van összefüggésben:

$$\frac{\partial p_j}{\partial y_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 f^{-1}(y_j, A_j)}{\partial y_j^2} \begin{cases} < 0 & \text{növekvő hozadék esetén,} \\ = 0 & \text{állandó hozadék esetén,} \\ > 0 & \text{csökkenő hozadék esetén.} \end{cases} \quad (3.27)$$

Ezek szerint amennyiben a vállalat növekvő hozadékot érzékel a termelésében és ceteris paribus megnő a terméke iránti kereslet, akkor csökkenteni tudja a kínálati árát, hiszen a határköltség-függvénye ebben az esetben csökkenő. Konstans hozadék mellett az ár független a kereslet nagyságától, csökkenő hozadék esetén pedig a kínálati ár megnő a keres-

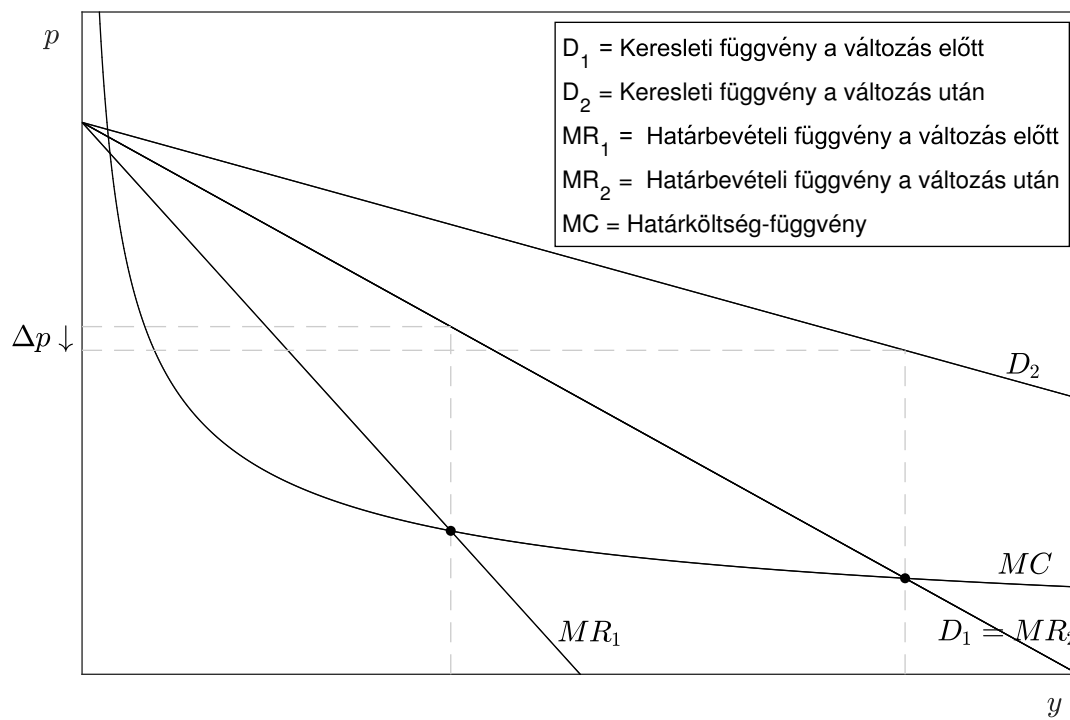
let növekedésekor. A 3.2. ábra növekvő hozadék feltételezése mellett szemlélteti a kereslet megkétszereződésének hatását az árra, a 3.3. ábra pedig a termelékenység javulásának árat csökkentő hatását mutatja be.

Az előzőekben megállapítottuk, hogy – amennyiben a vállalatok mindössze a kínálati árukban különböznek egymástól – a racionálisan viselkedő háztartások az aktuálisan legalacsonyabb árú vállalathoz fognak kapcsolódni, vagy pedig a legmagasabb árú vállalattal szakítják meg a kapcsolatukat, feltéve, hogy ez fogyasztásnövekedéssel jár. A gazdaságban érvényesülő hozadék típusa ezek szerint alapvetően befolyásolja azt, milyen lesz a háztartások kapcsolati döntései nyomán kialakuló hálózati struktúra. Ha a gazdaságban növekvő hozadék érvényesül, akkor az eleve nagyobb fokszerű vállalatok – melyek arányosan nagyobb keresletet érzékelnek – alacsonyabb árat tudnak érvényesíteni, ami tovább növeli a keresletet a termékeik iránt. Emiatt a kialakuló kapcsolati hálózat várhatóan erőteljesen koncentrált lesz, a fokszerű eloszlásban aszimmetria lesz megfigyelhető.¹³ Állandó hozadék esetén az ár független a kereslet nagyságától, emiatt homogén termelékenységek mellett a vállalati árak kiegyenlítődnek és a háztartások véletlenszerűen választanak az azonos árat kínáló vállalatok közül. Vagyis a piaci hálózat egy véletlen hálózathoz lesz hasonlatos, melyben a fokszerű eloszlása szimmetrikus, a véletlen hálózatokra jellemző binomiális eloszlást követ. Csökkenő hozadék esetén egy nagyobb fokszerű vállalat a megnövekvő keresletet csak áremeléssel tudja kielégíteni, ami egyre több háztartást ösztönöz arra, hogy megszakítsa a kapcsolatot az adott vállalattal, emiatt a fokszerű kiegyenlítődésére számíthatunk. Ezek alapján csökkenő hozadékú vállalatokra várhatóan szimmetrikus hálózati struktúrák alakulnak ki, melyekben a vállalati fokszerű eloszlások nagyon hasonlóak. Ugyanakkor ezek az eredmények szigorúan akkor érvényesek, ha a vállalati termelékenységek homogenitását feltételezzük.

A hozadék jellegén túl a vállalati termelékenység is befolyásolja a kialakuló hálózat fokszerű eloszlását. Láttuk, hogy a magasabb termelékenységű vállalatok alacsonyabb árat tudnak érvényesíteni, emiatt egyensúlyban várhatóan magasabb fokszerű eloszlásúak lesznek. Ezek alapján a termelékenységbeli heterogenitás aszimmetrikus irányba tolja el az egyensúlyi kapcsolati struktúrákat. Ezek szerint a kialakuló piaci hálózatban az eleve termelékenyebb vállalatok lesznek azok, melyek erőteljesebben beágyazódnak a hálózatba és az átlagosnál magasabb fokszerű eloszlással rendelkeznek egyensúlyban. Vagyis a magasabb termelékenység miatti hatékonysági előny a hálózati struktúrában is realizálódik úgy, hogy a termelékenyebb vállalatok lesznek a hálózat centrálisabb elemei. A heterogenitás mértékének emelkedése nyilvánvalóan erősíti ezt a tendenciát.

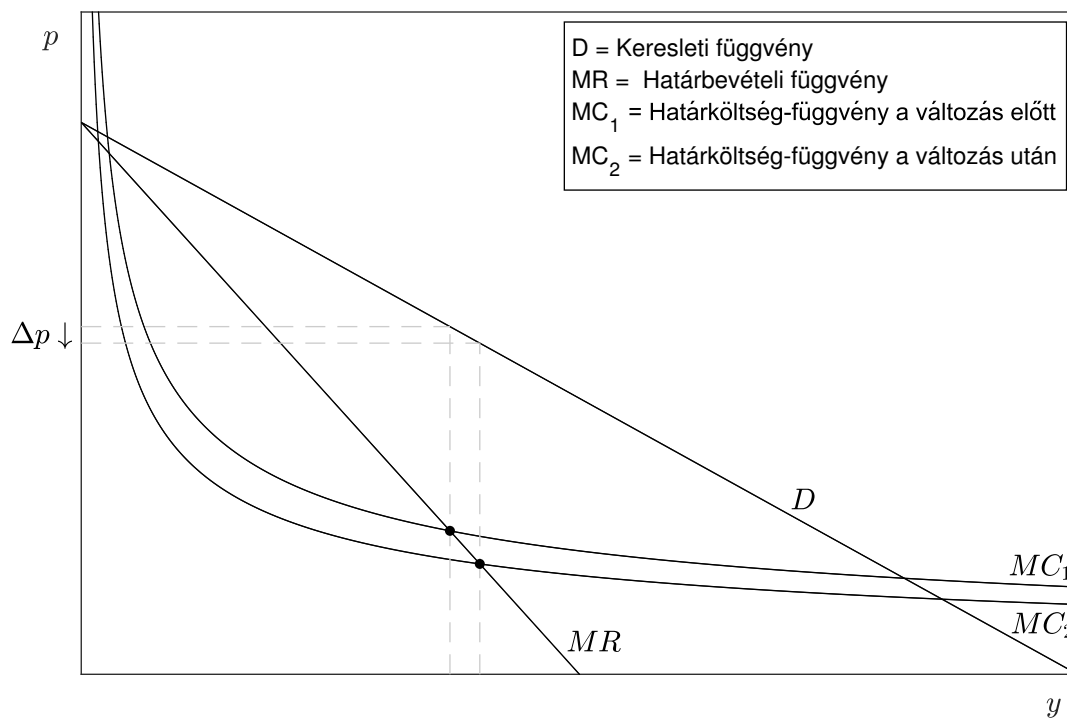
¹³Párhuzamba állítható az itt kapott eredménnyel Krugman (1991) modellje, amely alapján a termelés földrajzi koncentrációját eredményezheti, ha egyszerre van jelen a vállalatok termelésében érvényesülő növekvő hozadék és a piacok közötti kereskedelmi tranzakciókra (import és export) fizetett szállítási költség. Minél kisebb a szállítási költség és/vagy minél erőteljesebben érvényesül a növekvő hozadék, annál erőteljesebb a földrajzi koncentráció is. Ezek szerint ugyanezek a mechanizmusok a piac szintjén is működnek, ha a piaci kapcsolatokhoz rendeljük hozzá a tranzakciós költséget.

3.2. ábra. A kereslet növekedésének hatása az árra, növekvő hozadék esetén (a kereslet a kétszeresére nő, D_1 -ről D_2 -re)



Forrás: Saját szerkesztés Matlab segítségével

3.3. ábra. A vállalati termelékenység növekedésének hatása az árra, növekvő hozadék esetén (a határköltség-függvény lefelé tolódik, MC_1 -ről MC_2 -re)



Forrás: Saját szerkesztés Matlab segítségével

3.2.2. A vállalatok hálózati döntési problémája

A vállalatok kapcsolatlétesítési döntésének vizsgálatánál abból kell kiindulnunk, hogy a piacon már termelő j vállalat akkor fog létrehozni újabb kapcsolatot, ha várhatóan növelni tudja ezzel a profitját, vagyis ha a kapcsolatból származó potenciális haszna nagyobb, mint a kapcsolatból származó többletköltsége. Az új kapcsolat haszna az érzékelt kereslet növekedése, hiszen minden egyes kapcsolat megnöveli a j vállalat terméke iránti keresletet, amely pótlólagos bevételt jelent. A kapcsolat költsége két részből tevődik össze, egyrészt megnő a termelés költsége, hiszen a többletkeresletet meg kell termelnie a vállalatnak. Másrészt a kapcsolat kialakítás is költséges. Ez utóbbit értelmezhetjük reklámköltségként – annak érdekében, hogy a vállalat termékét több háztartás vásárolja, szélesebb körben kell reklámoznia azt. Jelöljük ezt a költséget ezúttal is τ -val. Ha tehát a vállalat növelni szeretné a vásárlóinak (vásárlói szegmenseinek) a számát, ez feltevés szerint τ többlet-reklámköltséget jelent számára. Mindezek figyelembe vétele mellett a j vállalat célja az, hogy azzal a fogyasztóval (vagy fogyasztói szegmensevel) alakítson ki kapcsolatot, amely a legnagyobb addicionális profitot ígéri, a profitjának a változását szeretné tehát maximalizálni, feltéve, hogy ez nem-negatív. A probléma tehát a következőképp írható fel:

$$\begin{aligned}
 \max_{i \in \mathbf{H} | s_{ij}=0} \quad & \Delta \Pi_j = (p_j - MC_j(y_j))c_{ij}^* - \tau \\
 \text{s.t.} \quad & \Delta \Pi_j \geq 0 \\
 & p_j = \frac{MC_j(y_j)}{\rho} \\
 & y_j = \sum_{l=1}^H c_{lj} \\
 & c_{ij}^* = e_i p_j^{-\frac{1}{1-\rho}} P_i^* \frac{\rho}{1-\rho}
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

ahol a várható többletkereslet költségekre tett hatása megközelítőleg $MC_j(y_j)c_{ij}^*$, illetve P_i^* az i háztartás által érzékelt árindex, ahol már figyelembe kell vennünk a vállalat termékét is:

$$P_i^* = \left(\sum_{k=1}^F s_{ik} p_k^{-\frac{\rho}{1-\rho}} + p_j^{-\frac{\rho}{1-\rho}} \right)^{-\frac{1-\rho}{\rho}} \tag{3.29}$$

Jól látszik, hogy a probléma felírásánál azzal a lényeges egyszerűsítéssel éltem, hogy a vállalat nem veszi figyelembe a várható új kereslet saját árára tett hatását. Ez realiztikus feltevés lehet akkor, ha az új kapcsolatból származó többletkereslet relatíve kicsi a vállalat meglévő keresletéhez képest. Ha az adott induló hálózat (s_{ij} paraméterek) mellett nem létezik olyan i háztartás, amelyre a fenti optimalizálási problémának van megoldása, akkor a vállalat nem hoz létre új kapcsolatot, hiszen ezzel várhatóan csökkenne a profitja. A feltételi függvényeket

behelyettesítve a célfüggvénybe megmutatható, hogy a probléma ekvivalens az alábbival:¹⁴

$$\begin{aligned} \max_{i \in \mathbf{H} | s_{ij}=0} \quad & \frac{e_i}{\sum_{k=1}^F s_{ik} \left(\frac{MC_k(y_k)}{MC_j(y_j)} \right)^{-\frac{\rho}{1-\rho}} + 1} \\ \text{s.t.} \quad & \frac{(1-\rho)e_i}{\sum_{k=1}^F s_{ik} \left(\frac{MC_k(y_k)}{MC_j(y_j)} \right)^{-\frac{\rho}{1-\rho}} + 1} \geq \tau \end{aligned} \quad (3.30)$$

Ez alapján a vállalat azokat a fogyasztókat preferálja, melyek magasabb fogyasztási jövedelemmel (e_i) rendelkeznek, kevés terméktípust vásárolnak (a nevezőben levő összeg várhatóan annál kisebb, minél kevesebb tagból áll) és/vagy a saját termékhez képest jellemzően drágább termékeket fogyasztanak (az MC_k/MC_j relatív határkölségek nagyobbak az esetükben).

A kialakuló hálózat és a paraméterek kapcsolata

A 3.30 probléma feltételét megvizsgálva az látszik, hogy ha csökken a vállalat határkölsége, akkor a vállalat több kapcsolatot tud létrehozni, hiszen a kifejezés bal oldala MC_j -ben csökken, vagyis a határkölség növekedésével romlik a valószínűsége egy új kapcsolat kialakításának. Ugyanakkor nem csak önmagában a határkölség számít, hanem sokkal inkább az, hogyan viszonyul a vállalat saját határkölsége a háztartással kapcsolatban levő többi vállalat határkölségéhez. Azok a vállalatok tehát, melyek relatíve hatékonyabban termelnek a piacon, várhatóan több kapcsolatot tudnak kialakítani, mint a kevésbé hatékony vállalatok.

A kifejezés alapján a vállalat számára egy újabb kapcsolat kialakítását megnehezíti a kapcsolatlétesítési költség emelkedése. Azt is látjuk, hogy $\tau \rightarrow 0$ esetén a feltétel mindig teljesül, vagyis a vállalatok minden kapcsolatot létrehoznak és emiatt a kialakuló hálózat a teljes hálózat (ugyanaz volt a tendencia a háztartások kapcsolatlétesítési döntésénél).

A termékek közötti helyettesítés rugalmasságának (ρ) hatása a vállalat kapcsolatlétesítési döntésére nem egészen egyértelmű, emiatt ennek vizsgálatára a későbbiekben még visszatérünk. Érdekes ugyanakkor megfigyelni ρ viselkedését a határértékeken. Amennyiben $\rho \rightarrow 0$, a feltétel bal oldalának határértéke konstans és emiatt a vállalat azokkal a háztartásokkal létesít kapcsolatot, melyekre $\frac{e_i}{k_i+1} \geq \tau$. Ellenben $\rho \rightarrow 1$ esetén a feltétel bal oldala 0-hoz tart, emiatt a vállalatok jellemzően kevesebb kapcsolatot fognak kialakítani. Formálisan:

¹⁴A levezetést megadom az A.4. függelékben.

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{(1 - \rho)e_i}{\sum_{k=1}^F s_{ik} \left(\frac{MC_k(y_k)}{MC_j(y_j)} \right)^{-\frac{\rho}{1-\rho}} + 1} = \frac{e_i}{k_i + 1}$$

$$\lim_{\rho \rightarrow 1} \frac{(1 - \rho)e_i}{\sum_{k=1}^F s_{ik} \left(\frac{MC_k(y_k)}{MC_j(y_j)} \right)^{-\frac{\rho}{1-\rho}} + 1} = 0$$
(3.31)

Ezek az eredmények egyúttal azt is jelentik, hogy a vállalatok kapcsolatlétesítési döntése nem teljes kapcsoltságot eredményez. A kialakuló piaci kapcsolati hálózat tökéletlen, a szereplők számára nem racionális létrehozni az összes lehetséges kapcsolatot, amennyiben a kapcsolat kialakítása költséges. Ez az eredmény – együtt a háztartások kapcsolati döntésénél kapott eredménnyel – rámutat arra, hogy a teljes kapcsoltság feltételezése a piaci modellekben erősen torzító és nem feltétlenül tükrözi a piaci szereplők racionális viselkedését.

A kialakuló hálózat és a skálahozadék kapcsolata

A vállalatok kapcsolatlétesítési döntésénél azzal az egyszerűsítéssel éltünk, hogy az aktuális döntésben a vállalatok nem veszik figyelembe az új kapcsolatból adódó többletkereslet hatását a saját árakra, amely feltevés lényegesen leegyszerűsítette a problémát. Ugyanakkor hosszú távon a tartósan magasabb kereslet hatását a vállalatok előbb-utóbb érzéklni fogják a költségeik alakulásában. Kapcsoljuk be emiatt ezúttal is az elemzésbe a vállalatok termelésében megnyilvánuló skálahozadékot. A skálahozadék jellege ugyanis alapvetően befolyásolja azt, hogyan reagálnak a vállalati határkölségek a kereslet megváltozására. Emlékeztetőül:

$$\frac{\partial MC_j}{\partial y_j} \begin{cases} < 0 & \text{növekvő hozadék esetén,} \\ = 0 & \text{állandó hozadék esetén,} \\ > 0 & \text{csökkenő hozadék esetén.} \end{cases} \quad (3.32)$$

Mindebből az következik, hogy a háztartásoknál már ismerttetett mechanizmusok most is működnek. Ha a vállalat növekvő hozadékot érzékel a termelésében, akkor a magasabb kapcsolatszámából adódó többletkereslet hatására csökken a határkölsége, amely azt eredményezi, hogy nő a relatív hatékonysága a többi piacon levő vállalathoz képest, emiatt nő az esélye egy újabb kapcsolat kialakítására. Vagyis növekvő hozadék mellett a kialakuló hálózati struktúra aszimmetrikus és a hatékonyabb vállalatok erőteljesebben kapcsolnak. A termelékenységbeli heterogenitás nyilvánvalóan felerősíti ezt a tendenciát. Állandó hozadék esetén a határkölség nem reagál a kereslet megváltozására, emiatt az egyes vállalatok termelékenysége fogja meghatározni azt, melyik vállalat tud magasabb hatékonysággal termelni és emiatt több kapcsolatot kialakítani. Csökkenő hozadék esetén a megnövekvő kereslet

hatására a vállalat határkölsége emelkedik, emiatt csökken a relatív hatékonysága a többi vállalathoz képest, vagyis romlik az esélye annak, hogy egy újabb kapcsolatot tudjon kialakítani. A kialakuló hálózatban a fokszámoszlás aszimmetriájának mértéke tehát kisebb lesz ebben az esetben, mint növekvő hozadék mellett termelő vállalatokra.

Egy speciális eset: konstans határkölség a vállalatok termelésében

Ebben a szakaszban az eddigi általános elemzéshez képest két egyszerűsítő feltevéssel élök. Legyen a vállalatok határkölsége konstans, továbbá legyenek a háztartások identikusak. Ez a két lényegi egyszerűsítés lehetővé teszi, hogy analitikus formában is levezethető legyen az egyes vállalatok egyensúlyi kapcsolatszám, amely érdekes következtetésekre vezet majd. Jelöljük a konstans határkölséget a j vállalat esetén MC_j -vel. Ekkor a 3.30 probléma feltétele az alábbi, egyszerűbb formában írható fel:

$$\frac{(1-\rho)e}{\sum_{k=1}^F s_{*k} \left(\frac{MC_k}{MC_j}\right)^{-\frac{\rho}{1-\rho}} + 1} \geq \tau \quad (3.33)$$

ahol e az átlagjövedelmet jelöli. Ha a vállalati határkölségek eloszlása szimmetrikus és emiatt a feltételben a vállalati határkölségeket az átlagos határkölséggel helyettesítjük ($\forall k : MC_k = MC$), akkor ki tudjuk számolni a j vállalat egyensúlyi foksámát:

$$\frac{(1-\rho)e}{k^H \left(\frac{MC}{MC_j}\right)^{-\frac{\rho}{1-\rho}} + 1} \geq \tau, \quad (3.34)$$

ahol MC az átlagos határkölség, míg k^H a reprezentatív háztartás várható foksám. Vegyük észre, hogy a kifejezés bal oldala k^H -ban monoton csökkenő, emiatt a j vállalat szempontjából optimális foksám ott van, ahol a kifejezés egyenlőségre teljesül:

$$k_j^H = \frac{(1-\rho)e - \tau}{\tau} \left(\frac{MC}{MC_j}\right)^{\frac{\rho}{1-\rho}} \quad (3.35)$$

Ez a k_j^H -ra kapott kifejezés megadja azt, hogy a j vállalat szempontjából mennyi a várt foksám egy reprezentatív háztartásnak. Ha H a háztartások, míg F a vállalatok száma, akkor ezt könnyen átkonvertálhatjuk a vállalatra vonatkozó foksámmá:

$$k_j = \frac{H}{F} k_j^H = \frac{H}{F} \frac{(1-\rho)e - \tau}{\tau} \left(\frac{MC}{MC_j}\right)^{\frac{\rho}{1-\rho}} \quad (3.36)$$

Ezek szerint a j vállalat fokszámát az határozza meg, hogy milyen a vállalat átlaghoz viszonyított relatív hatékonysága (az MC/MC_j arány). Az átlagosnál hatékonyabban termelő vállalatok több háztartáshoz kapcsolódnak egyensúlyban, mint az átlagoshoz képest kevésbé hatékony vállalatok. Ha az MC/MC_j arány növekszik, vagyis a j vállalat hatékonysága javul az átlagos hatékonysághoz képest, akkor a vállalat fokszáma is növekszik. Ennek oka, hogy a vállalat terméke relatíve vonzóbbá (olcsóbbá) válik a többi termékhez képest a háztartások számára, vagyis a háztartások várhatóan átrendezik a fogyasztásukat és magasabb potenciális keresletet támasztanak a j vállalat terméke iránt, ami javítja a profitkilátásokat.

Ugyanakkor az is látszik a kifejezésből, hogy a termékek közötti helyettesítés rugalmasságának (ρ) hatása nem egyformán érinti a különböző hatékonyságú vállalatok fokszámát. Magasabb rugalmasság a termékhelyettesítésben (nagyobb ρ) csökkenti a kínálati árban érvényesített markup nagyságát, vagyis alacsonyabb árat tesz lehetővé a vállalatok számára. Ez pedig csökkenti egy új kapcsolatból várható addicionális bevétel nagyságát is, ami általánosságban a vállalati fokszámok csökkenéséhez vezet. Ugyanakkor a magasabb rugalmasság egyúttal azt is jelenti, hogy a háztartások számára kevésbé fontos a termékváltozatosság. Vagyis egyre jellemzőbb lesz az, hogy a kereslet eltolódik a hatékonyabb és ezzel együtt olcsóbb árat meghatározó vállalatok termékei iránt. Emiatt az átlagosnál hatékonyabb vállalatok ($MC_j < MC$) fokszáma várhatóan növekszik, míg az átlagosnál rosszabb hatékonyságú vállalatok ($MC_j > MC$) fokszáma várhatóan csökken. Vagyis ρ emelkedése megnöveli a fokszámok szórását. Ezek alapján arra számíthatunk, hogy a gazdaságban érvényesülő helyettesítési rugalmasság befolyásolja a kialakuló hálózat struktúráját és ρ emelkedése növeli a fokszámok eloszlásában megmutatkozó szórását.

Vegyük észre, hogy a fokszámra kapott kifejezés felírható az alábbi összefüggéssel is:

$$k_j = a \left(\frac{MC_j}{MC} \right)^{-r}, \quad (3.37)$$

ahol $a = \frac{H}{F} \frac{(1-\rho)e^{-\tau}}{\tau}$, illetve $r = \frac{\rho}{1-\rho}$ konstansok. Ezek szerint a vállalati fokszámokat egy hatványfüggvény definiálja, ahol a modell paraméterei határozzák meg a függvény pontos alakját, míg a vállalatok határkölségei – mint egyetlen változó – befolyásolják a függvény értékét. Mindez azt is jelenti, hogy a fokszámok eloszlását a vállalati határkölségek eloszlása határozza meg a következőképpen:

$$p(k_j) \sim ap \left(\frac{MC_j}{MC} \right)^{-r}, \quad (3.38)$$

ahol $p(k_j)$ a fokszámeloszlást, míg $p \left(\frac{MC_j}{MC} \right)$ az (átlaggal normált) határkölségek eloszlását jelöli. A fokszámeloszlás alakját ezek szerint két tényező befolyásolja. Egyrészt a vállalati

határkölségek eloszlása, hiszen ez a foksámok egyensúlyi értékét meghatározó mögöttes eloszlás. Másrészt függ a foksámeloszlás alakja a kitevő és emiatt ρ értékétől is, hiszen ennek értéke határozza meg azt, miként módosul a foksámeloszlás a határkölségek eloszlásához képest. A hatványfüggvény tulajdonságaiból adódóan az átlagoshoz képest hatékonyabb vállalatok ($MC_j/MC < 1$) határkölségét a kitevő erőteljesebben módosítja, mint az átlagosnál rosszabb hatékonyságú vállalatokét ($MC_j/MC > 1$), emiatt $\rho > 0$ esetén a foksámok eloszlása aszimmetrikus irányba tolódik el, ahogy ρ értéke növekszik. Minél nagyobb ρ és ennek megfelelően a kitevő értéke, annál erőteljesebben módosítja az eredeti eloszlást a hatványfüggvény-kapcsolat, vagyis egyre aszimmetrikusabb foksámeloszlást kapunk, ahogy $\rho \rightarrow 1$.

Ennek illusztrálásához tegyük fel, hogy MC_j véletlen változók MC várható értékű és σ_{MC} szórású normális eloszlásból származnak:

$$MC_j \sim \mathcal{N}(MC, \sigma_{MC}) \quad (3.39)$$

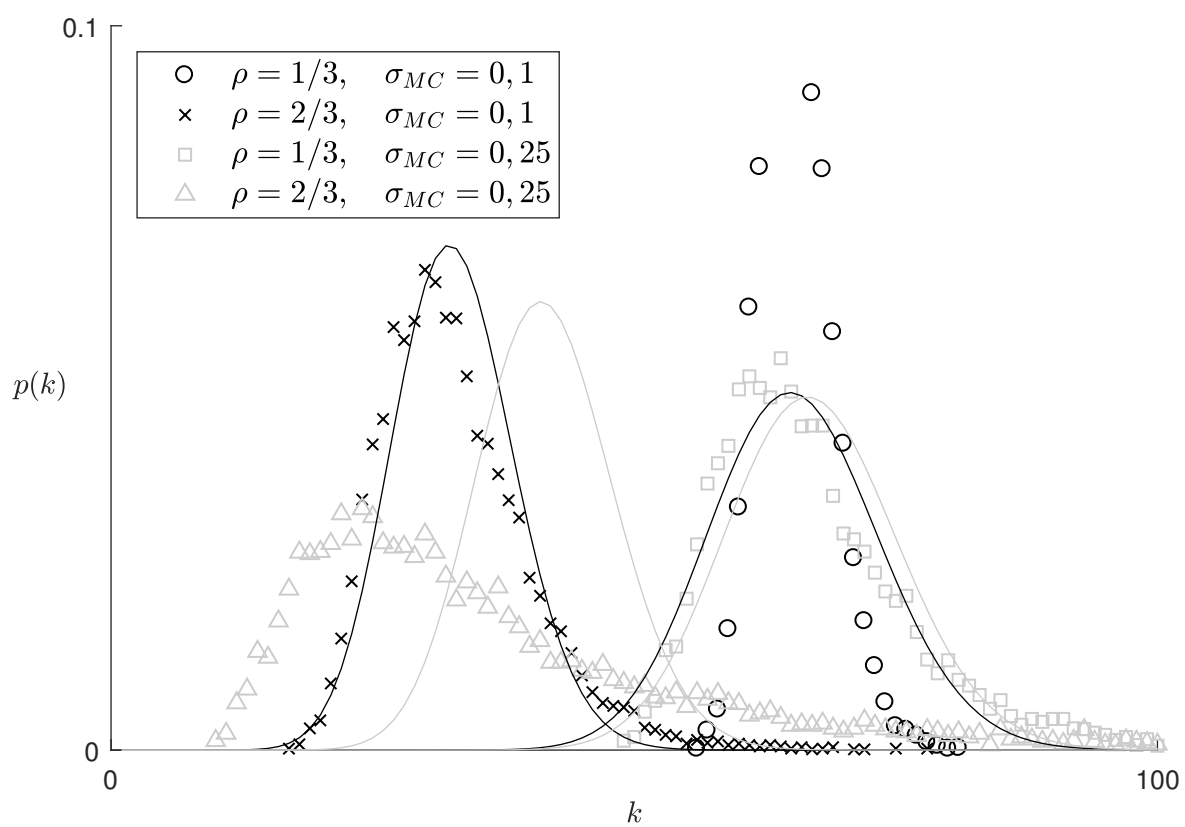
Éljünk a paraméterekre vonatkozóan a következő feltevésekkel: $MC = 1$, $\sigma_{MC} = \{0,1; 0,25\}$, $e = 1$, $\tau = 0,01$, $H = F = 10.000$ és $\rho = \{1/3; 2/3\}$. A 3.4. ábra a kapott vállalati foksámeloszlásokat mutatja különböző ρ és σ_{MC} értékekre. Az ábrán folytonos vonallal feltüntettem azokat a foksámeloszlásokat is, melyek a foksámok azonos várható értékű, de normális eloszlása esetén adódnának.

Az ábra megerősíti az eddigi eredményeinket. Egyrészt, magasabb szórás a vállalati határkölségekben nagyobb szórású foksámeloszlást eredményez, lásd például a $\rho = 1/3$ esetén adódó foksámeloszlásokat (a két magasabban fekvő eloszlás). Másrészt, a helyettesítés rugalmasságának növekedése növeli az eloszlás aszimmetriáját. Különösen látványos ez a $\rho = 2/3$ és $\sigma_{MC} = 0,25$ esetén adódó foksámeloszlásnál, ahol az eloszlást szemmel láthatóan jobboldali aszimmetria és vastagfarkúság jellemzi. Ez azt jelenti, hogy a többségben alacsony foksámú vállalatok mellett jelen vannak a piacon kifejezetten nagy szereplők is, melyek kiugróan magas foksámúak és magas keresletet elégítenek ki. Ez a skálafüggetlen jellege a hálózatnak abból fakad, hogy a versenyképesebb vállalatok alacsonyabb kínálati árat tudnak meghatározni, emiatt vonzóbbak a fogyasztók számára és több kapcsolatot tudnak kialakítani. Vagyis a modellben működik egy tendencia a termelékeny vállalatok koncentrálására, ami a skálafüggetlen jelleget is elősegíti.¹⁵ Ennek a megállapításnak empirikus jelentősége is van, hiszen empirikus vizsgálatok alapján a vállalatok méreteloszlása erőteljes ferdeséggel bír és a skálafüggetlen hálózatokra jellemző hatványtörvény-eloszlást követi (Axtell, 1954; Simon és Bonini, 1958).

Még látványosabban nyilvánul meg a kialakuló foksámeloszlás skálafüggetlensége, ha

¹⁵Nagyon hasonló eredményt kaptunk a háztartások hálózati döntési problémájának elemzésekor is.

3.4. ábra. Vállalati foksámok eloszlása az endogén hálózatban a vállalati határköltégek normális eloszlása mellett, különböző ρ és σ_{MC} értékekre (vízszintes tengelyen a foksámok, függőleges tengelyen azok előfordulási valószínűsége szerepel)



Forrás: Saját szerkesztés Matlab segítségével

a vállalati határkölségek egyenletes eloszlását feltételezzük:

$$MC_j \sim \mathcal{U}(MC, \sigma_{MC}), \quad (3.40)$$

ahol MC adja meg a határkölség várható értékét, míg σ_{MC} az eloszlás terjedelmét definiálja az alábbi összefüggés szerint:

$$MC_j \in [MC(1 - \sigma_{MC}), MC(1 + \sigma_{MC})] \quad (3.41)$$

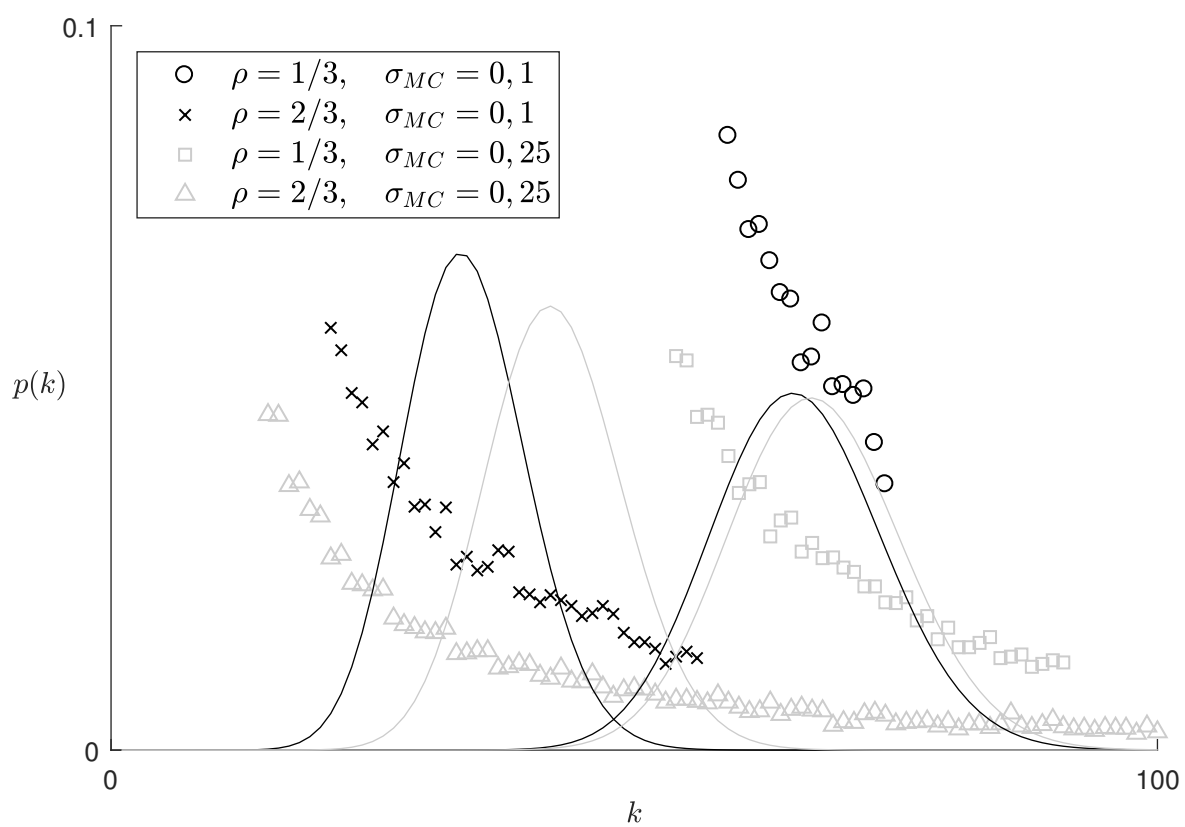
A 3.5. ábra a határkölségek egyenletes eloszlása mellett adódó fokszámoszlásokat mutatja be, megint csak különböző ρ és σ_{MC} értékekre. A tendenciák megegyeznek a normális eloszlású határkölségekre kapott összefüggésekkel, viszont ezúttal a fokszámoszlást ρ értékétől függetlenül aszimmetria és vastagfarkúság jellemzi, akárcsak a skálafüggetlen eloszlást.

3.2.3. A hálózatformálódási modellekből levont következtetések

Összefoglalva a hálózatformálódási döntések modellezéséből levont tanulságokat azt mondhatjuk, hogy bizonyos feltételek mellett mind a háztartások, mind a vállalatok döntésében megjelenik a preferenciális kapcsolódási mechanizmus és annak eredményeként a piaci kapcsolatok eloszlásának skálafüggetlensége. A háztartások az olcsó terméket kínáló vállalatokat preferálják a kapcsolatlétesítési döntésükben, míg a magas árat kérő vállalatokkal inkább megszakítják a kapcsolatukat. Emiatt a termelékenységbeli heterogenitás az alacsonyabb határkölségen termelő vállalatok hatékonyabb árképzése következtében természetes módon eredményezi a vállalatok kapcsolataiban megmutatkozó aszimmetriát. Ugyanezt tapasztaltuk a vállalatok hálózatformálódási döntését elemezve is, az alacsonyabb határkölségen termelő vállalatok több kapcsolatot tudnak kialakítani, hiszen olcsóbb termékük miatt vonzóbbak a háztartások számára. Ugyanakkor ez az összefüggés nem lineáris, a piacon érvényesülő korlátozott termékhelyettesíthetőség és a vállalati határkölségek szimmetrikus eloszlása együttesen aszimmetrikus fokszámoszlást tud eredményezni. A kialakuló fokszámoszlást emiatt adott esetben valóban skálafüggetlenség jellemzi.

A hálózatformálódási modellekből levont következtetéseket érdemes összevetni a meglévő szakirodalmi eredményekkel. Néhány bemutatott eredmény teljes kapcsoltság mellett, vagyis hálózati megközelítés nélkül is fennáll, ugyanakkor a hálózati perspektíva árnyalta az ismereteinket ezekkel az eredményekkel kapcsolatban. Így például láttuk, hogy a kapcsolatokhoz kötődő tranzakciós kölség bevezetése a modellbe azt eredményezte, hogy a szereplők nem hozták létre az összes kapcsolatot, vagyis a tranzakciók száma csökkent a teljes kapcsoltsághoz képest. Ez a mechanizmus teljes kapcsoltság mellett is működik: ha a fo-

3.5. ábra. Vállalati foksámok eloszlása az endogén hálózatban a vállalati határköltégek egyenletes eloszlása mellett, különböző ρ és σ_{MC} értékekre (vízszintes tengelyen a foksámok, függőleges tengelyen azok előfordulási valószínűsége szerepel)



Forrás: Saját szerkesztés Matlab segítségével

gyasztáshoz tranzakciós költség kapcsolódik és emiatt alacsonyabb a háztartások fogyasztási célú jövedelme, akkor egyensúlyi helyzetben kevesebb lesz a vállalatok száma a piacon és emiatt kevesebb tranzakció fog megvalósulni, ugyanakkor a tranzakciós költség bevezetése szimmetrikusan érinti a vállalatokat (Osharin és Thisse, 2014). A bevezetett hálózatformálódási modell éppen arra mutat rá, hogy a tranzakciós költség emelkedése nem egyformán érinti az eladókat, hiszen egy adott vállalat kitettségét befolyásolja többek között a kapcsoltsága, de a termelésben érvényesülő hozadék jellege is. Összességében a kevesebb tranzakció aszimmetrikusan oszlik el a vállalatok között, ha hálózati megközelítésben elemezzük a modellt. Ugyanez igaz a helyettesítés rugalmasságának szerepére is. Magasabb helyettesíthetőség mellett a szereplők kevesebb kapcsolatot hoznak létre a hálózatformálódási modell eredményei alapján. Ha teljes kapcsoltságot feltételezünk, akkor szintén azt látjuk, hogy erősebb termék helyettesíthetőség mellett a vállalatok egyensúlyi száma alacsonyabb, vagyis kisebb a piaci tranzakciók száma (Dhingra és Morrow, 2019). Ugyanakkor a hálózatformálódási modellben a hálózati megközelítés miatt ezúttal is teljesül az, hogy a hatások nem egyformán érintik a szereplőket. Végül a termelékenységbeli heterogenitás teljes kapcsoltság mellett is azt eredményezi, hogy a termelékenyebb vállalatok nagyobb keresletet érzékelnek és emiatt nagyobb volumenű tranzakciókat bonyolítanak le (Dhingra és Morrow, 2019; Melitz, 2003). A hálózatformálódási modell viszont rámutat arra is, hogy a pozitív visszacsatolás miatt önmagában a növekvő hozadék is képes ezt az aszimmetriát eredményezni a piacon, amit a vállalati termelékenységekben levő különbségek még tovább fokoznak. Ráadásul analitikusan is megmutattuk, hogy a termelékenységbeli heterogenitás konstans határkölségek mellett skálafüggetlen foksám- és ezzel együtt méreteloszlását eredményezi a piacon működő vállalatoknak.

3.3. A magyar vállalkozások méreteloszlása

A vállalatokra felírt kapcsolatlétesítési döntési modell alapján a vállalatok foksámeloszlását a vállalati határkölségek valószínűségeloszlása határozza meg, méghozzá egy hatványfüggvény-összefüggés alapján (lásd a 3.38 összefüggést). Ez azt eredményezi, hogy a vállalatok méreteloszlását skálafüggetlenség jellemzi. Empirikus adatok is alátámasztják a vállalatok skálafüggetlen méreteloszlására vonatkozó megállapítást. A vállalatok méretét ebben a megközelítésben jellemzően a vállalatok árbevételével vagy pedig a foglalkoztatottak számával mérik. A Központi Statisztikai Hivatal öt kategóriába sorolja a vállalatokat a foglalkoztatottak száma alapján. Külön kategóriába tartoznak az 1, 2 - 9, 10 - 49, 50 - 249 fő, valamint 250 fő és afeletti alkalmazottat foglalkoztató vállalatok. Mindegyik kategóriára nyilvánosak az aggregált foglalkoztatottsági, árbevételi, valamint hozzáadott érték adatok. Mivel ismert az egyes kategóriákba tartozó vállalatok száma is, ezekből az aggregátumokból könnyen

számolhatunk az adott kategóriába tartozó vállalatokra jellemző átlagos értékeket. Ez utóbbiak segítségével pedig már jól jellemezhető a vállalatok méreteloszlása. A 3.2. táblázat a 2018-as év adataiból számolt átlagos foglalkoztatottság-, árbevétel-, valamint hozzáadott érték-adatokat mutatja be az öt létszámkategória vállalataira.

3.2. táblázat. Magyar vállalatok átlagos teljesítménymutatói létszámkategóriák szerint 2018-ban

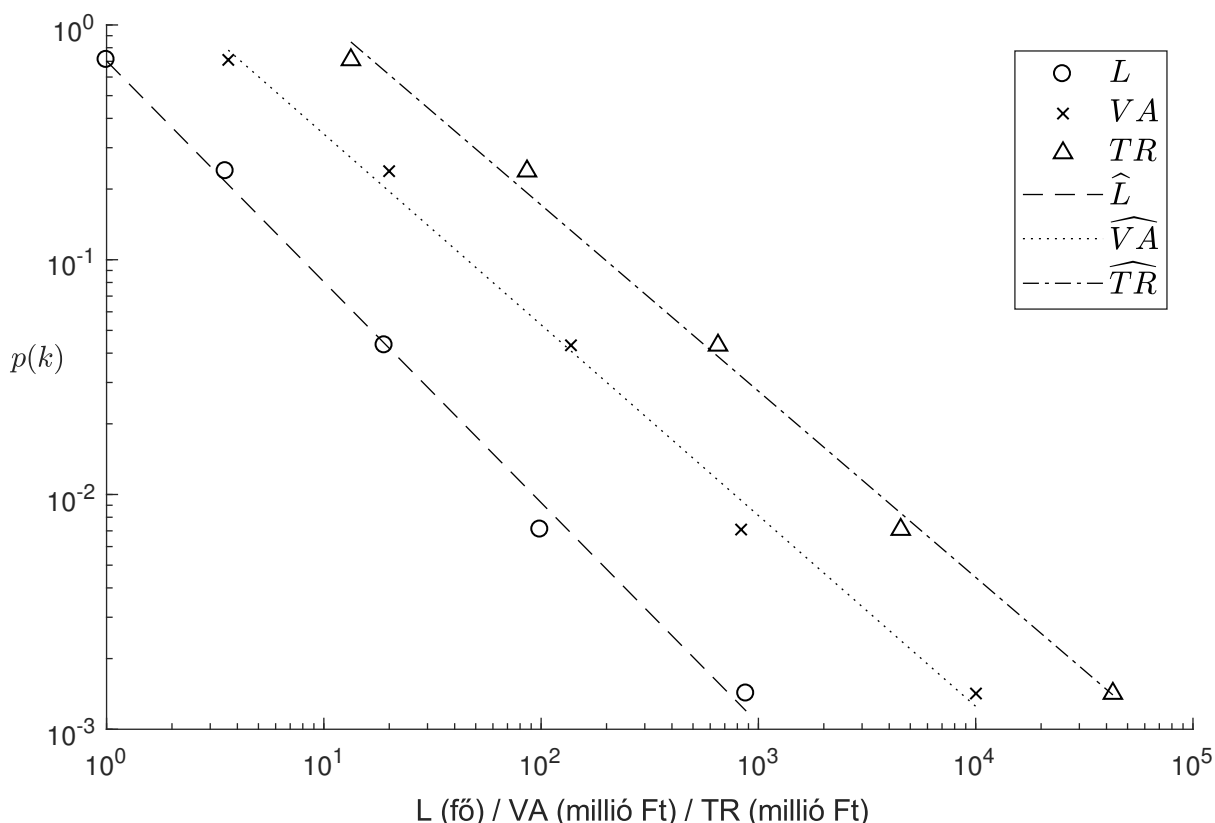
	Vállalatok száma	Foglalkoztatottak száma (fő)	Hozzáadott érték (millió Ft)	Árbevétel (millió Ft)
1 fő	512.423	1	3,63	13,3
2-9 fő	172.069	3,5	19,9	86,1
10-49 fő	31.183	19	137,2	651,7
50-249 fő	5.118	99,1	832,6	4.518,1
250+ fő	1.025	878,6	10.028,5	42.788,2

Forrás: Saját szerkesztés KSH adatok alapján

A 3.6. ábra a magyarországi vállalatok méreteloszlását mutatja be a 3.2. táblázatban közölt adatok alapján. A függőleges tengelyen az adott kategóriába tartozó vállalatok részarányát (előfordulási valószínűségét) jelöltem a vállalatok száma alapján, míg a vízszintes tengelyen a különböző teljesítménymutatókat láthatjuk. A vállalatok méretét a foglalkoztatottság (L), a megtermelt hozzáadott érték (VA), valamint az árbevétel (TR) átlagos értékei alapján értékeltem. Az ábrán mindkét tengelyen logaritmikus skálán mértem fel az adatokat, amely megkönnyíti az összefüggések értelmezését.¹⁶

¹⁶A log-log ábra olyan ábrázolási módja az adatoknak, ahol mindkét tengelyen logaritmikus skálán mérjük az adatokat. Az $y = ax^k$ alakú hatványfüggvény-kapcsolat egy ilyen ábrán egyenesként jelenik meg, hiszen mindkét oldal logaritmusát véve a $\log y = \log a + k \log x$ kifejezést kapjuk, amely egy lineáris függvénykapcsolatot definiál, $\log a$ tengelymetszettel és k meredekséggel. Mivel a skálafüggetlen eloszlások gyakran hatványfüggvény-kapcsolat szerint alakulnak, az ilyen log-log ábra különösen alkalmas arra, hogy felismerjük a skálafüggetlen hálózatokat.

3.6. ábra. Magyar vállalkozások méreteloszlása a foglalkoztatás (L), hozzáadott érték (VA), valamint árbevétel (TR) alapján (vízszintes tengelyen a különböző létszámkategoriába tartozó vállalatok átlagos mérete, függőleges tengelyen pedig azok előfordulási valószínűsége szerepel)



Forrás: Saját szerkesztés KSH adatok alapján Matlab segítségével

Azt látjuk ugyanis, hogy mindegyik mérőszám alapján a log-log összefüggés lineáris – az ábrán fel is tüntettem az adatokra illeszthető egyeneseket –, vagyis a vállalatok méreteloszlása a hatványtörvényt követi. Ezek szerint a rendelkezésre álló adatok alapján azt mondhatjuk, hogy a magyar vállalatok méreteloszlására is jellemző a skálafüggetlenség. A fejezetben ismertetett modell egy újabb lehetséges magyarázatát adja a jelenségnek.

Az empirikus méreteloszlás lehetőséget ad arra, hogy meghatározzuk a helyettesítés rugalmasságának adatokra illesztett értékét. A 3.38 összefüggés alapján az egyensúlyi fokszámeloszlás alakját befolyásolhatja mind a helyettesítés rugalmassága (ρ), mind a mögöttes határkötség-eloszlás szórása (σ_{MC}).¹⁷ Emiatt ennek a két paraméternek a változtatásával lehetőségünk van arra, hogy a modellbeli méreteloszlást az empirikus méreteloszláshoz kö-

¹⁷A többi modellbeli paraméter lokációs paraméternek minősül, vagyis nem befolyásolja az eloszlás alakját, csak annak helyzetét.

zelítsük. Az egyetlen probléma, hogy míg a 3.4. ábrán a vízszintes tengelyen a vállalatok fokszámai szerepelnek, addig a 3.6. ábrán a foglalkoztatási, illetve árbevétel adatokat látjuk. Ugyanakkor az egyensúlyi fokszámok ismeretében könnyen ki tudjuk számolni az egyes vállalatok árbevételét, ami már lehetővé teszi, hogy a modellbeli és az empirikus méreteloszlást összevessük és kalibrálni tudjuk ρ értékét. Ehhez mindössze meg kell vizsgálnunk, hogy milyen ρ és σ_{MC} érték esetén jellemzi a fokszámeloszlást a 3.6. ábrán látottakhoz hasonlóan logaritmikus skálán mérve egy egyenes, illetve egyezik meg annak meredeksége az empirikus adatokra illesztett egyenes meredekségével.

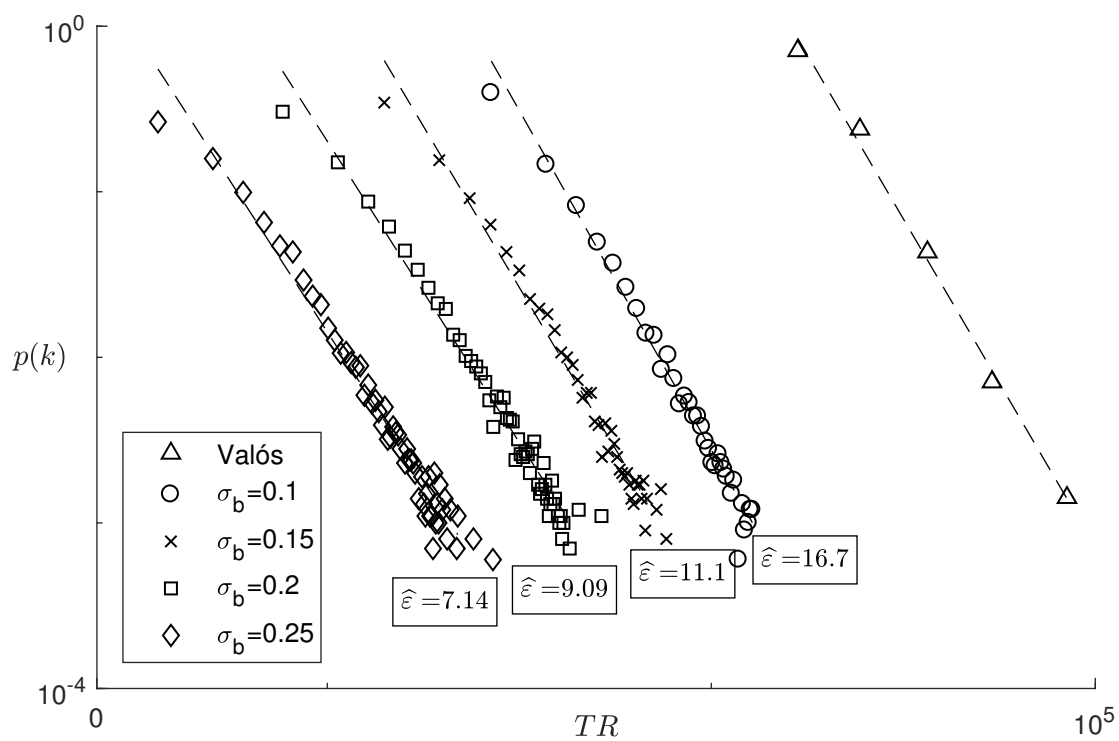
A 3.7. ábra az árbevétel alapján számított modellbeli méreteloszlást veti össze a 2018-as magyar vállalati árbevétel adatok alapján számított empirikus méreteloszlással (lásd 3.2. táblázat), különböző szórású, normális eloszlású vállalati határkölségeket feltételezve. Adott σ_{MC} szórás esetén a ρ paraméter értéke úgy lett kalibrálva, hogy a modellbeli és az empirikus méreteloszlásra illesztett egyenes meredeksége megegyezzen.¹⁸ A szórást 0,1 és 0,25 között változtattam, amely azt eredményezte, hogy a helyettesítés rugalmasságára az $\varepsilon = \frac{1}{1-\rho}$ összefüggés alapján 7 és 17 közötti becsült értékeket kaptam a szórás nagyságától függően. A magyar szakirodalomban alkalmazott ε értékek jellemzően 6 és 11 között mozognak (lásd Jakab és Kónya, 2016; Jakab és tsai., 2010; Jakab és Világi, 2008), vagyis sikerült viszonylag jól megbecsülni a módszerrel a termék helyettesítés rugalmasságának értékét.

3.4. Összegzés

Ebben a fejezetben egy klasszikus, ármeghatározó eladókat és tökéletlen termék helyettesítést feltételező monopolisztikus versenypiaci modell működését vizsgáltam meg a piaci szereplők nem teljes kapcsoltságának feltevésével kiegészítve. A keresleti és kínálati döntések elemzéséből egyértelműen kiderült, hogy mind a vevők, mind az eladók döntését befolyásolja a piaci kapcsolati hálózatban elfoglalt pozíciójuk. Ezt követően megvizsgáltam a modellben az endogén hálózatformálódás lehetőségét is mind a háztartások, mind a vállalatok kapcsolatlétesítési döntésének modellezésével. Azt láttuk, hogy mindkét szereplő hálózatformálódási döntésében megjelenik a preferenciális kapcsolódási mechanizmus és annak eredményeként a piaci kapcsolatok eloszlásának skálafüggetlensége. Ezek az eredmények arra is rámutatnak, hogy a teljes kapcsolatrendszer standard feltevése a modellekben nem feltétlenül ésszerű feltevés, a szereplők motivációinak jobban megfelel a tökéletlen kapcsoltság feltevése, amennyiben piaci tranzakciós költségek jelenlétét feltételezhetjük (pl. szállítási költségek).

¹⁸Jól láthatóan a kalibrálásnál csak a modellbeli egyenes meredekségét illesztettem, a tengelymetszetét viszont nem, hiszen az más modellbeli paraméterektől függ, melyek kalibrált értéke nem érdekes a munkám szempontjából.

3.7. ábra. A magyar gazdaságra érvényes helyettesítési rugalmasság ($\hat{\varepsilon}$) becslése a modellbeli méreteloszlás illesztésével az empirikus méreteloszlásra



Forrás: Saját szerkesztés Matlab segítségével

4. fejezet

Hálózati struktúra egy egyszerű makromodellben

A modern közgazdasági modellek számos tényezőjükben eltérnek a Walrasi- árvezető paradigmáján nyugvó, tökéletes piacokat feltételező egyensúlyi modellektől (lásd Arrow és Debreu, 1954), hiszen azok jellemzően monopolisztikusan versenyző vállalatokat, ármerevségeket, illetve egyéb piaci súrlódásokat (pl. hitel és likviditási korlátokat) feltételeznek. Ennek ellenére a legtöbb modell még mindig a tökéletes informáltság és teljes piaci kapcsoltság alapvető feltevésére épít. Pedig a valóságban különböző szabályozásokon alapuló intézményi korlátok, fizikai természetű, földrajzi korlátok, vagy pedig a szereplők kognitív és anyagi limitációiból következő információs nehézségek mind-mind korlátozzák a piaci kapcsolatokat és az azokon keresztül megvalósuló tranzakciókat.

Az előző fejezetben már láttuk, hogy a piaci kapcsolati hálózatban elfoglalt pozíció meghatározza a szereplők döntését, emiatt arra számíthatunk, hogy mindennek aggregált szinten is szerepe lesz. Ezt a feltételezést erősítik meg azok a korábbi szakirodalmi eredmények is, amelyek a hálózati struktúra és a piac aggregált teljesítménye közötti összefüggésekre világítottak rá tökéletes versenypiacokon (Blume és tsai., 2009; Kakade és tsai., 2004; Kranton és Minehart, 2000). Mindez felveti a nem teljes kapcsoltság aggregált egyensúlyi/hatékonysági szerepének kérdését a monopolisztikus piacokon is. Erre a megfontolásra építve ebben a fejezetben a *3. fejezetben* bemutatott, hálózatos piaci modellből kiindulva Galí (2008) alapján levezetek egy egyszerű egyensúlyi makromodellt. Látni fogjuk, hogy a hálózati megközelítéssel relevánssá válik a piaci tranzakciókat közvetítő hálózati struktúra szerepe az aggregált egyensúly alakulásában. A modell levezetése során a következő eljárást alkalmazom. A modellben minden szereplő kétféle minőségében van jelen, egyrészt úgy, mint fogyasztó (háztartás), másrészt úgy, mint termelő (vállalat).¹ A szereplők fogyasztói minőségükben

¹Ez a feltevés a standard közgazdasági modellekben teljesen megszokott. A feltevés mögött elsősorban az a praktikus ok áll, hogy lényegesen leegyszerűsíti a modellezett hálózatot. Kétféle szereplő feltételezésével

minden modellváltozatban reprezentatívak, termelői minőségükben azonban különbséget teszünk közöttük a hálózati foksám tekintetében. Ebből kiindulva a modellnek háromféle esetét mutatom be, a legspecifikusabbtól haladva a legáltalánosabb esetig. Elsőként a reprezentatív vállalatos modellt ismertetem, amelyben a hálózati szerkezetet egyetlen paraméterrel tudjuk leírni (1. szakasz). A második eset a valamivel általánosabb kétféle vállalatot feltételező modell lesz. Ez a modell már lehetővé teszi összetettebb hálózati struktúrák elemzését is (2. szakasz). Ezt követően a legáltalánosabb esetben felírom a modellt tetszőleges számú vállalat esetére is, amellyel már a foksámeloszlás szerepét is vizsgálni tudjuk (3. szakasz). Az utolsó szakaszban végül magyar vállalati adatokra alapozva bemutatom a modell egy lehetséges empirikus alkalmazását (4. szakasz). A fejezet legfontosabb megállapítása az, hogy a piaci kapcsolati hálózat nemteljessége jóléti veszteséget eredményez a aggregált kibocsátásban, ám ezt ellensúlyozhatja a szereplők heterogén termelékenységé, amennyiben a magasabb termelékenységű szereplők a centrálisabbak a hálózatban. Általánosságban az látszik, hogy a tökéletlen kapcsoltság erősíti a piac monopolisztikus és gyengíti annak versenyző jellegét, vagyis a monopolpiac irányába tolja el a piaci struktúrát. A 4.1. táblázat összefoglalja a fejezetben alkalmazott legfontosabb jelöléseket és jelentésüket.

4.1. táblázat. A 4. fejezetben használt jelölések és jelentésük

<i>Jelölés</i>	<i>Elnevezés</i>
$j \in \{1, \dots, N_t\}$	Piaci szereplők halmaza t időszakban
$\varepsilon = \frac{1}{1-\rho}$	Termékek közötti helyettesítés rugalmassága (konstans)
$d_{j,t}$	A j típusú vállalat kapcsolatainak aránya az összes lehetséges kapcsolathoz képest t időszakban
$y_{j,t}$	A j típusú vállalat termelése t időszakban
$l_{j,t}$	A j típusú vállalat által felhasznált termelési input (pl. munkaerő) mennyisége t időszakban
$A_{j,t}$	A j típusú vállalat termelékenysége t időszakban
$p_{j,t}$	A j típusú vállalat termékének ára t időszakban
W_t	Az l termelési input egységára t időszakban
α	Az l termelési input termelési rugalmasságát meghatározó paraméter (konstans)
C_t	A reprezentatív háztartás aggregált fogyasztása t időszakban
P_t	A reprezentatív háztartás által érzékelt árindex t időszakban
Y_t	Makrogazdasági kibocsátás a t időszakban

Forrás: Saját szerkesztés

ugyanis páros gráfokkal kellene dolgoznunk, amelyekre nehezebben alkalmazhatók a hálózatelméleti módszerek.

4.1. A homogén vállalat esete

Ebben a szakaszban a legspeciálisabb, kapcsolatszám (fokszám) szempontjából homogén vállalatokat feltételező modell egyensúlyi összefüggéseit vezetem le. Ez azt jelenti, hogy az egyes szereplőkről felteszem, hogy mind fogyasztói, mind termelői minőségükben reprezentatívak. A hálózat szempontjából ez azt jelenti, hogy minden szereplőnek ugyanannyi kapcsolata van. Jelöljük a hálózat sűrűségét d -vel, a szereplők számát pedig N -nel. Ekkor minden egyes szereplőre igaz lesz, hogy az összes szereplő d hányadával van kapcsolatban, vagyis Nd számú terméket fogyaszt, illetve ugyanennyi szereplő támaszt keresletet a terméke iránt.

4.1.1. Aggregált kibocsátás homogén vállalatokra

A modell levezetéséhez elevevítsük fel a dolgozat 3. fejezetében leírtakat. Láttuk, hogy hálózatos környezetben a szereplők döntései módosulnak, hiszen azok nem lesznek függetlenek a szereplők hálózati pozíciójától. A szereplők fogyasztási döntése alapján a 3.7 összefüggés szerinti keresleti függvények, míg a szereplők árdöntése alapján a 3.10 összefüggés szerinti árak adódnak. Nyitott kérdés maradt a levezetésnél a termelési függvény explicit alakja. Az általánosság megtartása érdekében vegyük az alábbi, klasszikus termelési függvényt (lásd Galí, 2008):

$$y_{j,t} = A_{j,t} l_{j,t}^{1-\alpha} \quad (4.1)$$

ahol $l_{j,t}$ a j vállalat felhasználása az l termelési inputból t -ben, $1 - \alpha$ jelöli a termelési inputra vonatkozó termelési rugalmasságot, $y_{j,t}$, illetve $A_{j,t}$ pedig a j vállalat termelése, illetve termelékenysége t -ben. A vállalati termelési függvény alapján α határozza meg a vállalat termelésében érvényesülő hozadék típusát. Ha $0 < \alpha < 1$, akkor csökkenő hozadék, míg $\alpha < 0$ esetén növekvő hozadék jellemzi a termelést. Emiatt α -ra vonatkozóan nem írok elő kikötést és a későbbiekben a hozadék szerepét is bekapcsolom az elemzésbe. A 4.1 termelési függvény mellett az optimális árra az alábbi összefüggést kapjuk:²

$$p_{j,t} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \frac{W_t}{(1 - \alpha)A_{j,t}} l_{j,t}^{\alpha}, \quad (4.2)$$

ahol W_t jelöli az l termelési input egységárát t -ben. A kibocsátás egyensúlyi értékének levezetéséhez írjuk fel a reprezentatív vállalat termékére vonatkozó egyensúlyi feltételt a 3.7 keresleti függvények segítségével:

$$y_t = \sum_{i=1}^{N_t} c_{ij,t} = \sum_{i=1}^{N_t} s_{ij,t} C_{i,t} \left(\frac{p_{j,t}}{P_{i,t}} \right)^{-\varepsilon} = N_t d_t \frac{C_t}{N_t} \left(\frac{p_t}{P_t} \right)^{-\varepsilon} = d_t C_t \left(\frac{p_t}{P_t} \right)^{-\varepsilon} \quad (4.3)$$

²A levezetésnél felhasználtam azt az alapvető mikroökonómiai összefüggést, miszerint $MC = \frac{W}{MP_l}$

ahol y_t , illetve p_t a reprezentatív vállalat termékének kínálata, illetve ára, P_t pedig a reprezentatív háztartásra vonatkozó érzékelt árindex. Az egyensúlyi feltételben kihasználtuk, hogy a termelő $N_t d_t$ fogyasztóval van kapcsolatban, illetve azt, hogy reprezentatív háztartásokra $C_{i,t} = C_t/N_t$. Aggregált szinten a gazdaság egyensúlyát a kompozit termék keresletének és kínálatának egyensúlya fejezi ki, azaz $Y_t = C_t$, ahol Y_t -vel a makrogazdasági kibocsátást jelöljük. Behelyettesítve ezt az előbbi feltételbe, megkapjuk, hogy milyen összefüggés van a reprezentatív szereplő termelése és a makrogazdasági kibocsátás között:

$$y_t = d_t Y_t \left(\frac{p_t}{P_t} \right)^{-\varepsilon} \quad (4.4)$$

Legyen a tényezőkínálat makrogazdasági szinten fix és egységnyi. Ekkor a tényezőpiac egyensúlyi feltételét fel tudjuk írni a 4.1 és 4.4 összefüggések segítségével a következőképpen:

$$\begin{aligned} 1 = N_t l_t &= N_t \left(\frac{y_t}{A_t} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = N_t \left[\frac{d_t Y_t}{A_t} \left(\frac{p_t}{P_t} \right)^{-\varepsilon} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} = \\ &= N_t \left(\frac{d_t Y_t}{A_t} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{p_t}{P_t} \right)^{-\frac{\varepsilon}{1-\alpha}} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Elevenítsük fel az érzékelt árindex 3.6 szerinti összefüggését. Mivel egy reprezentatív fogyasztó $N_t d_t$ terméket fogyaszt, az összefüggés átírható az alábbiak szerint:

$$P_t = \left(\sum_{j=1}^{N_t} s_{ij,t} p_{j,t}^{1-\varepsilon} \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} = (N_t d_t p_t^{1-\varepsilon})^{\frac{1}{1-\varepsilon}} = (N_t d_t)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} p_t \quad (4.6)$$

Használjuk fel ez utóbbit a tényezőpiac egyensúlyára vonatkozó összefüggésben:

$$\begin{aligned} 1 &= N_t \left(\frac{d_t Y_t}{A_t} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{p_t}{(N_t d_t)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} p_t} \right)^{-\frac{\varepsilon}{1-\alpha}} = \\ &= N_t \left(\frac{d_t Y_t}{A_t} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} (N_t d_t)^{\frac{\varepsilon}{(1-\alpha)(1-\varepsilon)}} = \\ &= d_t^{\frac{1}{(1-\alpha)(1-\varepsilon)}} N_t^{\frac{1+\alpha(\varepsilon-1)}{(1-\alpha)(1-\varepsilon)}} \left(\frac{Y_t}{A_t} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Átrendezve az imént kapott összefüggést, megkapjuk az egyensúlyi makrogazdasági kibocsátást:

$$Y_t = A_t d_t^{\frac{1}{\varepsilon-1}} N_t^{\frac{1+\alpha(\varepsilon-1)}{\varepsilon-1}} \quad (4.8)$$

A kapott összefüggés alapján a szereplők számának (N_t) aggregált kibocsátásra tett hatása akkor pozitív, ha $1 + \alpha(\varepsilon - 1) > 0$, vagyis $\frac{1}{1-\varepsilon} > -\alpha$. Ennek láthatóan növekvő hozadék

esetén ($\alpha < 0$) van jelentősége, hiszen csökkenő hozadék mellett mindig teljesül a feltétel. A feltétel teljesülése gyakorlatilag azt jelenti, hogy a termékváltozatosság iránti preferencia erőteljesebben érvényesül a gazdaságban, mint a növekvő hozadékból fakadó hatékonysági előny, vagyis egy új vállalat megjelenése ceteris paribus pozitív jóléti hatást eredményez annak ellenére is, hogy a fix tényezőkinálton több vállalat kénytelen osztozni. Ezzel kaptunk egy korlátozó feltételt α értékére vonatkozóan, amelyet a későbbiekben figyelembe fogunk venni.

4.1.2. A hálózati sűrűség hatása

A kapcsolatszámokban homogén vállalatokat feltételező modell lehetőséget ad arra, hogy a hálózat hatását egy paraméteren keresztül (a d sűrűségi paraméter) vizsgálhassuk. Alkalmazzuk az $N_t = 1$ egyszerűsítést (ez gyakorlatilag a szereplők számának 1-re történő lenormálása), legyen továbbá $A_t = 1$, minden t -re. Ekkor a 4.8 összefüggés leegyszerűsödik:

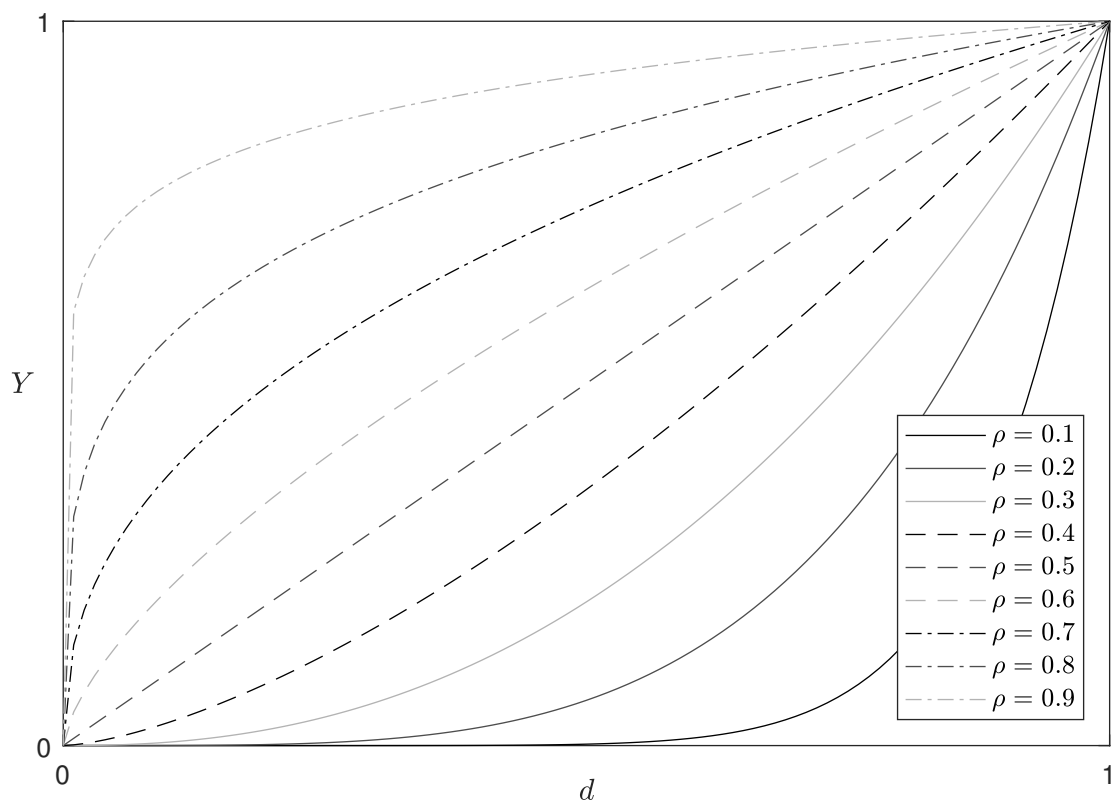
$$Y_t = d_t^{\frac{1}{\epsilon-1}} \quad (4.9)$$

Az összefüggés alapján az output nagysága a hálózat sűrűségének, valamint a helyettesítés rugalmasságának a függvénye.³ A 4.1. ábra a kibocsátás alakulását mutatja a hálózat sűrűségének függvényében, különböző helyettesítési rugalmasságokat feltételezve. A felírás és az ábra alapján is belátható, hogy a hálózat ritkulása holtteherveszteséget termel: adott tényezőkinálton mellett kisebb kibocsátást ér el a gazdaság, ha alacsonyabb a piaci kapcsolatok száma. Úgy tűnik, mintha a hálózat teljesebbé válásával a rendelkezésre álló erőforrásokat a gazdaság egyre hatékonyabban tudná felhasználni a végső kibocsátás előállításában. Ez a jelenség két hatás eredőjeként áll össze.

Egyrészt, a hálózat ritkulásakor a változatosságból származó extern hatás mértéke csökken. Minél kevesebb vállalatot ismer a reprezentatív háztartás, annál kevesebb fajta terméket tud fogyasztani és annál kisebb lesz az abból származó hasznossága is. A hálózati szerkezet hatása a mikro- és makroszint közötti átmenet során jelenik meg: a hálózat sűrűbbé válásakor egyre erőteljesebben érvényesül a sokféleség extern hatása. Ennek fényében logikus, hogy a helyettesítés rugalmassága befolyásolja a hálózati hatást. Magas rugalmasság (1-hez közeli ρ érték) esetén a sokféleségből eredő extern hatás eleve kisebb, hiszen a termékek erős helyettesíthetősége a sokféleség értékét csökkenti. Ekkor a hálózati hatás relatíve gyenge, relatíve alacsony sűrűség mellett érződik az imént vázolt holtteherveszteség. Alacsony rugalmasság mellett lényegesen erősebb d hatása, mivel ekkor a sokféleségből eredő extern hatás erős,

³Megjegyzendő, hogy a modell speciális esetében, egészen pontosan $d = 1$ mellett az eredeti, hálózatot nem feltételező modell eredményét kapjuk vissza: ekkor ugyanis teljes kapcsoltságot feltételezünk, amely a szokásos modell-felírás implicit feltevése.

4.1. ábra. Az aggregált kibocsátás a piaci hálózat sűrűségének függvényében, a helyettesítési rugalmasság különböző értékeire – Magasabb ρ értékek magasabb ε -nak felelnek meg az $\varepsilon = \frac{1}{1-\rho}$ összefüggés alapján



Forrás: Saját szerkesztés Matlab segítségével

így a kapcsolatok ritkulásából fakadó elvesztett sokféleség már relatíve sűrű hálózati szerkezet mellett is nagyobb holttehervesztéséget generál. Végző soron tehát a hálózati szerkezet jelentősége elsősorban akkor jelentkezik, ha a termelők monopolereje a helyettesíthetőség alacsony rugalmassága miatt magas.

A hálózat ritkulásából fakadó holttehervesztés másik oka az, hogy a szereplők közötti kapcsolatok ritkulásával tulajdonképpen erősödik a vállalatok fogyasztókkal szembeni monopol-pozíciója: egy vállalat monopolereje egy adott fogyasztóval szemben annál nagyobb, minél kevesebb versenytárssal áll kapcsolatban az adott vevő.⁴ Minél ritkább tehát a hálózat, annál kisebb ez a verseny átlagosan, ami a monopolerő növekedésével és végző soron holttehervesztés keletkezésével jár. Ez a hatás is összefügg a helyettesíthetőséggel: alacsony szintű helyettesíthetőség esetén a termelők monopolereje eleve nagy, erre épül rá a kapcsolatok ritkaságából következő addicionális monopol hatás. Magas helyettesíthetőség mellett a hálózati szerkezet jelentősebb ritkulása szükséges a holttehervesztés azonos mértékének előidézéséhez.

Összefoglalva az eredményeket azt látjuk a modellnek ebben a nagyon egyszerű változatában, hogy a tranzakciók elérhetősége – a kapcsoltság foka – befolyásolja a makrogazdasági egyensúlyt, ugyanakkor a hatások elsősorban korlátozott helyettesíthetőség mellett, vagyis monopolisztikus piacon érvényesülnek. A modell működése ezek alapján megfelel annak a kereskedelmi hálózatos szakirodalomból ismert eredménynek, miszerint a hálózati kapcsoltság és az elérhető társadalmi jólét között pozitív összefüggés van (Blume és tsai., 2009; Kranton és Minehart, 2000). Az eredményt annyiban árnyaltuk, hogy bekapcsoltuk a termék helyettesíthetőség szerepét is.

Még mielőtt tovább lépnénk a modell kétvállalatos esetére, szeretnék még egy dologra rámutatni a piaci kapcsolati hálózat szerepével kapcsolatban. Ha megnézzük a 4.8 összefüggést azt látjuk, hogy a makrogazdasági kibocsátást többféleképpen lehet növelni. Az egyik lehetőség a technológiai hatékonyság (termelékenység) növelése, egy másik lehetőség a piaci szereplők számának (és így a termékváltozatosságnak) a növelése, végül egy harmadik lehetőség a piaci kapcsolati hálózat sűrűségének a növelése. Ezek szerint a piaci kapcsolati hálózat is megjelenhet a gazdaságpolitikai beavatkozások célrendszerében, hiszen a tranzakciók számának növelésével erősíteni lehet a gazdasági teljesítményt.

⁴Az előző fejezetben a keresleti döntés levezetésénél láttuk, hogy egy adott fogyasztó által érzékelt árindex várhatóan annál nagyobb, minél kisebb a kapcsolódó vállalatok száma. Magasabb árindex pedig alacsonyabb reálárakat és végző soron magasabb keresletet jelent egy adott vállalat terméke iránt, vagyis a vállalat jobb pozícióját eredményezi.

4.2. A két típusú vállalat esete

Az eddigiek során nagyon egyszerűen, mindössze egy paraméteren keresztül modelleztük a piaci kapcsolati hálózatot: a d hálózati paraméter a hálózat sűrűségét fejezte ki és egyértelműen pozitív hatást gyakorolt a gazdaság aggregált teljesítményére. Ebben a szakaszban tovább lépünk ezen az egyszerű megközelítésen és fókuszunk tekintetében kétféle vállalatot feltételezünk. A szereplők háztartási minőségükben továbbra is reprezentatívak, ugyanakkor, mint termelők különbséget teszünk közöttük a hálózati fókusz alapján. Mint látni fogjuk, ez a megközelítés már alkalmas lesz arra, hogy összetettebb hálózati struktúrákat is elemezzünk és bekapcsoljuk a hozadék szerepét is a hálózati paraméterek hatásmechanizmusainak vizsgálatába.

4.2.1. Aggregált kibocsátás két típusú vállalatra

Tegyük fel, hogy a gazdaságban fókusz tekintetében kétféle vállalat működik. Jelöljük az egyes típusú vállalatok arányát a -val, ekkor egyes típusú vállalatból összesen aN , míg kettes típusúból $(1 - a)N$ létezik. Legyen a kétféle vállalatra d_1 , illetve d_2 a vonatkozó sűrűségi paraméter (a saját fókusz aránya az összes lehetséges kapcsolathoz viszonyítva). Ekkor az egyes típusú vállalat fókusza Nd_1 , a kettes típusú vállalat fókusza pedig Nd_2 , vagyis ennyi szereplő ismeri és fogyasztja az adott típusú vállalat termékét. A szereplők továbbra is reprezentatívak fogyasztási minőségükben, ami egyúttal azt is jelenti, hogy a kapcsolatok egyenletes eloszlása esetén egy fogyasztó most aNd_1 egyes, míg $(1 - a)Nd_2$ kettes típusú vállalat termékét fogyasztja.

Ebben a modellben két típusú vállalat működik, így a termelési függvényük is különbözni fog. Legyen $y_{1,t} = A_{1,t}l_{1,t}^{1-\alpha}$, illetve $y_{2,t} = A_{2,t}l_{2,t}^{1-\alpha}$ az 1-es, illetve 2-es típusú vállalat termelési függvénye. A t -ben optimális árak ekkor a következők lesznek:

$$p_{1,t} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \frac{W_t l_{1,t}^\alpha}{(1 - \alpha)A_{1,t}} \quad (4.10)$$

$$p_{2,t} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \frac{W_t l_{2,t}^\alpha}{(1 - \alpha)A_{2,t}} \quad (4.11)$$

Írjuk fel ezek segítségével a termékpiaci egyensúlyi feltételeket:

$$A_{1,t}l_{1,t}^{1-\alpha} = N_t d_{1,t} \frac{C_t}{N_t} \left(\frac{p_{1,t}}{P_t^H} \right)^{-\varepsilon} = d_{1,t} \frac{C_t}{P_t^{H-\varepsilon}} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{W_t l_{1,t}^\alpha}{(1 - \alpha)A_{1,t}} \right)^{-\varepsilon} \quad (4.12)$$

$$A_{2,t}l_{2,t}^{1-\alpha} = N_t d_{2,t} \frac{C_t}{N_t} \left(\frac{p_{2,t}}{P_t^H} \right)^{-\varepsilon} = d_{2,t} \frac{C_t}{P_t^{H-\varepsilon}} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{W_t l_{2,t}^\alpha}{(1 - \alpha)A_{2,t}} \right)^{-\varepsilon} \quad (4.13)$$

Elosztva a két egyensúlyi feltételt egymással, az alábbi összefüggést kapjuk a két típusú vállalat tényezőkeresletére:

$$l_{2,t} = \left(\frac{d_{1,t}}{d_{2,t}} \right)^{-\frac{1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} \left(\frac{A_{1,t}}{A_{2,t}} \right)^{\frac{1-\varepsilon}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} l_{1,t} \quad (4.14)$$

Kombinálva ezt az egyensúlyi árakkal, a két típusú vállalat optimális ára között az alábbi összefüggés adódik:

$$p_{2,t} = \left(\frac{d_{1,t}}{d_{2,t}} \right)^{-\frac{\alpha}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} \left(\frac{A_{1,t}}{A_{2,t}} \right)^{\frac{1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} p_{1,t} \quad (4.15)$$

Ez utóbbi segítségével felírható a reprezentatív fogyasztó által érzékelt árindex az alábbiaknak megfelelően:

$$\begin{aligned} P_t &= [a_t N_t d_{1,t} p_{1,t}^{1-\varepsilon} + (1-a_t) N_t d_{2,t} p_{2,t}^{1-\varepsilon}]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} = \\ &= N_t^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \left[a_t d_{1,t} + (1-a_t) d_{2,t} \left(\frac{d_{1,t}}{d_{2,t}} \right)^{-\frac{\alpha(1-\varepsilon)}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} \left(\frac{A_{1,t}}{A_{2,t}} \right)^{\frac{1-\varepsilon}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} p_{1,t} = \\ &= (N_t c_t)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} p_{1,t} \end{aligned} \quad (4.16)$$

ahol felhasználtuk, hogy a_t , illetve $1-a_t$ az 1-es, illetve 2-es típusú vállalat részaránya t -ben. A levezetésnél az átláthatóság kedvéért bevezettük a c_t jelölést, amely a két típusú vállalat fokszám-arányát, szám-arányát továbbá termelékenységarányát tömörítő változó.

Vegyünk egy szempillantást a 4.14 és 4.15 összefüggésekre. Mivel az előző szakaszban α értékére az $1 + \alpha(\varepsilon - 1) > 0$ megkötéssel éltünk, ezért ha ceteris paribus megnő a $d_{1,t}/d_{2,t}$ arány, akkor ennek a 2-es típusú vállalat tényezőfelhasználására negatív, míg árára nézve a hozadék jellegétől függően eltérő hatása lehet. Formálisan:

$$\frac{\partial l_{2,t}}{\partial \frac{d_{1,t}}{d_{2,t}}} = -\frac{1}{1 + \alpha(\varepsilon - 1)} l_{2,t} \frac{d_{2,t}}{d_{1,t}} < 0 \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial p_{2,t}}{\partial \frac{d_{1,t}}{d_{2,t}}} = -\frac{\alpha}{1 + \alpha(\varepsilon - 1)} p_{2,t} \frac{d_{2,t}}{d_{1,t}} \begin{cases} > 0 & \text{növekvő hozadék esetén,} \\ < 0 & \text{csökkenő hozadék esetén.} \end{cases} \quad (4.18)$$

Mindez logikus következménye a piaci kapcsolati struktúra eltolódásának az 1-es típusú vállalatok irányába. A 2-es típusú vállalat kereslete és emiatt tényezőfelhasználása várhatóan csökkenni fog, ami növekvő hozadék mellett áremelésre, csökkenő hozadék mellett viszont árcsökkentésre készíti a vállalatot (kihangsúlyozandó, hogy ezek a hatások ceteris paribus értendők). Jól látszik az is, hogy a vállalatok aszimmetrikus kapcsoltsága (nagy különbség

a $d_{1,t}$ és $d_{2,t}$ paraméterekben) jelentős különbséget eredményez az árakban. Erőteljesebb kapcsoltságnál (ha $d_{1,t}$ és $d_{2,t}$ paraméterek közelebb vannak 1-hez) ez a különbség egyre jelentéktelenebb, továbbá minél kiegyensúlyozottabb a két típusú vállalat hálózati pozíciója ($d_{1,t} \approx d_{2,t}$), annál kiegyenlítettebbek az egyensúlyi árak is. Ez az eredmény jól reflektál Kakade és tsai. (2004) azon eredményére, miszerint önmagában a hálózat struktúrája jelentős különbségeket tud okozni az egyensúlyi árakban és minél sűrűbben kapcsolt a háló, annál kisebb az árakban levő különbség.

A makrogazdasági kibocsátás levezetéséhez írjuk fel a tényezőpiaci egyensúlyi feltételt (továbbra is fix tényezőkínálatot feltételezünk), majd használjuk ki benne 1.) a termékpiaci egyensúlyi feltételeket, 2.) az árindexre kapott 4.16 összefüggést, végül pedig 3.) az egyedi árak kapcsolatára vonatkozó 4.15 összefüggést. Ekkor a következőt kapjuk:

$$1 = (N_t \hat{c}_t)^{\frac{1+\alpha(\varepsilon-1)}{(1-\alpha)(1-\varepsilon)}} Y_t^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (4.19)$$

Az összefüggésben a könnyebb áttekinthetőség érdekében bevezettük a \hat{c}_t kifejezést:⁵

$$\hat{c}_t = a_t d_{1,t}^{\frac{1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} A_{1,t}^{\frac{\varepsilon-1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} + (1-a_t) d_{2,t}^{\frac{1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} A_{2,t}^{\frac{\varepsilon-1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} \quad (4.20)$$

A tényezőpiaci egyensúlyra felírt összefüggést kifejezve Y_t -re megkapjuk a makrogazdasági kibocsátást a hálózati struktúra függvényében:

$$Y_t = (N_t \hat{c}_t)^{\frac{1+\alpha(\varepsilon-1)}{\varepsilon-1}} \quad (4.21)$$

Vegyük észre, hogy a $d_{1,t} = d_{2,t} = d_t$ és az $A_{1,t} = A_{2,t} = A_t$ behelyettesítéssel a 4.21 összefüggésben, visszakapjuk az előző modellnél látott eredményt.

4.2.2. A hálózati struktúra szerepe

Ha alkalmazzuk ezúttal is az $N = 1$ normát, az aggregált kibocsátás leegyszerűsödik:

$$Y = \hat{c}^{\frac{1+\alpha(\varepsilon-1)}{\varepsilon-1}} \quad (4.22)$$

ahol $\hat{c} = a d_1^{\frac{1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} A_1^{\frac{\varepsilon-1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} + (1-a) d_2^{\frac{1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} A_2^{\frac{\varepsilon-1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}}$. A modellben három hálózati mutató szerepel: d_1 az 1-es típusú vállalatok fokszáma, d_2 a 2-es típusú vállalatok fokszáma, valamint a az 1-es típusú vállalatok gyakoriságát jelölő hálózati paraméter.⁶ Ez utóbbi azt

⁵ c_t , illetve \hat{c}_t között az alábbi összefüggés érvényes: $\hat{c}_t = c_t d_{1,t}^{\frac{\alpha(1-\varepsilon)}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} A_{1,t}^{\frac{\varepsilon-1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}}$

⁶ A d_1 , illetve d_2 paraméterek eredeti értelmezés szerint azt mutatják meg, hogy a szereplők mekkora hányada van kapcsolatban az 1-es, illetve 2-es típusú vállalattal. Mivel azonban lenormáltuk a szereplők számát 1-re, vállalati fokszámként is tudjuk értelmezni ezeket.

fejezi ki, mekkora a valószínűsége annak, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott vállalatnak éppen d_1 a fokszáma, vagyis fokszámgyakoriságként is hivatkozhatunk rá. Ezek együtt a reprezentatív vállalat speciális esetét feltételező modellhez képest már bonyolultabb hálózati struktúrák vizsgálatát is lehetővé teszik.

Vessünk egy szempillantást \hat{c} kifejezésre. Ehhez tekintsük az $A_1 = A_2 = 1$ egyszerűsítést. Jól látható, hogy ebben az esetben \hat{c} a két kapcsolódási valószínűség (d_1 és d_2) súlyozott átlagaként adódik, ahol a súlyok a két típusú vállalat részaránya. Ez alapján \hat{c} egyfajta átlagos kapcsolódási valószínűséget/sűrűséget mér. Amennyiben a technológiai koefficienseket is bekapcsoljuk, az előbbi képet annyival árnyalhatjuk, hogy \hat{c} nem pusztán a kapcsolódási valószínűségek, hanem a technológiai szinttel súlyozott kapcsolódási valószínűségek átlagaként adódik. Figyelembe veszi ugyanis a két típusú vállalat technológiai különbségét: produktívabb technológia nagyobb súlyt jelent.

A homogén vállalatos modellben láttuk, hogy a hálózat sűrűsége jelentős hatást gyakorolt a gazdaság aggregált teljesítményére. A hálózati sűrűség pozitív hatása ebben a modellváltoztatban is érvényesül.⁷ Ahhoz, hogy a hálózati struktúra szerepét a hálózati sűrűség hatásától függetlenül is vizsgálni tudjuk, ki kell szűrünk annak hatását. Ennek érdekében rögzítsük azt egy konstans értéken. A kétvállalatos modellben a teljes hálózat sűrűségét úgy tudjuk kiszámolni, ha elosztjuk a létező kapcsolatok számát az összes lehetséges kapcsolat számával, vagyis a következő összefüggés alapján:

$$\bar{d} = \frac{N[aNd_1 + (1-a)Nd_2]}{N^2} = ad_1 + (1-a)d_2 \quad (4.23)$$

Vizsgáljuk a továbbiakban a hálózati struktúra szerepét a következőképpen. Induljunk ki egy olyan szimmetrikus struktúrából, ahol $a = 0,5$ és $d_1 = d_2 = \bar{d}$. Ekkor a gazdaságban működő vállalatok relatív fokszáma és gyakorisága is azonos. Kezdjük el növelni a és ezzel párhuzamosan csökkenteni d_1 értékét, miközben d_2 -t úgy korrigáljuk, hogy a hálózati sűrűség konstans maradjon, vagyis a 4.23 összefüggés alapján $d_2 = \frac{1}{1-a}\bar{d} - \frac{a}{1-a}d_1$. Ezzel a hálózati struktúra fokozatosan eltolódik a szimmetrikus struktúrák felől az aszimmetrikus struktúrák irányába, ahol néhány nagy fokszámú szereplő mellett a többség relatíve kis fokszámmal rendelkezik. A skála végén, ahol $a \rightarrow 1$ és $d_1 \rightarrow 0$, a hálózati struktúra erőteljesen centrális és a gazdaságban működő vállalatok zöme alacsony fokszámú, míg a vállalatok

⁷A 4.22 összefüggés d_1 és d_2 szerinti parciális deriváltja pozitív, akárcsak az a szerinti parciális derivált, amennyiben a struktúra az erősebben kapcsolt vállalatok irányába tolódik el, hiszen csak ebben az esetben eredményezi a megváltozása a sűrűség növekedését (ugyanakkor a vállalatok technológiai adottságai bizonyos esetben megváltoztathatják az a hálózati paraméter hatását):

$$\frac{\partial Y}{\partial a} = \frac{1}{\varepsilon - 1} Y^{\frac{1-(1-\alpha)(\varepsilon-1)}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} \left(d_1^{\frac{1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} A_1^{\frac{\varepsilon-1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} - d_2^{\frac{1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} A_2^{\frac{\varepsilon-1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} \right) > 0 \quad \text{ha} \quad d_1 A_1^{\varepsilon-1} > d_2 A_2^{\varepsilon-1}$$

nagyon kis hányadának kimagaslóan nagy a fokszáma.

A 4.18 összefüggés alapján már megállapítottuk, hogy a gazdaságban uralkodó hozadék típusa meghatározza azt, miként reagálnak a szereplők a hálózati struktúra megváltozására. Emiatt azt lehet sejteni, hogy mindennek aggregált szinten is jelentősége lesz és a hozadék a hálózati struktúra makroteljesítményre tett szerepét is befolyásolja. Ezért a következő vizsgálatokban a két esetet (növekvő és csökkenő hozadék) külön-külön is megvizsgálom. A továbbiakban az egyes paraméterekre az alábbi értékeket alkalmazom: $\bar{d} = 1/2$, $\varepsilon = 4$ és $\alpha = \{-1/4; 1/2\}$.

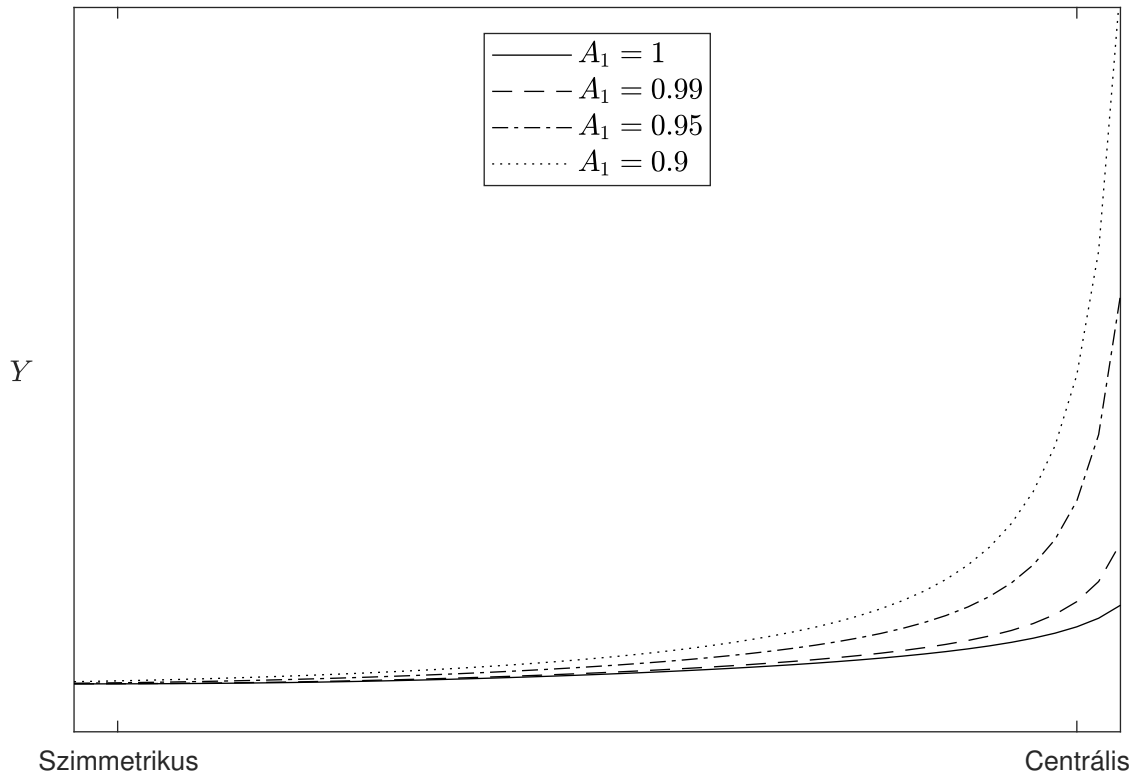
A hálózati struktúra szerepe növekvő hozadékú gazdaságban

A 4.2. ábra a kibocsátás alakulását mutatja az imént definiált skála mentén, amennyiben a gazdaságban növekvő hozadék uralkodik. A folytonos fekete vonal azt az esetet mutatja, amikor a kétféle vállalat típus között a különbség azok gyakoriságában és fokszámban van, de technológiájuk azonos. Jól látható, hogy a skála bal szélén lévő szimmetrikus hálózati szerkezetek alacsonyabb kibocsátási szintet jelentenek, mint a jobb szélén található centralizált szerkezetek. Ezek szerint a nem teljes kapcsoltságból fakadó holtteherveszteség nem pusztán a kapcsolatok hiányából, hanem a kapcsolatok speciális elrendeződéséből is fakadhat. Másként megfogalmazva: a hálózati struktúra befolyásolja a gazdaság aggregált teljesítményét. Növekvő hozadékú gazdaságban ezek alapján centrális struktúra mellett a gazdaság teljesítménye nagyobb, mint egy elosztottabb, szimmetrikus struktúra mellett, hiszen ahogy centrálisabbá válik a piaci struktúra, úgy növekszik a domináns, magas fokszámú szereplők hatékonysága is a növekvő hozadéknak köszönhetően. Ez a hatás pedig láthatóan felülreprezentálja azt, hogy az egyre inkább többségbe kerülő, alacsony fokszámú szereplők hatékonysága romlik, ahogy haladunk a centrális struktúrák felé. Ennek következtében a gazdasági szereplők átlagos hatékonysága és ezzel együtt a gazdaság teljesítménye is növekszik. Azt látjuk tehát, hogy a növekvő hozadékból fakadó hatékonysági előny elsősorban centrális struktúrában tud érvényesülni.

Az ábrán megvizsgáltam azt is, hogy miben változik meg az iménti eredmény, ha a technológia homogenitására vonatkozó feltevést feloldjuk. Ehhez úgy határoztam meg a két típusú szereplő termelékenységét, hogy átlagos termelékenységük mindvégig ugyanaz maradjon. Vagyis az $aA_1 + (1 - a)A_2 = 1$ összefüggés teljesülését írtam elő, amiből $A_2 = (1 - aA_1)/(1 - a)$ és A_1 értékét szabadon megválaszthatjuk. Jól látszik, hogy minél nagyobb a 2-es típusú vállalatok technológiai előnye (ezen vállalatok aránya csökken és fokszáma nő a vízszintes tengelyen jobbra haladva), vagyis minél alacsonyabb az 1-es típusú vállalatok termelékenysége (A_1), ez a gazdaság aggregált kibocsátását növeli. A hatás elsősorban aszimmetrikus szerkezetek mellett jelentkezik: ahogy egyre centrálisabbá válik a struktúra, úgy a centrálisabb vállalatok technológiai előnye még tovább növeli ezen vállalata-

tok növekvő hozadékból fakadó hatékonysági előnyét.

4.2. ábra. A kibocsátás alakulása a hálózati struktúra függvényében konstans sűrűség és növekvő hozadék mellett, különböző termelékenységi relációkra

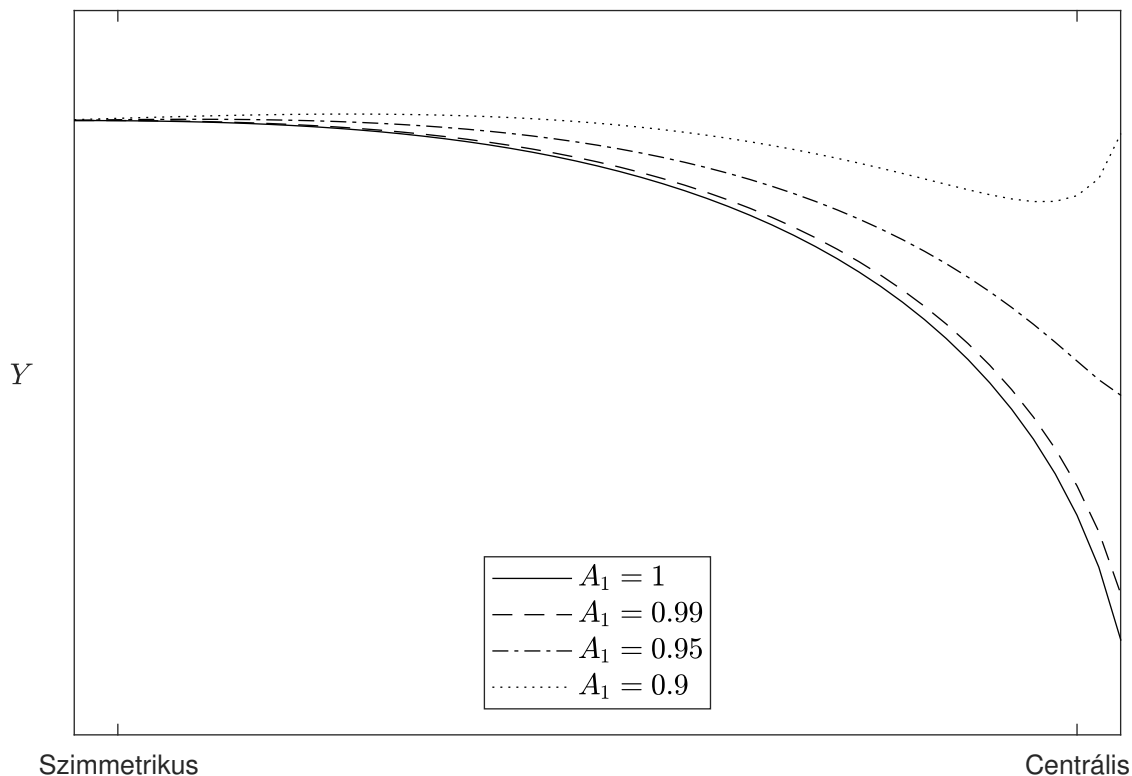


Forrás: Saját szerkesztés Matlab segítségével

A hálózati struktúra szerepe csökkenő hozadékú gazdaságban

A 4.3. ábra a kibocsátás alakulását mutatja abban az esetben, ha csökkenő hozadék működik a gazdaságban. A folytonos fekete vonal ezúttal is annak az esetnek felel meg, amikor a kétféle vállalatípus technológiai fejlettsége azonos. Ezúttal fordított tendenciát találunk: a szimmetrikus hálózati szerkezetek nagyobb kibocsátási szintet tesznek lehetővé, mint a centralizált szerkezetek. Csökkenő hozadékú gazdaságban ezek alapján az elosztottabb, szimmetrikus struktúra mellett a gazdaság teljesítménye nagyobb, míg a szélsőségesen centrális esetben lényegesen alacsonyabb, hiszen a vállalatok csökkenő hozadék mellett romló hatékonysággal tudják csak növelni a termelésüket, ezért centrális struktúrákban – nagyvállalatok jelenlétében – az átlagos hatékonyság romlik.

4.3. ábra. A kibocsátás alakulása a hálózati struktúra függvényében konstans sűrűség és csökkenő hozadék mellett, különböző termelékenységi relációkra



Forrás: Saját szerkesztés Matlab segítségével

A technológiai különbség ezúttal is befolyásolja az eredményeket. Jól látszik, hogy a 2-es típusú vállalatok technológiai előnye a gazdaság aggregált kibocsátását a centrális szerkezetek felé haladva egyre növeli. Vagyis az egyre kisebb arányban fellelhető, de egyre centrálisabb pozícióban levő 2-es típusú vállalatok technológiai előnye érezhető pozitív hatást gyakorol a kibocsátásra. Érdeemes azt is megfigyelni, hogy amennyiben a 2-es típusú vállalatok technológiai előnye elég magas, a köztes hálózati szerkezet nagyobb kibocsátást eredményez a szimmetrikus struktúrához képest (lásd az $A_1 = 0,9$ esetet). Vagyis a hálózati szerkezet centralizáltabbá válása (a szimmetrikus struktúrákhoz képest) holtteherveszteséget és csökkenő kibocsátást eredményez, ugyanakkor ezt ellensúlyozhatja az, ha az erősebb monopolhelyzetbe kerülő centrális vállalatok technológiai előnnyel rendelkeznek. Kicsit más interpretációban azt mondhatjuk, hogy a skálafüggetlen hálózati szerkezetet imitáló köztes struktúrák ebben a modell-változatban előnyösebbek lehetnek a kiegyenlített szerkezetnél abban az esetben, ha a kisebbségben levő, de erősebben kapcsolt szereplők egyben magasabb termelékenységűek.

Összefoglalva a kétféle vállalatot feltételező modell tanulságait, azt mondhatjuk, hogy a piaci kapcsolati hálózat struktúrája nem semleges a gazdaság aggregált működésére nézve. A hálózati sűrűség mellett a hálózati struktúra centralizáltsága egy másik olyan tényező, ami befolyásolja a gazdasági teljesítményt, ugyanakkor nem egyforma hatásokat látunk növekvő, illetve csökkenő hozadékú gazdaságban. Egyúttal azt is láttuk, hogy a vállalatok termelékenységi adottságai megváltoztathatják a hálózati hatások mértékét, vagyis a hálózat szerepét a termelékenységi relációkkal együtt szükséges értékelni.

4.3. Az általános eset

Az előző modell foksám és termelékenység tekintetében kétféle vállalatot feltételezett. Ebben a szakaszban még tovább általánosítjuk a modellt és felírjuk azt foksám tekintetében tetszőleges számú vállalatra. Ezzel lehetőségünk nyílik különféle foksám- és termelékenységeloszlások mentén vizsgálni a hálózat szerepét.

4.3.1. Aggregált kibocsátás az általános esetben

A kétféle típusú vállalatot feltételező modell levezetésénél alkalmazott logikát követve, felírhatjuk a modellt foksám tekintetében tetszőleges számú vállalatra is.⁸ A különbség mindössze a \hat{c}_t kifejezésben lesz, amelyben ezúttal tetszőleges elemszámú vektorok szerepelnek:⁹

$$Y_t = \hat{c}_t \frac{1+\alpha(\varepsilon-1)}{\varepsilon-1} \quad (4.24)$$

ahol

$$\hat{c}_t = \sum_{j=1}^{N_t} d_{j,t}^{\frac{1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} A_{j,t}^{\frac{\varepsilon-1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} \quad (4.25)$$

A \hat{c}_t kifejezés a modellben a hálózati struktúra szerepét jeleníti meg, ahol ugyanazok az összefüggések érvényesek, mint a kétvállalatos esetben. A modellben a $d_{j,t}$ hálózati paraméterek mentén tudjuk vizsgálni a hálózat szerepét, mindemellett lehetőségünk van a termelékenységbeli különbségek figyelembevételére is ($A_{j,t}$ változók).

⁸A kétvállalatos eset levezetésénél látott logikát követve fel tudjuk írni bármely tetszőleges j és k vállalat egyensúlyi ára közötti összefüggést:

$$p_{j,t} = \left(\frac{d_{k,t}}{d_{j,t}} \right)^{-\frac{\alpha}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} \left(\frac{A_{k,t}}{A_{j,t}} \right)^{\frac{1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} p_{k,t}$$

A levezetés többi lépése analóg a kétféle típusú vállalatot feltételező modellnél látottakkal.

⁹Mivel ebben a modellben akármennyi vállalatot meg tudunk jeleníteni, nincs szükségünk a továbbiakban az $a_{j,t}$ gyakorisági paraméterek megkülönböztetésére.

Mivel fokszám szempontjából tetszőleges számú különböző szereplőt tudunk modellezni, ebben az esetben már praktikusán fokszámeloszlásról beszélhetünk. Ez azért szerencsés, mert a hálózatelmélet eredményei alapján nem szükséges a hálózat összes lehetséges realizációját külön megvizsgálnunk, elegendő néhány, fokszámeloszlás alapján tipikusnak nevezhető hálózatra koncentrálnunk, hogy általános következtetéseket tudjunk felállítani. A következőkben a modell elemzése során a fokszámeloszlás szerepét külön és a termelékenységeloszlással együtt is megvizsgálom.

4.3.2. A fokszámeloszlás szerepe

A legtöbb valódi hálózatot skálafüggetlenség jellemzi, úgy is mondhatjuk, hogy a skálafüggetlenség a hálózatok természetes tulajdonsága (Barabási, 2016). Egy hálózatot akkor nevezünk skálafüggetlennek, ha jellemző rá a vastagfarkúság, vagyis a kiugróan sok kapcsolattal rendelkező csúcspontok jelenléte. Ugyanakkor nem triviális, milyen elvek alapján alakul ki a hálózati fokszámok ilyen alakú eloszlása. A hálózatokban a skálafüggetlenség kialakulását Barabási és Albert (1999) szerint két mechanizmus segíti: a növekedés és a preferenciális kapcsolódás.

A hálózatok növekedését Barabási (2016) alapján úgy tudjuk modellezni, ha kiindulunk egy m elemű teljes hálózatból, majd mindig hozzáadunk a hálózathoz egy újabb csúcst. Az új csúcs m számú kapcsolatot hoz létre a már meglévő csúcsokkal az alábbi valószínűségi modellnek megfelelően:

$$Pr(s_{ij} = 1) = \frac{k_j^\gamma}{\sum_{n=1}^i k_n^\gamma}, \quad j \leq i \quad (4.26)$$

ahol $i > m$ az új csúcs sorszáma, k_j a $j \leq i$ meglévő csúcs fokszáma, $Pr(s_{ij} = 1)$ pedig annak valószínűsége, hogy az i új csúcs a j meglévő csúcshoz kapcsolódjon.¹⁰ A valószínűségi modellben a γ paraméter határozza meg a kapcsolódási valószínűségeket, és ezzel befolyásolja a kialakuló hálózat fokszámeloszlásának alakját. Ha $\gamma = 0$, az új csúcs ugyanakkora valószínűséggel kapcsolódik a meglévő csúcsok bármelyikéhez. Ez a kapcsolódási modell felel meg a véletlen hálózatnövekedési modellnek (lásd Erdős és Rényi, 1959, 1960). Ha $\gamma = 1$, akkor a kapcsolódási valószínűségek arányosak a csúcs fokszámával, ebben az esetben az előbb már említett preferenciális kapcsolódás elve működik. Ekkor ugyanis az új csúcs nagyobb valószínűséggel fog olyan meglévő csúcshoz kapcsolódni, amely sok kapcsolattal rendelkezik. Az így kialakuló hálózat skálafüggetlen lesz. Ha $\gamma \rightarrow \infty$, akkor az új csúcs mindig az m darab legnagyobb fokszámú csúcshoz fog kapcsolódni. Ekkor a kialakuló hálózat egy olyan csillaghálóra fog hasonlítani, amelyben van egy vagy több központi csúcs, amelyekhez az összes többi csúcs kapcsolódik. Vagyis γ növekedésével egyre erősebben működik a preferenciális

¹⁰Vegyük észre, hogy a modell lehetővé teszi az önreflexív éleket is.

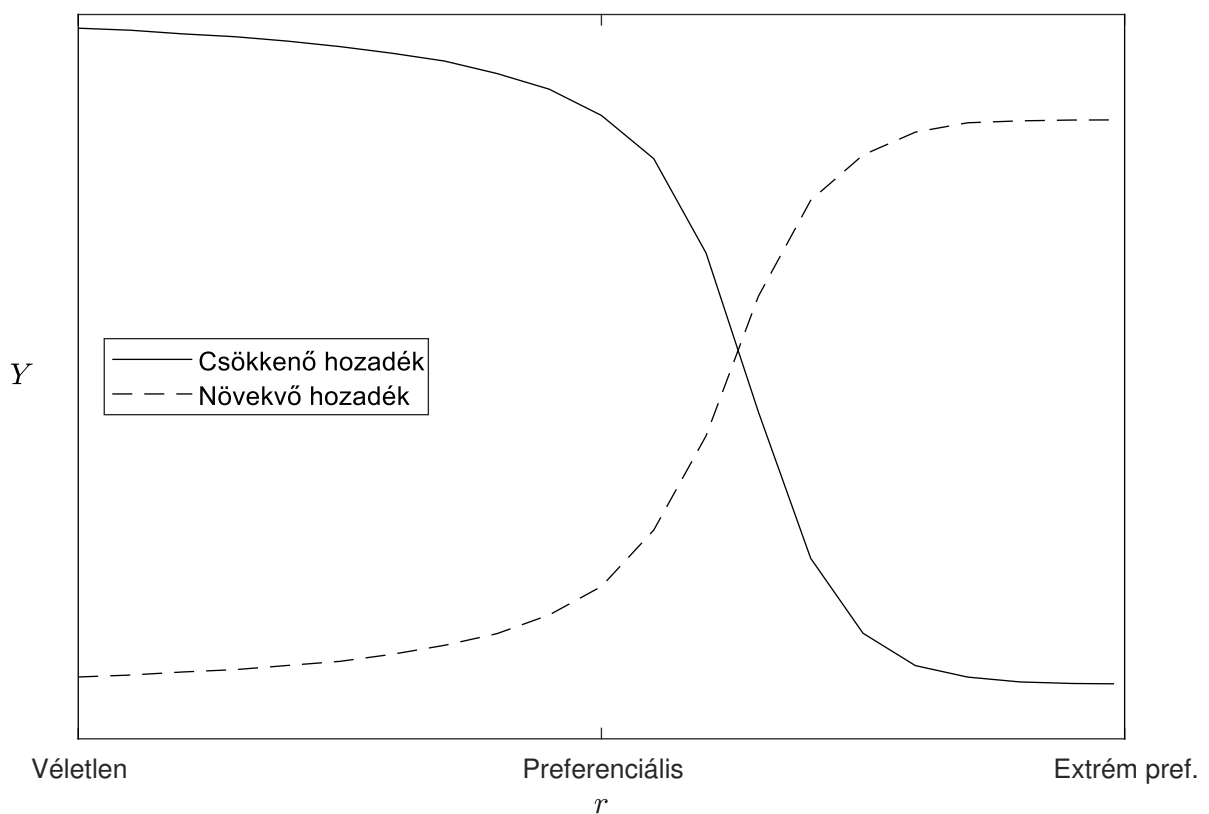
kapcsolódási mechanizmus a hálózati modellben. Meg kell jegyeznünk, hogy a hálózat növekedése miatt mindegyik esetben jellemző lesz a hálózatra az aszimmetria, hiszen a régebbi csúcsoknak több idejük van kapcsolatokat gyűjteni. A különbség a hálózatfejlődés következtében kialakuló fokszámeloszlás konkrét formájában van (exponenciális eloszlást kapunk a véletlen kapcsolódási modellnél, és hatványfüggvény-eloszlást a preferenciális kapcsolódás modelljénél).

Vizsgáljuk meg ezek alapján, miként alakul a kibocsátás, ha eltérő a preferenciális kapcsolódás erőssége (γ értéke) a hálózati modellben. A 4.4. ábra elkészítéséhez $N = 1000$ méretű hálózatokat generáltam $m = 20$ méretű hálózatból kiindulva a 4.26 hálózati modellel, melyekben a különbség a preferenciális kapcsolódás erőssége volt. Ehhez bevezettem az $r = \gamma/(1 + \gamma)$ jelölést. Ekkor ugyanis az r paraméter segítségével egy 0 és 1 közötti skálán tudjuk reprezentálni a hálózatokat, ahol a skála elején ($r = 0$) találjuk a véletlen, a skála közepén ($r = 1/2$) a preferenciális, míg a skála végén ($r \sim 1$) a szélsőségesen preferenciális hálózati modellt. Az r értékét lépésekben növelve 0-ról 1-re, 100 szimulációt végeztem el minden érték mellett, majd minden egyes generált hálózatra megvizsgáltam azt, hogy a 4.21 összefüggés alapján mekkora aggregált kibocsátást tesz lehetővé és ezek átlagát mutatom be a 4.4. ábrán, ezzel kiszűrve a hálózati modellből eredő sztochasztikus hatásokat. A paraméterekre ugyanazokat az értékeket alkalmaztam, mint a 4.2 és 4.3 ábrákon ($\varepsilon = 4$, $\alpha = \{-1/4; 1/2\}$), de technológiai homogenitást feltételeztem ($\forall j, t : A_{j,t} = 1$).

Az eredmények alátámasztják az eddigi ismereteinket, de ki is egészítik azokat. Növekvő hozadékú gazdaságban az erősen koncentrált, centrális struktúrák bizonyulnak hatékonyak, emiatt a preferenciális kapcsolódás erősségével növekszik a gazdaság teljesítménye. Csökkenő hozadékú gazdaságban a tendencia éppen fordított és a gazdaság a véletlen hálózati modellben működik a leghatékonyabban. Ez az eredmény jól reflektál arra, amit a kétféle típusú vállalatot feltételező modellben láttunk konstans sűrűség és homogén termelékenység mellett. Ugyanakkor az is látszik, hogy az átmenet az egyes modellek között nem lineáris: növekvő hozadéknál a skálafüggetlen hálózatnak megfelelő preferenciális kapcsolódási modellben a teljesítmény lényegesen elmarad a szélsőségesen preferenciális modellhez képest, míg csökkenő hozadéknál a preferenciális kapcsolódást jelentő $r = 0,5$ esetben alig valamivel kisebb a kibocsátás, mint a preferenciális elemet nem tartalmazó modellben, majd ezt követően egy hirtelen esés következik a centrális szerkezetek felé haladva a kibocsátásban.

Ennél a vizsgálatnál a szereplők homogén technológiai szintjét feltételeztem. Annak érdekében, hogy a termelékenységbeli különbségek hatását is vizsgálni tudjuk, a következőkben bekapcsolom az elemzésbe a termelékenyséeloszlás szerepét is.

4.4. ábra. A preferenciális kapcsolódás erősségét meghatározó paraméter hatása a kibocsátásra különböző hozadékú gazdaságban



Forrás: Saját szerkesztés Matlab segítségével

4.3.3. A foksám- és a termelékenységeloszlás együttes szerepe

Eddig a vállalatok termelékenységét egyformának tekintettük. Most szakítunk a homogén technológia feltevésével, és heterogén termelékenységű vállalatokat feltételezünk. Ez azért lehet érdekes kérdés, mert a kétvállalatos modellnél már láttuk, hogy a vállalatok eltérő termelékenysége megváltoztathatja a hálózati struktúra hatékonyságát. Ezúttal azonban a termelékenységek eloszlását vizsgáljuk, vagyis sokkal általánosabb következtetéseket tudunk levonni.

A 3.2. *alfejezetben* láttuk, hogy amennyiben a kapcsolatok endogén alakulnak ki és a vállalatok különböznek termelékenységükben, úgy az egyedi szereplők nagyobb valószínűséggel kapcsolódnak a magasabb termelékenységű vállalatokhoz. Vagyis a kialakuló hálózatban a vállalati foksámok és termelékenységek erősen korrelálnak. Erre alapozva a soron következő vizsgálatokban az alábbi három technológiai rezsimit vizsgálom:

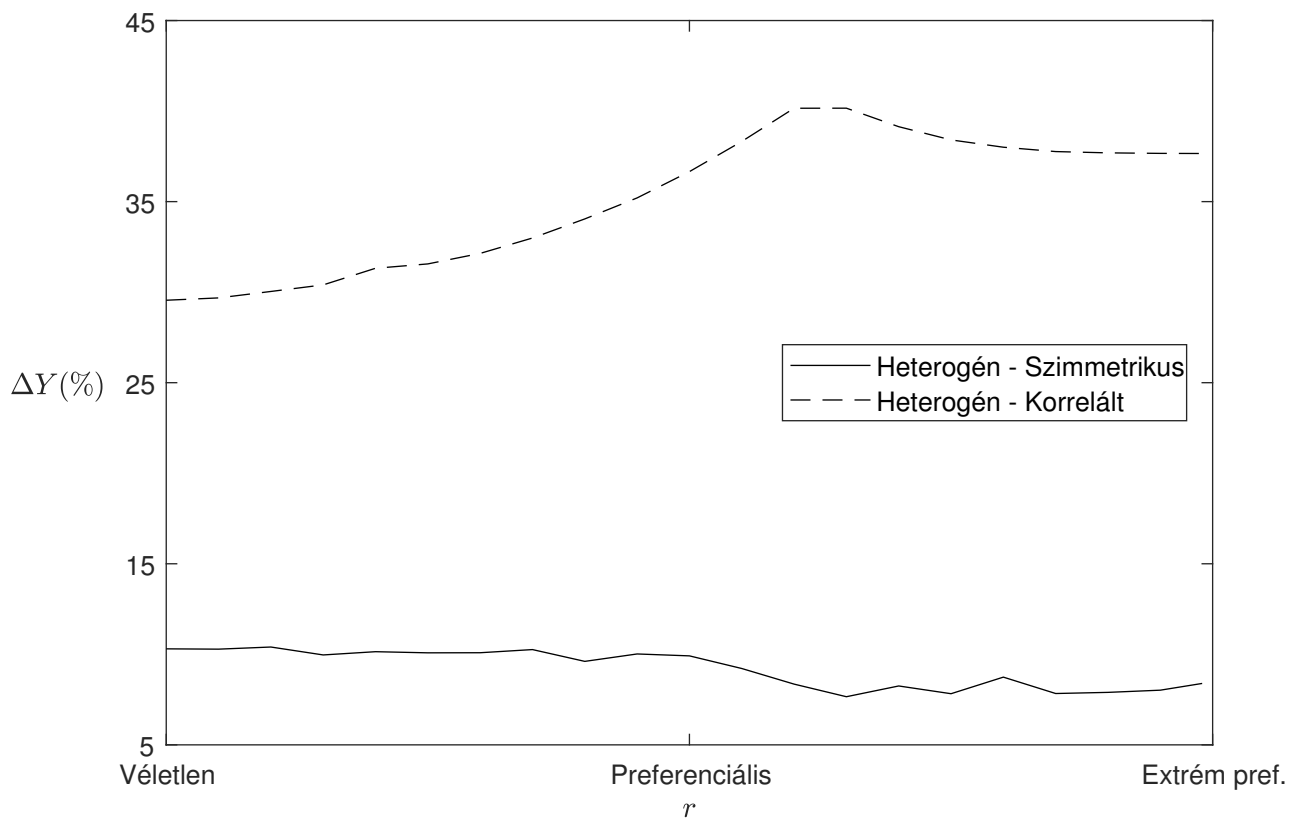
1. Homogén technológia: $A_{j,t} = 1$
2. Szimmetrikus technológia: $A_{j,t} \sim \mathcal{N}(1; 0,15)$
3. Korrelált technológia: $A_{j,t} \sim \mathcal{N}(1; 0,15) \quad | \quad \forall j, k : d_{j,t} > d_{k,t} \Rightarrow A_{j,t} > A_{k,t}$

A homogén technológiai rezsím felel meg az eddigi vizsgálatainknak, ez a továbbiakban benchmarkként szolgál. Szimmetrikus technológiai rezsím esetén a termelékenységeket 1 várható értékű és 0,15 szórású normális eloszlásból származtatom. Korrelált technológiai rezsím esetén a szimmetrikus rezsímnak megfelelően származtatom az értékeket, de a termelékenységek vektorát úgy permutálom, hogy a legnagyobb foksámú vállalat legyen egyben a legtermelékenyebb is. Ez utóbbi esetben tehát a vállalatok foksáma és termelékenysége tökéletesen korrelál egymással. Az összehasonlíthatóság érdekében a termelékenységek várható értéke mindhárom rezsím esetén 1.

A 4.4. *ábrán* láttuk, hogy hálózati modelltől és hozadéktól függően milyen aggregált teljesítményt tud elérni a gazdaság, feltéve, hogy a vállalatok technológiai szintje homogén. A 4.5. és 4.6. *ábrák* azt mutatják meg, hogy milyen eltéréseket tapasztalunk ettől az alapesettől, ha a technológia a fenti definícióknak megfelelően heterogén, de szimmetrikus, illetve heterogén, de korrelál a foksámokkal. A növekvő hozadék mellett adódó eltéréseket mutatja be a 4.5. *ábra*, míg a 4.6. *ábrán* a csökkenő hozadék mellett kapott eredményeket ismertetem. Alapvetően azonos tendenciákat látunk mindkét esetben. Először is az látszik, hogy a heterogén, de szimmetrikus esetben magasabb kibocsátási pályát fut be a gazdaság, mint a homogén esetben (bár csökkenő hozadék esetén ez a különbség nem jelentős) és a hálózati szerkezet szerepe itt nem látszik relevánsnak. Ez azt jelenti, hogy önmagában a technológiai heterogenitás is növelheti a gazdasági teljesítményt, vagyis a sokféleségnek pozitív jóléti hatása van. Ugyanakkor jóval magasabb pályán mozog a kibocsátás, ha a technológiai

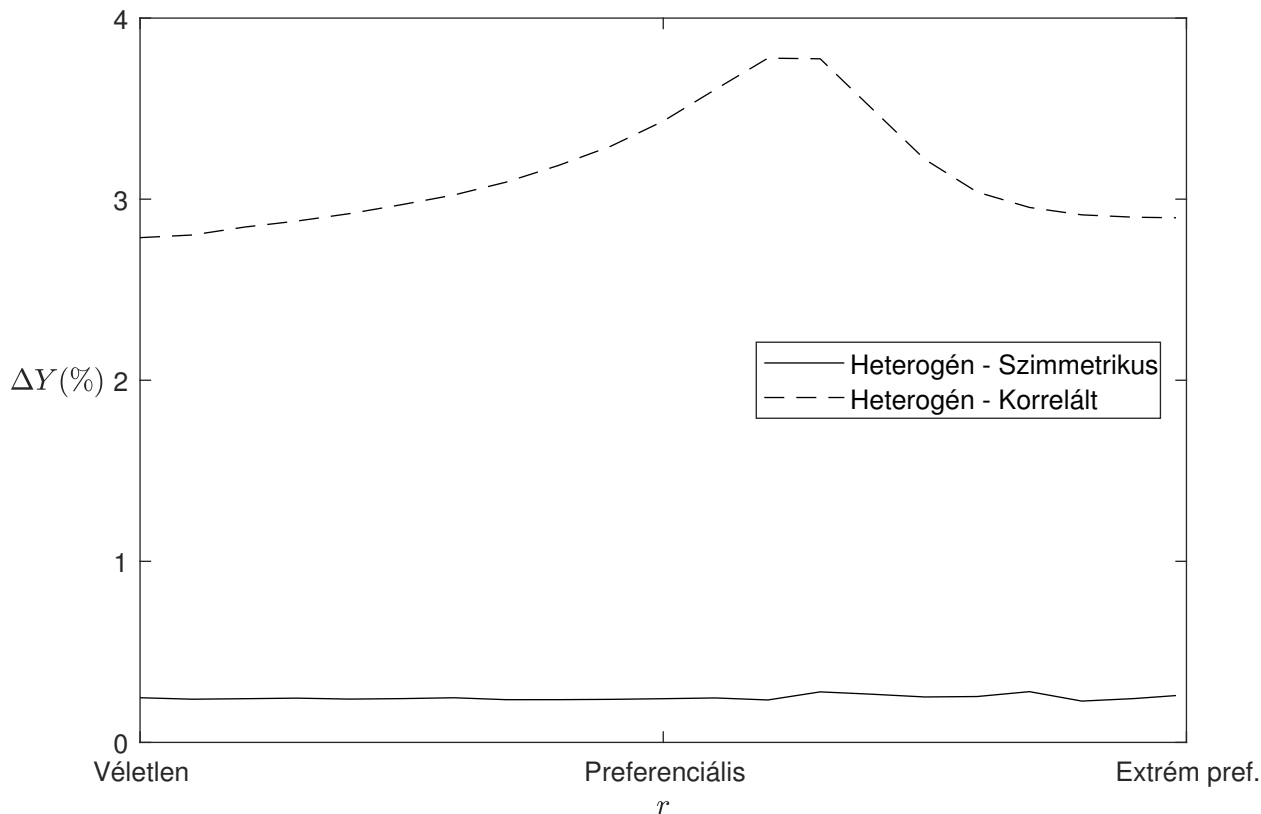
szintek korrelálnak a foksámokkal, vagyis jellemző, hogy a nagyobb foksámú vállalatok egyben termelékenyebbek is. Ez egybevág a két vállalattípus mellett végzett elemzésekkel, ahol szintén azt tapasztaltuk, hogy pozitív hatása van a kibocsátásra annak, ha a centrálisabb szereplők egyben termelékenyebbek is.

4.5. ábra. A kibocsátás százalékos eltérése szimmetrikus és korrelált technológia esetén a homogén technológiához képest, a preferenciális kapcsolódás erősségétől függően, növekvő hozadéokra



Forrás: Saját szerkesztés Matlab segítségével

4.6. ábra. A kibocsátás százalékos eltérése szimmetrikus és korrelált technológia esetén a homogén technológiához képest, a preferenciális kapcsolódás erősségétől függően, csökkenő hozadékra



Forrás: Saját szerkesztés Matlab segítségével

Másodszer az is látszik, hogy a fokszámmal korreláló technológiai rezsim esetén a hálózati modell is meghatározó a kibocsátás alakulásában. Érdekes módon mindkét esetben éppen a valódi hálózatokra jellemző skálafüggetlenséget okozó preferenciális kapcsolódás közelében ($r \approx 0,5$) tapasztalhatjuk a legnagyobb pozitív irányú eltérést a homogén technológiához képest. Legalábbis úgy tűnik, hogy skálafüggetlen hálózatokban tud a legjobban érvényesülni a foksámhoz kapcsolódó technológiai szint a kibocsátásban. Ezt az eredményt érdemes az előző fejezet egyik megállapításának tükrében is értékelni. Ott azt láttuk, hogy a szereplők hálózatformálódási döntése skálafüggetlen kapcsolati struktúra kialakulását eredményezte, ami a termelékenyebb szereplők erősebb endogén kapcsoltságában nyilvánult meg. Összevetve ez utóbbi eredményt és az imént kapott eredményt a skálafüggetlen hálózatok ilyen formájú hatékonysági előnyéről, azt mondhatjuk, hogy a szereplők önérdek-követő, racionális magatartása olyan hálózati struktúra kialakulását eredményezi, amely az imént kapott eredmény alapján aggregált szinten is hatékonysági előnnyel bír. Ehhez az ered-

ményhez szorosan kapcsolódik Kranton és Minehart (2001) azon megállapítása, miszerint a piaci kapcsolati hálózatban a szereplők önérdekkövető magatartása olyan struktúrájú hálózatot eredményez, melyben a társadalmi jólét maximális. A következő fejezetben majd látni fogjuk, hogy a kapcsolati struktúrában megnyilvánuló skálafüggetlenség ugyanakkor sérülékenyebbé teszi a gazdaságot dinamikai szempontból, vagyis a skálafüggetlen hálózatok hatékonysági előnye nagyobb fokú makrogazdasági instabilitással párosul.

Az itt bemutatott eredmények a piaci kapcsolati hálózat szerepét általánosságban jellemzik. Korábban már láttuk, hogy a piaci hálózat nemteljessége és a kapcsolatok speciális elrendeződése holtteherveszteséget okoz. Most már az is látszik, hogy a holtteherveszteség mértéke összefügg a fokszámok és termelékenységek együttes eloszlásával is.

4.4. Nem teljes kapcsoltságból fakadó holtteherveszteség a magyar gazdaságban

Az előző fejezet végén a KSH által közzétett, vállalkozásokra vonatkozó adatok alapján a magyar vállalkozások méreteloszlását vizsgáltam, ahol a vállalatok foglalkoztatottság alapján öt méretkategóriába tartoztak. Az ott részletezett, *3.1. táblázatban* található adatok 2013 és 2018 között minden évre rendelkezésre állnak, ezért alkalmasak arra is, hogy a méreteloszlás aszimmetriája miatt kialakuló aggregált szintű holtteherveszteséget és annak időbeli alakulását vizsgáljuk. Vagyis ebben a rövid szakaszban arra teszek kísérletet, hogy a 4.25 összefüggés időbeli alakulását számszerűsítsem.¹¹ Mivel ezúttal az adatok alapján öt különböző típusú vállalatot tudunk a méretkategória szerint azonosítani, a számszerűsíteni kívánt kifejezést felírhatjuk az alábbiak szerint:

$$\hat{c}_t = \sum_{j=1}^5 N_{j,t} d_{j,t}^{\frac{1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} A_{j,t}^{\frac{\varepsilon-1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} \quad (4.27)$$

ahol $N_{j,t}$ a j -edik méretkategóriájú vállalatok száma, $d_{j,t}$ és $A_{j,t}$ pedig a j -edik méretkategóriába tartozó tipikus vállalat kapcsoltsága és termelékenysége. A kifejezés a szereplőket összekötő hálózati struktúra gazdaságbeli szerepét mutatja meg és úgy értelmezhető, mint a vállalatok termelékenységi szintjével súlyozott átlagos kapcsoltsági szint. A kifejezés értéke magasabb, amennyiben a vállalatok fokszáma és termelékenysége korrelál egymással, vagyis a termelékeny vállalatok erősebb beágyazódása csökkenti a nem teljes kapcsoltságból fakadó aggregált szintű holtteherveszteség mértékét. Ugyanakkor azt is látjuk, hogy a termékek közötti helyettesíthetőség (ε) alapvetően meghatározza a hálózati struktúra szerepét a

¹¹Emlékeztetőül: $\hat{c}_t = \sum_{j=1}^{N_t} d_{j,t}^{\frac{1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} A_{j,t}^{\frac{\varepsilon-1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}}$

holtteherveszteség keletkezésében. A korlátozottabb helyettesíthetőség a hálózati szerkezet erősebb szerepét mutatja és emiatt növelheti a nem teljes kapcsoltságból fakadó holtteherveszteség mértékét.

A kifejezésben három különböző típusú változó szerepel. Az egyik a vállalatok száma ($N_{j,t}$), mely ismert, minden méretkategóriához pontosan ismerjük az adott méretkategóriába tartozó vállalatok számát. A másik változó a vállalatok termelékenysége ($A_{j,t}$). Erre vonatkozóan nincsenek pontos adataink, ugyanakkor a 4.1 összefüggés értelmében – feltételezve, hogy a termelés inputja a munkaerő – tudunk adni egy közelítő becslést a különböző méretkategóriájú vállalatok termelékenységére. Ismert bevételi és foglalkoztatási adat, illetve α paraméterérték mellett a j -edik méretkategóriába tartozó tipikus vállalat termelékenységét a következő összefüggésből tudjuk származtatni:

$$A_{j,t} = \frac{y_{j,t}}{l_{j,t}^{1-\alpha}} \quad (4.28)$$

ahol $y_{j,t}$ a j -edik méretkategóriájú vállalat átlagos bevétele (\sim termelése), $l_{j,t}$ pedig a vállalat átlagos foglalkoztatása és az időbeli összehasonlíthatóság érdekében célszerű $y_{j,t}$ értékét valamilyen árindexszel deflálni. Az így nyert termelékenységi értékeket úgy módosítottam, hogy átlaguk éppen 1 legyen, ami az aggregált gazdasági modellekben a makrotermelékenység steady state értéke. Az utolsó változó a különböző méretkategóriájú vállalatok hálózati kapcsoltsága ($d_{j,t}$). Erre vonatkozóan szintén nincsenek adataink, ugyanakkor a bevételi adatokból ezúttal is tudunk közelítő értékeket számolni. Közelítsük $d_{j,t}$ változók értékét a bevételi adatokból a következőképpen:

$$d_{j,t} = \frac{y_{j,t}}{\sum_j^5 N_{j,t} y_{j,t}} \quad (4.29)$$

Vagyis a j -edik méretkategóriájú tipikus vállalat kapcsoltsága megfelel a vállalat részesedésének az összes vállalat összes bevételeiből.¹²

A 4.27 kifejezésben a változók mellett két paraméter is szerepel, melyek a munkaerő parciális termelési rugalmasságát ($1 - \alpha$) és a termékek közötti helyettesítés rugalmasságát (ϵ) határozzák meg. Annak érdekében, hogy a magyar gazdaságra vonatkozóan valamilyen következtetést tudjunk levonni, megvizsgáltam, hogy a különböző szakirodalmakban milyen értékek fordulnak elő ezekre a paraméterekre. Három kapcsolódó szakirodalmat találtam, melyben a szerzők a két paraméter értékét magyar gazdasági adatokon becsülték meg. A 4.2. táblázat bemutatja ezeket a szakirodalmakat a paraméterekre vonatkozó becsült értékekkel együtt.

¹²Vegyük észre, hogy a hálózati változók becslése alapján a $\sum_j^5 N_{j,t} d_{j,t} = 1$ feltétel teljesül, mely az eredeti modellben nem előírás, emiatt az itt alkalmazott megoldás nem felel meg tökéletesen a bemutatott modell logikájának.

4.2. táblázat. Magyar kutatásokban használt α és ε paraméterértékek

Szerzők	α	ε
Jakab és Világi (2008)	0,14	6
Jakab és tsai. (2010)	0,2	6
Jakab és Kónya (2016)	0,34	11

Forrás: Saját szerkesztés

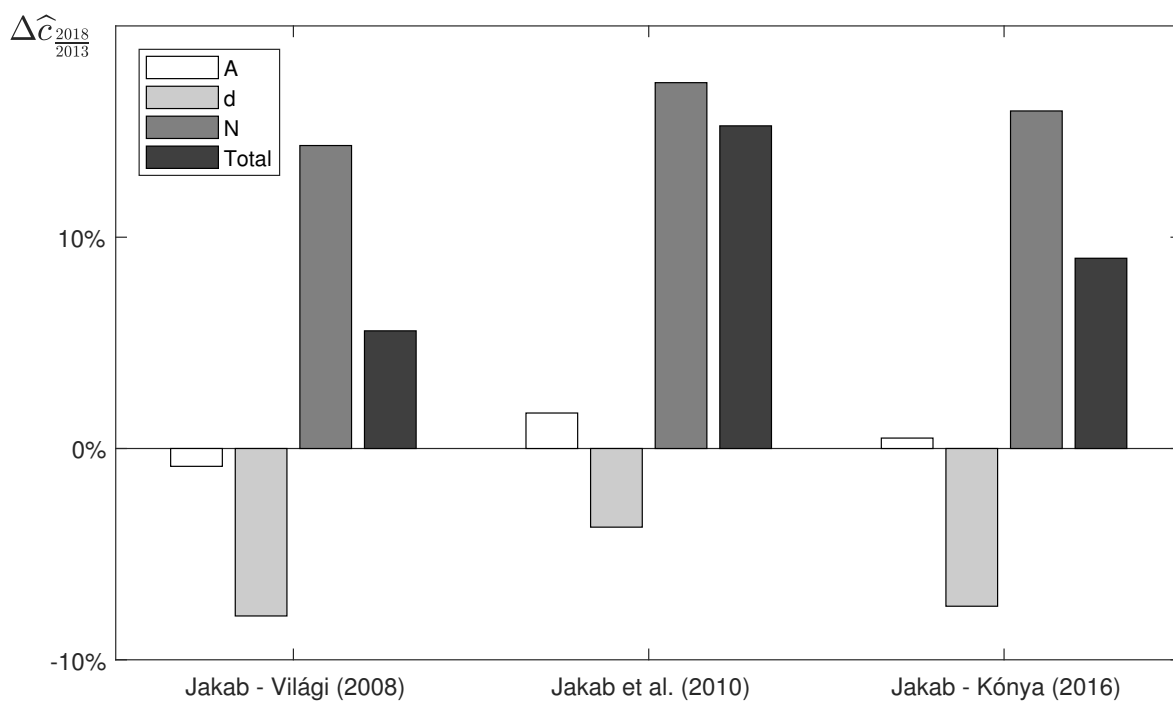
A fenti paraméterértékeket adottnak véve és az előbbieket során leírt, egyes változókra vonatkozó becslési eljárásokat alkalmazva megvizsgáltam, miként változott 2013 és 2018 között a gazdasági szereplők átlagos kapcsoltságát leíró \hat{c}_t változó értéke. A 4.7. ábra összefoglalja a kapott eredményeket és bemutatja a változás nagyságát és irányát. Az ábrán a változás teljes mértékén túl feltüntettem azt is, hogy melyik változó milyen mértékben járult hozzá a változás nagyságához és irányához.¹³

A változás iránya mindegyik esetben pozitív, vagyis a becslés alapján a holttehervesztés mértéke csökkent a vizsgált évek között a magyar gazdaságban. Ez logikus, hiszen ebben az időszakban a válság utáni fellendülés éveit élte meg a magyar gazdaság. A változások mértéke és az egyes tényezők szerepe ugyanakkor eltérő a három vizsgált modellben. A változás teljes mértéke 5% és 15% között mozog. Jól látható, hogy mindhárom esetben a holttehervesztés mértékének csökkenéséért elsősorban a vállalatok számának (N) változása felel. A vállalatok kapcsoltságának (d) változása ugyanakkor mindegyik esetben tovább növelte a gazdaságban érvényesülő holttehervesztés mértékét. A vállalatok termelékenységének (A) változása minimális mértékben és változó előjellel befolyásolta a holttehervesztést az egyes modellekben. Ezek szerint a magyar gazdaságban a válságot követően a vállalatok nem teljes kapcsoltságából fakadó holttehervesztés mértéke várhatóan csökkent, ugyanakkor ez annak köszönhető, hogy a vállalatok száma elsősorban az eleve termelékenyebb és több tranzakciót lebonyolító vállalatokat magába foglaló legmagasabb létszámkategóriában növekedett és nem abból, hogy kiegyensúlyozottabbá vált volna a vállalatok kapcsoltsága.

¹³Az egyes változók szerepét úgy számoltam ki, hogy minden más változó változatlanágát feltételeztem. Így például A hatása a változásra a következőképpen számítható:

$$\Delta \hat{c}_{2013}^{2018}(A) = \frac{\sum_{j=1}^5 N_{j,2013} d_{j,2013}^{\frac{1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} A_{j,2018}^{\frac{\varepsilon-1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}}}{\sum_{j=1}^5 N_{j,2013} d_{j,2013}^{\frac{1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}} A_{j,2013}^{\frac{\varepsilon-1}{1+\alpha(\varepsilon-1)}}$$

4.7. ábra. A gazdasági szereplők átlagos kapcsoltságát leíró \hat{c}_t becült változása 2013 és 2018 között



Forrás: Saját szerkesztés Matlab segítségével

4.5. Összegzés

A fejezetben a nem teljes kapcsoltság gazdasági teljesítményben játszott szerepét vizsgáltam meg. A modellek levezetése során nyilvánvalóvá vált, hogy a piaci kapcsolati hálózat meghatározza az aggregált kibocsátást és a szereplők elégtelen kapcsoltsága holttehervesztéssel eredményez a piac működésében. A hálózati kapcsolatok ritkulása növeli ennek a holttehervesztésnek a mértékét, ugyanakkor a hatás elsősorban korlátozott helyettesíthetőség mellett mutatkozik meg, hiszen ekkor tud erőteljesebben érvényesülni a ritkuló piaci kapcsolatok által generált pótlólagos monopolizáció. A termelésben érvényesülő hozadék típusától függően a piaci kapcsolatok koncentráltságának hatása eltérő lehet: míg növekvő hozadék mellett a centrális hálózati struktúra hatékonysági előnyét állapítottuk meg, addig csökkenő hozadékú gazdaságban éppen a szimmetrikus szerkezetek bizonyultak hatékonyabbnak. Amennyiben a hálózatban betöltött centrális szereppel együtt termelékenységi előny is jár, a domináns, erősebben kapcsolt vállalatok ilyen hatékonysági előnye pozitív hatással van a kibocsátásra és ez a felhajtóerő skálafüggetlen hálózatban tud a legjobban érvényesülni. Általánosságban tehát azt állapíthatjuk meg, hogy a gazdaság szereplőit összekötő piaci kapcsolati hálózat szerkezete érdemi hatást gyakorol a gazdaság aggregált teljesítményére és ez a hatás nem független a piaci szereplők termelékenységétől.

5. fejezet

A tökéletlen piaci kapcsoltság és a gazdasági dinamika összefüggései

Az előző fejezetben láttuk, hogy – az intuíciónak megfelelően – a piaci kapcsolati hálózat nemteljessége erősítette a monopolisztikusan versenyző piac monopol jellegét és növelte a gazdaság aggregált működésében megmutatkozó holtteherveszteség mértékét. Ennek oka, hogy a ritkuló piaci kapcsolati hálóban egyre korlátozottabb a szereplők számára elérhető tranzakciók köre és a tranzakciós lehetőségek beszűkülése kedvezőbb alkupozícióba hozza az eladókat, a fogyasztásban pedig csökkenti a termékváltozatosságot.

Az eddigi vizsgálatok szigorúan a gazdaság egyensúlyi helyzetére korlátozódtak, a tökéletlen kapcsoltság szerepét a gazdaság egyensúlyi állapotára vonatkozóan vizsgáltuk. A hálózat nemteljessége felveti az egyensúlyi alkalmazkodás mibenlétének kérdését is, hiszen a hálózati kapcsolatokon keresztül elérhető tranzakciók korlátozott rendelkezésre állása, illetve a várakozásokban levő különbségek megnehezíthetik a piaci alkalmazkodást (Woodford, 2002). Ezt erősíti meg az az általános eredmény is, miszerint az endogén hálózatformálódási modellekben a hálózati dinamika alapvetően meghatározza az egyensúlyi alkalmazkodási folyamatot (Fagiolo és tsai., 2004). Sőt, ez az alkalmazkodási folyamat nem független a hálózati struktúrától sem, bizonyos strukturális tulajdonságok nehezítik, míg más tulajdonságok elősegítik az alkalmazkodást (Acemoglu és tsai., 2012). A kérdés megválaszolására ebben a fejezetben a megkezdett logikát tovább vezetem és a vizsgálódásokat kiterjesztem a gazdaság dinamikai tulajdonságaira is, vagyis azt vizsgálom, milyen következményei vannak a piaci kapcsolati hálózat nemteljességének az inflációs pályára és a gazdaság ciklikus ingadozásaira.

A különböző közgazdasági iskolák képviselőit leginkább foglalkoztató kérdések egyike és emiatt örökös vita tárgya az, hogy milyen tényezők idézik elő a makrogazdaság ingadozásait. Az 1980-as években a makrogazdasági dinamika vizsgálatának meghatározó irányát a reál üzleti ciklus (RBC) modellek jelentették, melyek tökéletesen versenyző termékpiaco-

kat, vagyis árelfogadó vállalatokat feltételező általános egyensúlyi modellek voltak (Kydland és Prescott, 1983). Ezekben a modellekben a gazdaságot az egyensúlyi helyzetéből a reál-sokkok (elsősorban termelékenységi sokkok) mozdítják ki, ezek okozzák a gazdaság egyensúlytól eltérő, ciklikus pályáját (Prescott, 1986). A 90-es évektől kezdve Dixit és Stiglitz monopolisztikus piaci modellje a makroökonómiai modellezést nagymértékben inspirálta. A megfigyelt gazdasági működésnek jobban megfelelő piaci tökéletlenségek és árragadósság modellezése érdekében a modellekben elkezdtek monopolisztikusan versenyző piacokat feltételezni (Akerlof és Yellen, 1985; Blanchard és Kiyotaki, 1987). A verseny tökéletlenségének és az árak ragadósságának a bevezetése a modellekbe azt eredményezte, hogy megszűnt a monetáris politika reálemlegessége, a cél a monetáris beavatkozások hatásmechanizmusának és a monetáris politika ingadozásokat mérséklő szerepének vizsgálata lett (lásd Galí, 2008).

A monopolisztikus verseny Dixit és Stiglitz-féle modellje adja ma az új-keynesi modellek és az erre épülő, jegybanki kutatásokban széleskörűen alkalmazott DSGE (dinamikus, sztochasztikus, általános egyensúlyi) modellek mikromegalapozását. Az új-keynesi modellek fontos eleme a termékpiaci verseny tökéletlensége, az árképzés rugalmas vagy rugalmatlan jellege, valamint a monetáris politika reálgazdasági szerepe (Galí, 2008). A termékpiaci verseny tökéletlen természete a vállalatok ármeghatározó szerepe miatt szükséges. A Dixit-Stiglitz féle monopolisztikus versenymodell konzisztens a makroökonómiai modellek igényeivel, hiszen nagyszámú piaci szereplőt feltételez, akik ármeghatározók, de árdöntésükkel nem hatnak más vállalatok árdöntésére (nincsenek stratégiai interakciók a modellben). Rugalmas áralakulás mellett az eladók minden periódusban számukra optimális árat határozhatnak meg, emiatt ebben az esetben a pénz még semleges, a monetáris változók nincsenek hatással a reálgazdaságra. Viszont a tökéletes versenypiacon alapuló modellekhez képest ebben a modellben az egyensúlyi helyzet már rugalmas áralakulás mellett sem Pareto-hatékony. A piaci verseny tökéletlensége miatt az erőforrások felhasználása nem hatékony, a gazdaságban holtteherveszteség keletkezik. A ragadós árak jelenléte még távolabb taszítja a gazdaságot az egyensúlyi helyzetétől. Fontos következménye a nominális merevségek bevezetésének, hogy megszűnik a monetáris politika semlegessége és a monetáris hatóság az inflációs várakozások befolyásolásával (hiteles kommunikációval) optimális irányba tudja terelni a gazdaságot. Az új-keynesi modellek legfontosabb összefüggése, az infláció alakulását leíró új-keynesi Phillips-görbe alapján ugyanis az inflációt befolyásolja a szereplők inflációs várakozása. Ha a jegybank képes hiteles kommunikációval hatni a várt inflációra, akkor reálgazdasági költségek nélkül, szinte azonnal képes az inflációt a kívánt irányba befolyásolni és ezáltal mérsékelni tudja a gazdaság ciklikus kilengéseit.

Ebben a fejezetben a piaci kapcsolati hálózattal kibővített új-keynesi modellt vezetem le és vizsgálom meg. Az új-keynesi Phillips-görbe összefüggés értelmében az infláció a várt

infláció és a GDP-rés függvénye. Az inflációs várakozások emelkedése – egyfajta önbeteljesítő jóslatként – már a jelenben megemeli az infláció mértékét, hiszen a gazdasági szereplők elkezdik hozzáigazítani a döntéseiket a várt magasabb inflációhoz. Így például a fogyasztók számára logikus lehet előre hozni a vásárlást a jelenlegi alacsonyabb árak mellett, ez viszont a kereslet emelkedése miatt már rövidtávon az árak emelkedéséhez vezet. A GDP-rés a tényleges kibocsátás potenciális (hosszútávú egyensúlyi) értékétől való eltérését jelöli. Pozitív GDP-rés a gazdaság túlfűtöttségét jelenti, a gazdaságra jellemző általános túlkereslet pedig az árak emelkedését eredményezi. Amint azt rövidesen látni fogjuk, a piaci kapcsolati hálózat nemteljessége esetén az új-keynesi Phillips-görbében megjelenik egy harmadik, hálózati paramétereiktől függő tag is és a piaci hálózatnak árdinamikát befolyásoló hatása lesz. Ennek oka, hogy a hálózat evolúciója – a kereslet-kínálati viszonyok megváltozása miatt – átváltotatásra készíti a szereplőket, vagyis a hálózati tökéletlenségek megjelennek a gazdaság dinamikus viselkedésében is, ami a fejezet fő tanulságát adja.

A fejezet felépítése a következő. Az *1. szakaszban* a háztartások és a vállalatok dinamikusan (hosszú távon) optimalizáló döntéseit ismertetem a kapcsolati hálózatot is figyelembe véve. A *2. és 3. szakasz* a piaci kapcsolati hálózattal kibővített új-keynesi modell levezetését mutatja be. Végül az *4. szakaszban* a piaci kapcsolati hálózatot érintő sokkok szerepét vizsgálom a gazdaság dinamikai viselkedésében. A *5.1. táblázat* összefoglalja a fejezetben alkalmazott legfontosabb jelöléseket és jelentésüket.

5.1. A háztartások és a vállalatok döntése

A modellben a háztartások reprezentativitását feltételezem, és annak érdekében, hogy a levezetés minél egyszerűbb legyen a vállalatokra vonatkozóan a legegyszerűbb esetet tekintem, vagyis az egytípusú, kapcsolati szempontból is reprezentatív vállalat esetét. Ez azt jelenti, hogy a vállalatok és a háztartások kapcsolódására jellemző paraméter az eddigi jelölésrendszerrel konzisztensen d . Normáljuk le továbbá most is a szereplők számát egységre. A levezetések során ezúttal is Galí (2008) munkájára támaszkodom.

5.1.1. Háztartások

A modell mikroökonómiai alapját – ezúttal is – a *3. fejezetben* bemutatott hálózati modell adja. Elevenítsük fel a 3.7 összefüggés szerinti keresleti függvényt, melyet a háztartások egyedi termékek iránti fogyasztási döntése alapján kaptunk meg:

$$c_{ij,t} = s_{ij,t} C_{i,t} \left(\frac{P_{j,t}}{P_{i,t}^H} \right)^{-\varepsilon} \quad (5.1)$$

5.1. táblázat. Az 5. fejezetben használt jelölések és jelentésük

<i>Jelölés</i>	<i>Elnevezés</i>
C_t	Háztartások aggregált fogyasztása t időszakban
P_t^H	Háztartások által érzékelt árindex t időszakban
N_t	Háztartások munkakínálata t időszakban
W_t	A munka egységára t időszakban
i_t	Nominális kamatláb t időszakban
ε	Termékek közötti helyettesítés rugalmassága (konstans)
β	Diszkontfaktor (konstans)
φ	Munkakínálat rugalmassága (konstans)
σ	Intertemporális helyettesítés rugalmassága a fogyasztásban (konstans)
d_t	A reprezentatív vállalat kapcsolatainak aránya t időszakban
y_t	A reprezentatív vállalat termelése t időszakban
l_t	A reprezentatív vállalat által felhasznált munkaerő mennyisége t időszakban
A_t	A reprezentatív vállalat termelékenysége t időszakban
p_t	A reprezentatív vállalat termékének ára t időszakban
α	A munkaerő termelési rugalmasságát meghatározó paraméter (konstans)
θ	Az árat nem változtató vállalatok aránya egy adott periódusban (konstans)
Y_t	Makrogazdasági kibocsátás a t időszakban
P_t	Általános árindex a t időszakban
L_t	Vállalatok aggregált munkakereslete a t időszakban
MC_t, mc_t	Makroszintű nominális- illetve reál-határköltség a t időszakban
d_t^N	A hálózati sűrűség egyensúlyi értéke t időszakban
Π_t	Infláció a t időszakban
x_t	GDP-rés a t időszakban

Forrás: Saját szerkesztés

ahol $c_{ij,t}$ a háztartás j vállalat terméke iránti kereslete, $C_{i,t}$ a kompozit fogyasztása, $p_{j,t}$ a j vállalat termékének ára, $P_{i,t}^H$ a háztartás által érzékelt árindex, $s_{ij,t}$ pedig az i háztartás és j vállalat közötti kapcsolatot jelöli a t periódusban.¹

Az új-keynesi modellben a háztartások emellett meghatározzák az optimális munkakínálatukat, illetve fogyasztási pályájukat is egy dinamikus döntési probléma keretében. Az i háztartás célja, hogy az élettartam-hasznosságának jelenértékét maximalizálja adott költségvetési korlát mellett, az alábbiak szerint:

$$\begin{aligned} \max_{C_{i,t}, N_{i,t}} \quad & U_{i,0} = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{C_{i,t}^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_{i,t}^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right) \\ \text{s.t.} \quad & P_{i,t}^H C_{i,t} + B_{i,t} = (1 + i_{t-1}) B_{i,t-1} + W_t N_{i,t} \end{aligned} \quad (5.2)$$

ahol β diszkonttényező, $B_{i,t}$ az i háztartás által vásárolt kötvények értéke, i_t nominális kamatláb, $N_{i,t}$ a háztartás munkakínálata, W_t pedig a munka költsége a t periódusban. σ és φ a hasznossági függvény paraméterei, a fogyasztásra és munkakínálatra vonatkozó rugalmassági tényezők. A feladat megoldásaként megkapjuk a munkakínálati függvényt (intratemporális kritérium), valamint az Euler-egyenletet (intertemporális kritérium), melyekben ezúttal a háztartás által érzékelt árindex szerepel:²

$$\frac{W_t}{P_{i,t}^H} = \frac{N_{i,t}^\varphi}{C_{i,t}^{-\sigma}} \quad (5.3)$$

$$\beta E_t \left[\left(\frac{C_{i,t+1}}{C_{i,t}} \right)^{-\sigma} \frac{P_{i,t}^H}{P_{i,t+1}^H} \right] = 1/(1 + i_t) \quad (5.4)$$

5.1.2. Vállalatok

A háztartásokra vonatkozó döntési szabályok ismertetése után nézzük, miként alakul a vállalatok optimális viselkedése, ha a gazdaságban ármerevségek érvényesülnek. Elsőként elevenítsük fel a vállalatok termelési függvényét:

$$y_{j,t} = A_{j,t} l_{j,t}^{1-\alpha} \quad (5.5)$$

ahol $y_{j,t}$ és $A_{j,t}$ az eddigieknek megfelelően a j vállalat termelése és termelékenysége, illetve legyen $l_{j,t}$ a vállalat munkaerő-felhasználása t -ben. A fenti termelési függvény mellett a vállalatok 3.10 egyenlet szerinti egyensúlyi árára az alábbi összefüggés adódik:

¹Az érzékelt árindex jelölése eltér az eddig megszokott jelöléstől, hiszen kapott egy H felső indexet, aminek az oka, hogy P -vel az általános árindexet fogjuk jelölni a továbbiakban.

²Az optimalizálási feladat levezetése a *B.1. függelékben* található.

$$p_{j,t} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \frac{W_t}{(1 - \alpha)A_{j,t}} l_{j,t}^\alpha \quad (5.6)$$

A gazdaságban előforduló ármerevségek esetén a vállalatok nem tudják minden periódusban a fenti optimális árat meghatározni, emiatt a vállalatok árdöntését befolyásolják a jövőbeli áralakulással kapcsolatos várakozásaik is. Ehhez feltesszük, hogy egy adott vállalat csak $1 - \theta$ eséllyel képes a t periódusban optimális árat beállítani. θ tehát az árrugalmatlanság paramétere, az ún. Calvo-paraméter (lásd Calvo, 1983). A j vállalatnak ekkor a következő profitmaximalizálási problémát kell megoldania:

$$\begin{aligned} \max_{p_{j,t}} \quad & \Pi_{j,t} = \sum_{k=0}^{\infty} E_t \left\{ (\theta\beta)^k [p_{j,t} y_{j,t+k|t} - TC_{j,t+k}(y_{j,t+k|t})] \right\} \\ \text{s.t.} \quad & y_{j,t+k|t} = p_{j,t}^{1-\varepsilon} \int_0^1 s_{ij,t} C_{i,t+k} P_{i,t+k}^H \varepsilon^{\varepsilon} di \end{aligned} \quad (5.7)$$

ahol az $y_{j,t+k|t}$ kifejezés jelöli a j vállalat termelését a $t + k$ periódusban, amennyiben a t periódusban meghatározott ár érvényes rá (vagyis a t periódusban tudott utoljára árat változtatni). Ezek szerint a vállalat úgy szeretné meghatározni az árat, hogy az árváltoztatás bizonytalanságát figyelembe véve maximalizálja a jelen és jövő periódusokban várható profitjának jelenértékét. A feladat jól ismert megoldásaként megkapjuk az áralakulásra vonatkozó alábbi összefüggést:

$$\tilde{p}_{j,t} - \tilde{P}_{t-1} = (1 - \theta\beta) \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k E_t \left(\tilde{mc}_{j,t+k|t} - \ln \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} + \tilde{P}_{t+k} - \tilde{P}_{t-1} \right) \quad (5.8)$$

ahol $\tilde{x} = \ln(x)$ jelöli az x változó logaritmusát, $mc_{j,t+k|t} = \frac{MC_{j,t+k|t}}{P_{t+k}}$ a j vállalat reál-határkölsége, míg $P_t = \left[\int_0^1 p_{l,t}^{1-\varepsilon} dl \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$ általános árindex, ami az egyedi vállalatok árainak CES-aggregátumaként van értelmezve a modellben. Az optimális összefüggés alapján a vállalat egyrészt az általános árindex várható változásaira reagál ($\tilde{P}_{t+k} - \tilde{P}_{t-1}$), másrészt figyelembe veszi a termelés reál-határkölségének állandósult állapotbeli (steady state) értékétől való várható eltérését ($\tilde{mc}_{j,t+k|t} - \ln \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}$).

5.2. Az új-keynesi Phillips-görbe

Az új-keynesi Phillips-görbe levezetésénél a továbbiakban figyelembe vesszük a háztartások és vállalatok reprezentativitására vonatkozó feltevéseket. Az új-keynesi modellben egy adott periódusban csak a vállalatok $1 - \theta$ hányada képes árat változtatni (ők az optimális árat határozzák meg feltevés szerint és mivel reprezentatívak, ezért az optimális ár ugyanaz mindegyikre), míg a vállalatok θ hányada az egy periódussal korábbi árán értékesíti a

termékét. Ekkor a P_t általános árindex az alábbiak szerint írható fel (ahol S azon vállalatok halmaza, akik a t periódusban az ármerevség miatt nem tudnak árat változtatni):

$$\begin{aligned} P_t &= \left(\int_0^1 p_{l,t}^{1-\varepsilon} dl \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} = \left[\int_{l \in S} p_{l,t-1}^{1-\varepsilon} dl + (1-\theta)p_t^{1-\varepsilon} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} = \\ &= [\theta P_{t-1}^{1-\varepsilon} + (1-\theta)p_t^{1-\varepsilon}]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \end{aligned} \quad (5.9)$$

ahol p_t az optimális ár t -ben. A levezetésnél kihasználtuk, hogy a t -ben árat nem változtató vállalatok árainak eloszlása megegyezik a $t-1$ -ben érvényes árak eloszlásával, és ezt korrigáltuk a θ paraméterrel az árat nem változtató vállalatok arányára vonatkozó feltevésnek megfelelően.

Hasonlóan, a reprezentatív háztartás által érzékelt árindex is felírható, illetve átalakítható az alábbiaknak megfelelően:

$$P_t^H = \left(\int_0^1 s_{*l,t} p_{l,t}^{1-\varepsilon} dl \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} = \left(d_t \int_0^1 p_{l,t}^{1-\varepsilon} dl \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} = d_t^{\frac{1}{1-\varepsilon}} P_t \quad (5.10)$$

ahol a 4. fejezetben már bevezetett d jelölést használjuk a reprezentatív vállalattal kapcsolatban levő háztartások arányára. Az összefüggés alapján is látszik az információs aszimmetria a vállalatok és a háztartások között. Mivel $0 < d_t < 1$ és $\varepsilon > 1$, a háztartások által érzékelt árindex szigorúan magasabb, mint a valódi árindex: $P_t^H > P_t$. Vagyis megjelenik egy információs aszimmetria a piacon a háztartások és a vállalatok között, amely oka a nem teljes kapcsoltság miatti korlátozott informáltság árakat torzító hatása.

Az új-keynesi Phillips-görbe levezetésének első lépése az, hogy az áralakulásra vonatkozó 5.8 számú egyenletet a vállalati reál-határköltség ($\widetilde{mc}_{j,t+k|t}$) helyett a makroszintű reál-határköltség ($\widetilde{mc}_{t+k|t}$) függvényében írjuk fel. Ehhez első lépésben levezetünk egy összefüggést a makrogazdasági kibocsátásra, majd ennek segítségével felírunk egy összefüggést a vállalati és a makrogazdasági határköltség között, amit végül visszahelyettesítünk az áralakulásra vonatkozó egyenletbe.

Egyensúly akkor áll fenn a termékek piacán, ha az egyes vállalatok kínálata megegyezik a termékük iránti összes kereslettel. Reprezentatív háztartásokat feltételezve ez nagyon egyszerű formát ölt:

$$y_{j,t} = \int_0^1 c_{ij,t} di = \int_0^1 s_{ij,t} C_{i,t} \left(\frac{p_{j,t}}{P_t^H} \right)^{-\varepsilon} di = d_t C_t \left(\frac{p_{j,t}}{P_t^H} \right)^{-\varepsilon} \quad (5.11)$$

Kihasználva az 5.10 összefüggést, illetve a $C_t = Y_t$ egyensúlyi feltételt, a j vállalat termelése

és a makrogazdasági kibocsátás között az alábbi egyensúlyi összefüggést tudjuk felírni:

$$y_{j,t} = d_t^{\frac{1}{1-\varepsilon}} Y_t \left(\frac{p_{j,t}}{P_t} \right)^{-\varepsilon} \quad (5.12)$$

Ezt fogjuk kihasználni az aggregált munkakereslet levezetésében:

$$\begin{aligned} L_t &= \int_0^1 l_{j,t} dj = \int_0^1 \left(\frac{y_{j,t}}{A_t} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} dj = \int_0^1 \left[d_t^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \left(\frac{p_{j,t}}{P_t} \right)^{-\varepsilon} \frac{Y_t}{A_t} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} dj = \\ &= d_t^{\frac{1}{(1-\alpha)(1-\varepsilon)}} \left(\frac{Y_t}{A_t} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \int_0^1 \left(\frac{p_{j,t}}{P_t} \right)^{\frac{-\varepsilon}{1-\alpha}} dj \end{aligned} \quad (5.13)$$

ahol L_t a vállalatok aggregált munkakereslete, a kifejezés utolsó tagja pedig az egyéni árak árindextől való relatív eltéréseinek összege. Galí (2008) alapján bebizonyítható, hogy ennek értéke közelítőleg 1, vagyis elhagyható az összefüggésből.³ Ebből egyúttal az is következik, hogy az aggregált kibocsátásra pontosan ugyanazt kapjuk, mint nominális merevségek hiányában (kivéve, hogy most nem normáltuk le az aggregált munkakeresletet egységre):

$$Y_t = A_t L_t^{1-\alpha} d_t^{\frac{1}{\varepsilon-1}} \quad (5.14)$$

Az imént levezetett, makrogazdasági kibocsátásra vonatkozó összefüggés lehetővé teszi, hogy felírjuk a makrogazdasági szinten érvényes nominális határkölséget:

$$MC_t = \frac{W_t}{MP_{L_t}} = \frac{W_t}{1-\alpha} \left(\frac{Y_t}{A_t} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} d_t^{\frac{1}{(1-\alpha)(1-\varepsilon)}} \quad (5.15)$$

Az 5.5 termelési függvényre a vállalati szintű nominális határkölség az alábbi lesz:

$$MC_{j,t} = \frac{W_t}{MP_{l_{j,t}}} = \frac{W_t}{1-\alpha} \left(\frac{y_{j,t}}{A_t} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (5.16)$$

A kettő között ezek szerint a következő összefüggést tudjuk felírni:

$$MC_{j,t} = MP_t \left(\frac{y_{j,t}}{Y_t} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} d_t^{\frac{1}{(1-\alpha)(1-\varepsilon)}} \quad (5.17)$$

amely árak függvényében felírva az alábbi lesz:

$$MC_{j,t} = MC_t \left(\frac{p_{j,t}}{P_t} \right)^{-\frac{\alpha\varepsilon}{1-\alpha}} d_t^{\frac{1}{\varepsilon-1}} \quad (5.18)$$

³A bizonyítás megtalálható a B.2. függelékben.

ahol kihasználtuk az 5.12 kifejezést. Az összefüggés bármely periódusban fennáll, vagyis:

$$MC_{j,t+k|t} = MC_{t+k} \left(\frac{p_{j,t+k|t}}{P_{t+k}} \right)^{-\frac{\alpha\varepsilon}{1-\alpha}} d_{t+k}^{\frac{1}{\varepsilon-1}} \quad (5.19)$$

ahol definíció szerint $p_{j,t+k|t} = p_{j,t}$.

Annak érdekében, hogy a kifejezésben a nominális határkölségek helyett a reál-értékek szerepeljenek, osszuk le mindkét oldalt P_{t+k} -val és vegyük mindkét oldal logaritmusát (alkalmazva a szokásos jelöléseket):

$$\widetilde{mc}_{j,t+k|t} = \widetilde{mc}_{t+k} - \frac{\alpha\varepsilon}{1-\alpha} (\widetilde{p}_{j,t} - \widetilde{P}_{t+k}) + \frac{1}{\varepsilon-1} \widetilde{d}_{t+k} \quad (5.20)$$

Ezt fogjuk visszahelyettesíteni az áralakulásra vonatkozó 5.8 egyenletbe. A levezetésnél egy fontos feltevéssel élek. Mivel a d_t kapcsolódási valószínűség nem egy jól megfigyelhető változó, a vállalatok árdöntésükbe ennek egy természetes, egyensúlyi értékét építik be. Jelöljük ezt az egyensúlyi értéket d_t^N -nel.⁴ A feltételezés szerint a vállalatok árdöntésükbe ezt a természetes mértéket építik be, vagyis minden periódusban ezt a nagyságot anticipálják: $E_t(d_{t+k}) = d_{t+k}^N$. Ekkor – elvégezve néhány egyszerű átalakítást – az alábbi összefüggéshez jutunk:⁵

$$\begin{aligned} \widetilde{p}_{j,t} - \widetilde{P}_{t-1} &= \theta\beta E_t(\widetilde{p}_{j,t+1} - \widetilde{P}_t) + \widetilde{P}_t - \widetilde{P}_{t-1} + \\ &+ \frac{(1-\theta\beta)(1-\alpha)}{1+\alpha(\varepsilon-1)} \left(\widetilde{mc}_t - \ln \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon-1} \widetilde{d}_t^N \right) \end{aligned} \quad (5.21)$$

Vegyük észre, hogy a kifejezés utolsó, zárójeles tagja ezúttal a makroszinten érvényes reál-határkölség (\widetilde{mc}_t) egyfajta egyensúlyi, természetes értékétől ($\ln \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon-1} \widetilde{d}_t^N$) való eltérését jelöli – akárcsak az eredeti modellben, annyi különbséggel, hogy a reál-határkölség egyensúlyi értéke ezúttal nem független a kapcsolati hálózattól. Jelöljük ezt a továbbiakban \widehat{mc}_t -vel.

Az új-keynesi Phillips-görbe levezetésének következő lépéseként az egyedi árakat is kihelyettesítjük az 5.21 egyenletben. Elevenítsük fel az árindex 5.9 képletét és írjuk fel a log-linearizált alakját:⁶

$$\frac{1}{1-\theta} (\widetilde{P}_t - \widetilde{P}_{t-1}) = \widetilde{p}_{j,t} - \widetilde{P}_{t-1} \quad (5.22)$$

Helyettesítsük be az előbbi összefüggést az árak alakulását leíró 5.21 összefüggésbe:

$$\frac{1}{1-\theta} (\widetilde{P}_t - \widetilde{P}_{t-1}) = \frac{\theta\beta}{1-\theta} E_t(\widetilde{p}_{t+1} - \widetilde{P}_t) + \widetilde{P}_t - \widetilde{P}_{t-1} + \frac{(1-\theta\beta)(1-\alpha)}{1+\alpha(\varepsilon-1)} \widehat{mc}_t \quad (5.23)$$

⁴A t alsó index arra utal, hogy ennek a természetes nagyságnak az értéke is változhat időben.

⁵A levezetés lépéseit a B.3. függelékben mutatom be.

⁶Az egyenlet log-linearizálása a B.4. függelékben megtalálható.

Egyszerűsítés és összevonás után:

$$\tilde{P}_t - \tilde{P}_{t-1} = \beta E_t \left(\tilde{P}_{t+1} - \tilde{P}_t \right) + \frac{(1-\theta)(1-\theta\beta)(1-\alpha)}{\theta[1+\alpha(\varepsilon-1)]} \widehat{mc}_t \quad (5.24)$$

Vegyük észre, hogy a $\tilde{P}_t - \tilde{P}_{t-1}$ kifejezés valójában a t periódus inflációja. Alkalmazzuk a $\pi_t = \tilde{P}_t - \tilde{P}_{t-1}$ jelölést és alakítsuk át az egyenletet:

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \frac{(1-\theta)(1-\theta\beta)(1-\alpha)}{\theta[1+\alpha(\varepsilon-1)]} \widehat{mc}_t \quad (5.25)$$

Ezzel megkaptuk a Phillips-görbe reál-határkölségtől függő változatát.

A Phillips-görbe levezetéséből már csak annyi van hátra, hogy az inflációt a határkölség helyett az output-gap függvényében írjuk fel. Ehhez elsőként elevenítsük fel \widehat{mc}_t definícióját:

$$\widehat{mc}_t = \widehat{MC}_t - \tilde{P}_t = \tilde{W}_t - \tilde{P}_t - \ln(1-\alpha) + \frac{\alpha}{1-\alpha} \tilde{Y}_t - \frac{1}{1-\alpha} \tilde{A}_t + \frac{1}{(1-\alpha)(1-\varepsilon)} \tilde{d}_t \quad (5.26)$$

A munkapiac és termékpiacon egyensúlyi feltétele alapján a háztartások 5.3 intratemporális összefüggésének az alábbi formában kell teljesülnie (ahol szintén linearizáltuk az összefüggést):

$$\tilde{W}_t - \tilde{P}_t^H = \varphi \tilde{L}_t + \sigma \tilde{Y}_t = \frac{\varphi}{1-\alpha} \tilde{Y}_t - \frac{\varphi}{1-\alpha} \tilde{A}_t + \frac{\varphi}{(1-\alpha)(1-\varepsilon)} \tilde{d}_t + \sigma \tilde{Y}_t \quad (5.27)$$

Az egyensúlyi feltétel bal oldalán a háztartások által érzékelt árindex szerepel. Kihasználva az 5.10 összefüggést, a kifejezést fel tudjuk írni az általános árindex függvényében:

$$\tilde{W}_t - \tilde{P}_t^H = \tilde{W}_t - \tilde{P}_t - \frac{1}{1-\varepsilon} \tilde{d}_t \quad (5.28)$$

Az egyensúlyi feltétel tehát:

$$\tilde{W}_t - \tilde{P}_t = \frac{\varphi}{1-\alpha} \tilde{Y}_t - \frac{\varphi}{1-\alpha} \tilde{A}_t + \frac{\varphi + (1-\alpha)}{(1-\alpha)(1-\varepsilon)} \tilde{d}_t + \sigma \tilde{Y}_t \quad (5.29)$$

Visszahelyettesítve ezt \widehat{mc}_t egyenletébe, a következőt kapjuk:

$$\widehat{mc}_t = \frac{\alpha + \varphi + \sigma(1-\alpha)}{1-\alpha} \tilde{Y}_t - \frac{1+\varphi}{1-\alpha} \tilde{A}_t - \ln(1-\alpha) + \frac{(1-\alpha) + (1+\varphi)}{(1-\alpha)(1-\varepsilon)} \tilde{d}_t \quad (5.30)$$

Értelmezzük a reál-határkölség steady state értékét úgy, mint rugalmas árak és konstans

(nem változó) hálózati kapcsolódási valószínűség mellett érvényes reál-határkölséget:

$$\widetilde{mc} = \frac{\alpha + \varphi + \sigma(1 - \alpha)}{1 - \alpha} \widetilde{Y}_t^N - \frac{1 + \varphi}{1 - \alpha} \widetilde{A}_t - \ln(1 - \alpha) + \frac{(1 - \alpha) + (1 + \varphi)}{(1 - \alpha)(1 - \varepsilon)} \widetilde{d}_t^N \quad (5.31)$$

ahol Y_t^N az ármerevségek hiányában érvényes (rugalmas áras) egyensúlyi kibocsátást jelöli. A két kifejezés alapján:

$$\widehat{mc}_t = \widetilde{mc}_t - \widetilde{mc} = \frac{\alpha + \varphi + \sigma(1 - \alpha)}{1 - \alpha} (\widetilde{Y}_t - \widetilde{Y}_t^N) + \frac{(1 + \alpha) + (1 + \varphi)}{(1 - \alpha)(1 - \varepsilon)} (\widetilde{d}_t - \widetilde{d}_t^N) \quad (5.32)$$

Visszahelyettesítve ezt a Phillips-görbe összefüggésbe, valamint alkalmazva az output-gap-re az $x_t = \widetilde{Y}_t - \widetilde{Y}_t^N$ jelölést, megkapjuk az új-keynesi Phillips-görbe kibocsátási réstől függő változatát:

$$\begin{aligned} \pi_t = & \beta E_t \pi_{t+1} + \frac{(1 - \theta)(1 - \theta\beta)[\alpha + \varphi + \sigma(1 - \alpha)]}{\theta[1 + \alpha(\varepsilon - 1)]} x_t + \\ & + \frac{(1 - \theta)(1 - \theta\beta)[(1 - \alpha) + (1 + \varphi)]}{\theta(1 - \varepsilon)[1 + \alpha(\varepsilon - 1)]} (\widetilde{d}_t - \widetilde{d}_t^N) \end{aligned} \quad (5.33)$$

Az 5.33 új-keynesi Phillips-görbe utolsó tagja a piaci kapcsolati hálózat inflációs dinamikában betöltött szerepét adja meg. Vegyük észre, hogy hálózati tökéletlenségek hiánya esetén ($d_t = d_t^N = 1$) visszakapjuk az eredeti Phillips-görbét, azaz a standard modellnek megfelelő esetet. Másrészt, ha a szereplők jól anticipálják a hálózati dinamikát, vagyis a hálózat sűrűségét kifejező kapcsolódási valószínűség szereplők által feltételezett, természetes értéke megegyezik az aktuális értékével ($d_t = d_t^N$), a hálózat változásának nincs inflációs hatása. Végül, amennyiben nincs hálózati dinamika, vagyis a hálózat konstans ($d_t = d_t^N = d$), a hálózatnak ugyancsak nincs hatása az inflációra. Ellenben minden olyan esetben, amikor a szereplők rosszul anticipálják a hálózati dinamikát ($d_t \neq d_t^N$), a kapcsolati hálózat megváltozásának inflációs hatása lesz.

5.3. Az új-keynesi IS-görbe

Az IS-görbe összefüggés levezetéséhez a háztartásokra vonatkozó 5.4 számú intertemporális összefüggést log-linearizáljuk, kihasználva a makroszinten érvényes $C_t = Y_t$ egyensúlyi

feltételt, illetve az árindexek kapcsolatát leíró 5.10 összefüggést:

$$\begin{aligned}
E_t \left[\left(\frac{Y_t}{Y_{t+1}} \right)^{-\sigma} \frac{P_{t+1}^H}{P_t^H} \right] &= \beta(1 + i_t) \\
-\sigma \left(\tilde{Y}_t - E_t \tilde{Y}_{t+1} \right) + E_t \pi_{t+1} + \frac{1}{1 - \varepsilon} \left(E_t \tilde{d}_{t+1} - \tilde{d}_t \right) &= \ln \beta + \ln(1 + i_t) \\
\tilde{Y}_t = E_t \tilde{Y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma} \left[i_t - E_t \pi_{t+1} + \frac{1}{\varepsilon - 1} \left(E_t \tilde{d}_{t+1} - \tilde{d}_t \right) - \ln \beta \right] &
\end{aligned} \tag{5.34}$$

ahol kihasználtuk, hogy $\ln(1 + i_t) \simeq i_t$. Végezetül írjuk fel az imént kapott egyenletet az output-gap-változókkal:

$$x_t = E_t x_{t+1} - \frac{1}{\sigma} \left[i_t - E_t \pi_{t+1} + \frac{1}{\varepsilon - 1} \left(E_t \tilde{d}_{t+1} - \tilde{d}_t \right) - \ln \beta - \sigma \Delta \tilde{Y}_t^N \right] \tag{5.35}$$

Ezek szerint a háztartások optimális fogyasztási pályáját befolyásolja a piaci kapcsolati hálózat sűrűsége, pontosabban ennek várható változása. Ha a háztartások a hálózat sűrűségének növekedését anticipálják (nő a kapcsolati és így a tranzakciós bázis), akkor időben átrendezik a fogyasztásukat, azaz a jelenben kevesebbet, a jövőben többet fogyasztanak (a $E_t \tilde{d}_{t+1} - \tilde{d}_t$ tag előjele negatív). Ennek magyarázata a modell alapvető sajátosságából adódik. Ahogy azt már megállapítottuk, a sűrűbb piaci hálózat magasabb fogyasztási szintet, vagyis adott fogyasztási szint mellett olcsóbb fogyasztást tesz lehetővé. Ebből pedig logikusan következik, hogy a háztartások csökkentik a jelenbeli fogyasztásukat, hiszen ezzel egy magasabb fogyasztási pályát tudnak elérni.

Összességében tehát az látszik az eddigiek alapján, hogy a hálózati dinamika befolyásolja mind az inflációs pályát (közvetlenül a Phillips-görbén keresztül, közvetve pedig az IS-görbén keresztül), mind pedig a kibocsátás alakulását (közvetlenül az IS-görbén keresztül, közvetve pedig a Phillips-görbén keresztül). Hálózati dinamika hiányában (konstans hálózat mellett) azonban a hálózatnak nincs hatása a gazdaság dinamikai viselkedésére, a szereplők pontosan anticipálják a hálózati sűrűséget, ezért annak nem lesz inflációs, illetve output-rést érintő hatása.

5.4. A piaci kapcsolati hálózat szerepe a modellben

Az előzőekben láttuk, hogy amennyiben a piaci kapcsolati hálózat nem teljes és emiatt a háztartások csak a vállalatok egy adott részhalmazával vannak kapcsolatban, akkor az újkeynesi Phillips-görbe és IS-görbe összefüggésekben megjelenik egy-egy újabb tag, ami ennek a tökéletlen kapcsoltságnak a gazdasági dinamikai hatását mutatja meg. Ebben a szakaszban közelebbről is megvizsgáljuk a hálózat jelentőségét a modellben.

A piaci kapcsolati hálózattal kibővített új-keynesi modell eddig az 5.33 és az 5.35 összefüggésekből áll. A két egyenlet összesen hat ismeretlent (π_t , x_t , i_t , \tilde{Y}_t^N , \tilde{d}_t és \tilde{d}_t^N) tartalmaz. Legyen \tilde{d}_t^N konstans, vagyis $\tilde{d}_t^N = \tilde{d}^N$, \tilde{d}_t pályája pedig legyen a következő egyszerű, AR(1)-es folyamat: $\tilde{d}_t = \tilde{d}^N + \rho_d(\tilde{d}_{t-1} - \tilde{d}^N) + \xi_d$, ahol $\rho_d < 1$ és ξ_d a hálózatot érő sokk. Az összefüggés értelmében az egyszeri sokk hatása több perióduson keresztül fennmarad, de a hatás mértéke folyamatosan csökken, a hálózati sűrűség visszaáll annak természetes szintjére. A kibocsátás természetes szintjét úgy definiáltuk, mint annak rugalmas áralakulás mellett érvényes egyensúlyi szintjét. Az előző fejezetben láttuk, hogy ennek értéke a paraméterek és az exogén változók által egyértelműen meghatározott:

$$\tilde{Y}_t^N = \frac{1 - \alpha}{\sigma(1 - \alpha) + \varphi + \alpha} \ln \left((1 - \alpha) \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right) + \frac{1 + \varphi}{(\varepsilon - 1)[\sigma(1 - \alpha) + \varphi + \alpha]} \tilde{d}^N \quad (5.36)$$

Mivel ez utóbbi kifejezés láthatóan konstans, a kibocsátás természetes szintje nem változik. Ekkor a változót elhagyhatjuk az egyenletrendszerből.

Annak érdekében, hogy jól determinált modellünk legyen, szükségünk van még egy egyenletre. A standard eljárás az, hogy az eddigi egyenletek mellé beveszünk egy kamatalakulásra vonatkozó szabályt, ami a nominális kamatlábra ír elő egy inflációtól és output-gap-tól függő összefüggést:

$$i_t = \ln \beta + \Phi_\pi \pi_t + \Phi_x x_t \quad (5.37)$$

ahol $\Phi_\pi > 0$ és $\Phi_x > 0$. A fenti kamatszabály lényege, hogy a gazdaság egyensúlyitól eltérő helyzete esetén a monetáris hatóság az alapkamat megfelelő változtatásával képes a gazdaságot visszaterelni az egyensúlyi helyzetébe. Inflációs célkövető politika esetén jellemzően $\Phi_\pi \gg \Phi_x$.

Az így definiált, teljes modell az alábbi egyenletekből áll:⁷

$$\begin{aligned} \tilde{d}_t &= \tilde{d}^N + \rho_d (\tilde{d}_{t-1} - \tilde{d}^N) + \xi_d \\ \pi_t &= \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa_x x_t + \kappa_d (\tilde{d}_t - \tilde{d}^N) \\ x_t &= E_t x_{t+1} - \frac{1}{\sigma} \left[i_t - E_t \pi_{t+1} + \frac{1}{\varepsilon - 1} (E_t \tilde{d}_{t+1} - \tilde{d}_t) - \ln \beta \right] \\ i_t &= \ln \beta + \Phi_\pi \pi_t + \Phi_x x_t \end{aligned} \quad (5.38)$$

A következő szimulációkban – igazodva Galí (2008)-hoz – alkalmazzuk az 5.2. táblázatban

7

$$\begin{aligned} \kappa_x &= \frac{(1 - \theta)(1 - \theta\beta)[\alpha + \varphi + \sigma(1 - \alpha)]}{\theta[1 + \alpha(\varepsilon - 1)]} \\ \kappa_d &= \frac{(1 - \theta)(1 - \theta\beta)[(1 - \alpha) + (1 + \varphi)]}{\theta(1 - \varepsilon)[1 + \alpha(\varepsilon - 1)]} \end{aligned}$$

közölt értékeket az egyes paraméterekre.

5.2. táblázat. A sokk-szimulációkban használt paraméterek jelölése, megnevezése és értéke

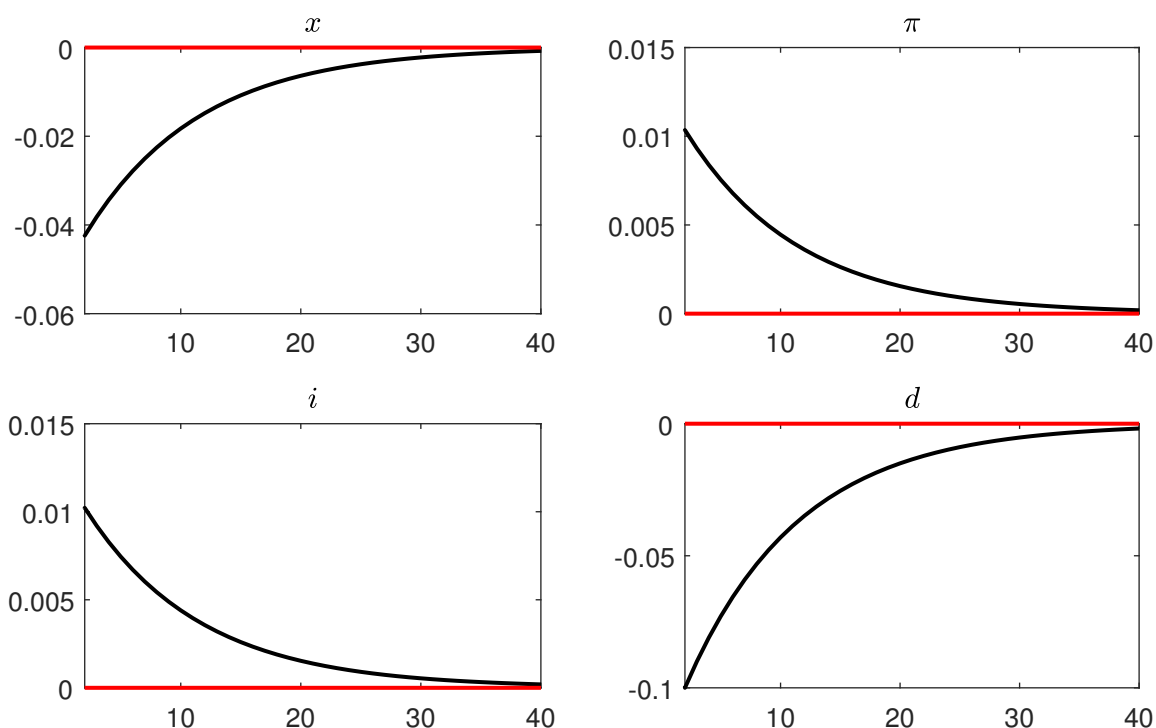
<i>Jelölés</i>	<i>Elnevezés</i>	<i>Érték</i>
α	Munkaerő termelési rugalmasságát meghatározó paraméter	1/3
β	Diszkontfaktor	0,99
φ	Munkakínálat rugalmassága	1
σ	Intertemporális helyettesítés rugalmassága	1
ε	Termékek közötti helyettesítés rugalmassága	4
θ	Árrugalmatlanság mértéke	3/4
ρ_d	Hálózati sűrűség pályáját leíró AR(1) együttható	0,9
\tilde{d}^N	Piaci hálózati sűrűség természetes értéke	$\ln 1/2$
Φ_π	Kamatszabály inflációra vonatkozó együtthatója	1,5
Φ_x	Kamatszabály GDP-résre vonatkozó együtthatója	0,125

Forrás: Saját szerkesztés

Az 5.1. ábra egy 10%-os negatív hálózati sokk hatását mutatja a különböző endogén változókra.⁸ Az ábra alapján az egyszeri, nem várt negatív hálózati sokk negatív GDP-gap-et és átmeneti inflációt eredményez. Ennek egy lehetséges magyarázata a következő. A gazdasági szereplők érzékelik, hogy a hálózati sűrűség elmarad annak természetes szintjétől, hiszen kevesebb terméket tudnak megvásárolni a piacon. Annak érdekében, hogy a háztartások a megszokott aggregált fogyasztási szintet fenn tudják tartani, nyilvánvalóan növelniük kell a továbbra is elérhető termékek iránti keresletüket. Vagyis a ritkább hálózatban a vállalatok arra számítanak, hogy a háztartások az így kieső fogyasztást magasabb kereslettel kompenzálják, vagyis a vállalatok a termékük iránti kereslet növekedésére számítanak. Ez arra ösztönzi az árat változtató vállalatokat, hogy emeljék áraikat, ami rövid távon inflációt eredményez. A hatás mértékét befolyásolja az árak ragadoossága, ahogy θ tart 0-hoz (egyre kisebb az ármereség), a hatás (és így az infláció mértéke) növekszik. Az inflációt a monetáris hatóság a kamatláb növelésével próbálja meg visszaszorítani. A növekvő árak, a magasabb kamatláb, valamint a hálózati sűrűség várható alkalmazkodása az egyensúlyi értékéhez arra készíti a háztartásokat, hogy visszafogják a fogyasztásukat. Ez pedig átmenetileg negatív GDP-rést eredményez.

⁸Egy ilyen negatív hálózati sokk lehet például egy jelentős piaci szereplő kilépése a piacról.

5.1. ábra. Impulzusválaszok a modellben 10%-os negatív hálózati sokk hatására ($\xi_d = -0,1$)



Forrás: Saját szerkesztés Matlab segítségével

Sokk-szimulációk különböző hálózatokban

Az előző szimulációban a hálózati sokk közvetlenül a hálózat sűrűségét érintette és méretét tetszőlegesen választottuk meg. Mivel hálózatokkal van dolgunk, természetes módon adódik, hogy egy negatív hálózati sokkot úgy szimuláljunk, mintha a hálózat valamely csomópontját kivennénk a hálózatból. Egy ilyen esemény ugyanis várhatóan módosítani fogja a hálózat sűrűségét is. Ebben a megközelítésben relevánssá válik a hálózat struktúrája, hiszen különböző felépítésű hálózatok eltérően reagálnak egy ilyen sokk-hatásra amiatt, hogy nem lényegtelen, hogy a hálózat mely elemét vesszük ki a hálózatból. Ha ugyanis egy központi, magas foksámú szereplőt távolítunk el, az várhatóan erősebb hatást gyakorol a sűrűségre, mintha egy kevés kapcsolattal rendelkező, periférikus szereplőt. Ugyanígy az is releváns, hogy a hálózatnövekedés mely fázisában sokkolunk egy hálózatot. Ha a korai szakaszban, amikor a hálózat még relatíve kicsi, egy szereplő eltávolításának erőteljesebb marginális hatása lehet a hálózat sűrűségére, mint egy nagyméretű, érett korban levő hálózatban.

Ebből a gondolatmenetből kiindulva a továbbiakban azt fogom vizsgálni, miként befolyásolja a gazdasági dinamikát egy negatív hálózati sokk különböző típusú és korú hálózata-

tokban. A negatív hálózati sokkot úgy értelmezem, mint egy olyan eseményt, ami következtében a hálózat egy véletlenszerűen kiválasztott elemét eltávolítjuk. Ennek várhatóan negatív hatása lesz a sűrűsége, vagyis megnézem, miként változik a sokk következtében a sűrűség és feljegyzem azt.

A következőkben vizsgáljuk a már jól ismert, 4.3.2 szakaszban bemutatott három hálózati modellt, vagyis a véletlen, a preferenciális, valamint a szélsőségesen preferenciális hálózati modelleket, illetve mindegyik esetében sokkoljuk a hálózatokat az 50., a 100. és a 150. periódusokban. Ez összesen 3x3 különböző sokk-szimulációnak felel meg (a 3 különböző hálózati modellt 3 különböző időpontban sokkoljuk). Mivel a sokk-szimulációnál véletlenszerűen választunk csomópontot, mindegyik esetre 1000 különböző független szimulációt futtattam. Az 5.3. táblázat megmutatja, átlagosan hány %-kal csökkent az egyes esetekben a hálózati sűrűség a negatív hálózati sokk hatására. Zárójelben szerepelnek a maximális értékek is, vagyis azok az esetek, amikor a legnagyobb hatást gyakorolta a sokk a sűrűsége.

5.3. táblázat. Negatív hálózati sokk hatása a sűrűsége különböző típusú és korú hálózatokban

	$t = 50$	$t = 100$	$t = 150$
Véletlen	-3,29% (-8,30%)	-1,79% (-5,50%)	-1,28% (-3,73%)
Preferenciális	-3,34% (-8,66%)	-1,86% (-5,69%)	-1,24% (-5,41%)
Szélsőségesen pref.	-3,20% (-11,91%)	-1,83% (-8,35%)	-1,24% (-6,05%)

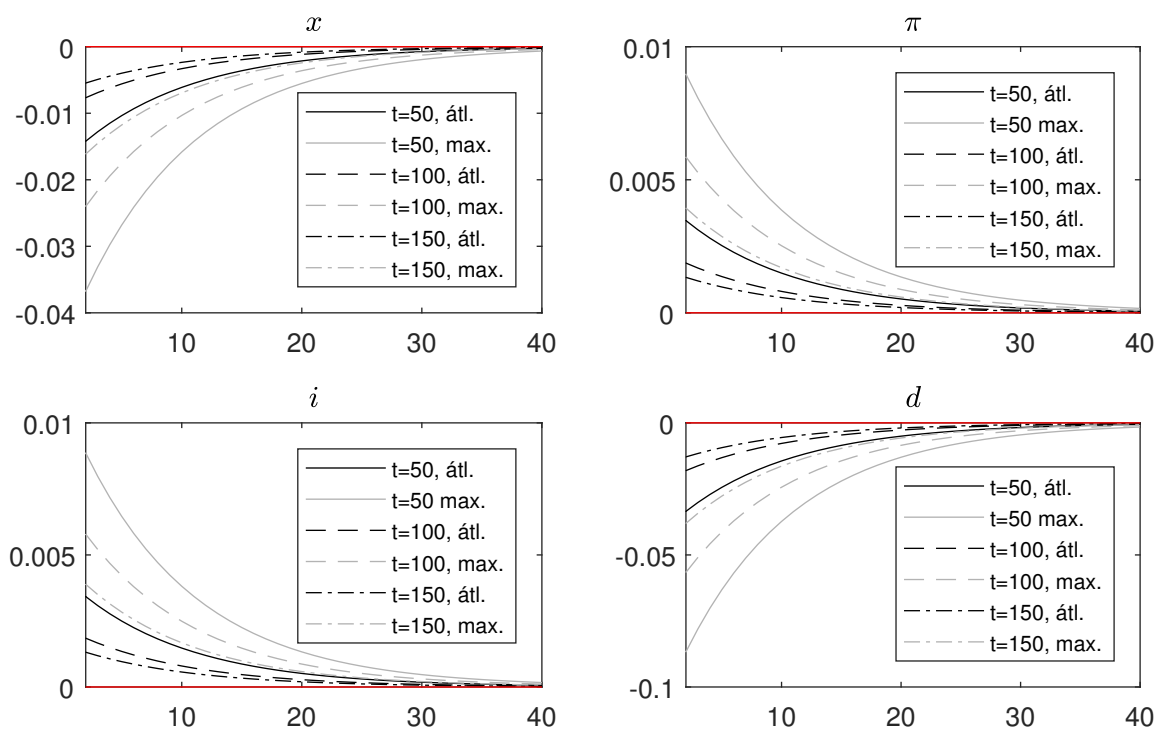
Forrás: Saját szerkesztés

A táblázat alapján kirajzolódik több tendencia is. Egyrészt, hálózati modelltől függetlenül jellemző, hogy a sokknak erőteljesebb a hatása a hálózatfejlődés korai fázisában, vagyis az intuíciónak megfelelően minél kisebb a hálózat, annál nagyobb egy sokk hatása a sűrűsége. Másrészt, átlagos értékeket tekintve a hálózati modellek között nincs lényeges különbség, ugyanakkor a legszélsőségebb eseteket vizsgálva már érdemi különbségeket látunk. Ezek alapján a hálózat méretétől függetlenül mindig a szélsőségesen preferenciális modellben a legnagyobbak a hatások, ezt követi a preferenciális kapcsolódási modell, végül a véletlen modell. Ez logikus, ha felidézzük az egyes modellek fokszámainak eloszlását. A véletlen hálózatnövekedési modellben a fokszámok eloszlása exponenciális, a preferenciális modellben már skálafüggetlen, a szélsőségesen preferenciális modellben pedig extrém módon skálafüggetlen. Ez azt jelenti, hogy a véletlen modellben a legkisebb, a szélsőségesen preferenciális modellben pedig a legnagyobb a valószínűsége annak, hogy extrém magas fokszámú csomópontok előforduljanak a hálózatban.

A különböző esetekben szimulált sokkok sűrűsége tett hatása korrelál a modell endo-

gén változóira tett hatásokkal, ahogy azt a következő ábrák is jól szemléltetik. Az 5.2. ábra a véletlen hálózatnövekedési modellben mutatja be egy hálózati sokk átlagos hatását a hálózatfejlődés különböző időpontjaiban ($t = 50$, $t = 100$ és $t = 150$).⁹ Az impulzusválaszok alapján is jól látszik, hogy minél fiatalabb a hálózat, annál erőteljesebb hatást gyakorol a gazdasági dinamikára egy negatív hálózati sokk.

5.2. ábra. Impulzusválaszok a modellben különböző korú hálózatokban szimulált negatív hálózati sokkra – átlagos és maximális hatások a véletlen hálózatnövekedési modellben



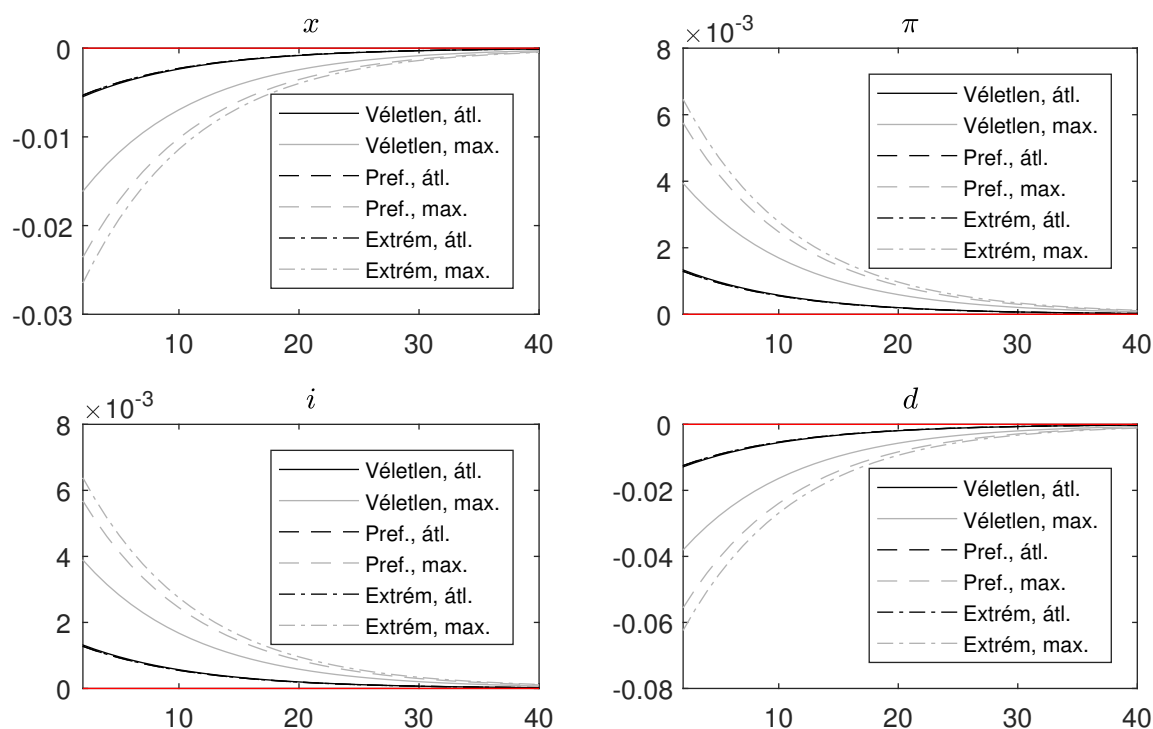
Forrás: Saját szerkesztés Matlab segítségével

Az 5.3. ábra a szimulációs időszak végén ($t = 150$) a három különböző hálózati modellre mutatja meg egy hálózati sokk átlagos és maximális hatását. Amíg az átlagos hatásoknál nincs szemmel látható különbség a három hálózati modell között, addig a maximális hatásoknál már jelentős különbségek adódnak. A véletlen hálózati modell mellett a legkisebb egy negatív hálózati sokk várható maximális hatása, míg az extrém preferenciális modell adja a legjelentősebb hatást a gazdasági dinamikára. Ezek szerint a gazdaság alkalmazko-

⁹A preferenciális és a szélsőségesen preferenciális modellekben a tendenciák ugyanezek, így azokat nem mutatom be külön ábrán.

dási pályája nem független a gazdasági szereplők kapcsolataitól, a piaci kapcsolati hálózat strukturális tulajdonságai befolyásolhatják a gazdaság dinamikus viselkedését. Az itt látott eredmény jól kapcsolódik Gabaix (2011) gondolatához, aki szerint a vállalatok méreteloszlásában megfigyelhető skálafüggetlenség a makrogazdasági fluktuációk egyik jelentős forrása lehet és emiatt sérülékenyebbé teszi a gazdaságokat.

5.3. ábra. Impulzusválaszok a modellben különböző hálózatokban szimulált negatív hálózati sokkra – átlagos és maximális hatások a 150. periódusban



Forrás: Saját szerkesztés Matlab segítségével

5.5. Összegzés

Ebben a fejezetben a piaci kapcsolati hálózat gazdasági dinamikában játszott szerepét vizsgáltam. Az eredmények alapján a tökéletlen kapcsolódási struktúra által generált holtteher-vesztés beépül a gazdaság dinamikus viselkedésébe is, a hálózat változásainak inflációs és a gazdaság ciklikus pályáját érintő hatásai lehetnek. Ugyanakkor nem független a hatások mértéke attól, hogy a hálózati dinamika melyik szakaszában vagyunk, illetve milyen a hálózat struktúrája. Legnagyobb hatásokat a hálózatfejlődés korai szakaszában és erőtelje-

sen aszimmetrikus hálózati struktúra mellett láttunk. A skálafüggetlen jellege a hálózatoknak emiatt sérülékenyebbé teszi a gazdaságot dinamikai szempontból, hiszen ezekben a hálóokban a nagy, erősen kapcsolt szereplők jelentős hatást képesek kiváltani. A nagyméretű, véletlen hálózatok tudják a leghatékonyabban csillapítani egy-egy hálózatot érintő sokk-hatás gazdasági dinamikai következményeit.

6. fejezet

Összefoglalás

A gazdasági rendszert komplex hálózatok sokasága alkotja, gondoljunk csak a vállalatok input-output kapcsolataira, a munkapiacra vagy a vevőket az eladókkal összekötő piaci kapcsolati hálózatra. Ezek a hálózatok kulcsfontosságúak a gazdaságban, hiszen a gazdasági rendszer működése szempontjából egyáltalán nem semleges az, milyen struktúrában kapcsolódnak egymáshoz a szereplők. Ahhoz, hogy ezeket a komplex hálózati hatásokat elemezni tudjuk, a hálózati megközelítés a közgazdaságtanban egyre inkább megkerülhetetlenné válik. A disszertációban ennek megfelelően egy olyan hálózati megközelítést alkalmaztam, amely lehetővé tette a monopolisztikus piaci versenyre épülő modellekben a vevők és eladók közötti kapcsolatok figyelembevételét. Elsődleges célom az volt, hogy megmutassam, a hálózati struktúra a piaci működésben is számít és a hálózati perspektíva fontos adalékkal szolgálhat ahhoz, hogy jobban megértsük a gazdasági rendszer működését. A disszertáció végéhez érve röviden szeretném összefoglalni a legfontosabb eredményeket és a bevezetőben megfogalmazott hipotézisekre adható válaszokat.

A dolgozat *3. fejezetében* egy monopolisztikus versenypiaci modellbe vezettem be a hálózati logikát úgy, hogy a piac két oldalán levő szereplők közötti kapcsolatokat explicit modelleztem. Ez azt jelentette, hogy az elérhető piaci tranzakciókat az eladók és vevők közötti kapcsolati hálózat határozta meg a modellben, vagyis a klasszikus teljes kapcsoltság helyett a nem teljes kapcsoltság feltevésével éltem. Azt láttuk, hogy mindkét oldalon befolyásolhatja a döntés kimenetelét a döntéshozó hálózatban elfoglalt pozíciója. A hálózati pozíció keresleti oldalon meghatározza a lehetséges tranzakciókat, emiatt jóléti hatása van, az árdöntésben pedig a várható keresletet és ezzel egyidejűleg a vállalat határkölségét is befolyásolja (az egyetlen kivétel ez alól a konstans határkölség, hiszen ekkor az ár független a termeléstől). Ezek alapján a disszertáció elején megfogalmazott egyes számú hipotézist elfogadom:

- T₁** Ha a piaci szereplők – eladók és vevők – között felírható kapcsolati hálózat nemteljes-ségét feltételezzük, akkor monopolisztikus versenyben a hálózatban elfoglalt pozíció befolyásolja az egyéni döntéshozatalt mind a keresleti, mind a kínálati oldalon.

Megvizsgáltam a modellben az endogén hálózatformálódás lehetőségét is a háztartások, illetve a vállalatok kapcsolatlétesítési döntésének modellezésével. A kapcsolatok kiépítésének pozitív költsége mellett a szereplők hálózatformálódási döntései nem teljes kapcsoltságot eredményeznek a piac két oldala között és egy szereplő adottsága – jövedelmi helyzete a vevők és termelékenysége az eladók esetén – alapvetően meghatározza azt, milyen hálózati pozíciót (milyen mennyiségű és minőségű kapcsolatot) sikerül kialakítania. Vagyis a szereplők sokfélesége részben felelős a piaci struktúrában megfigyelhető egyenlőtlenségekért. Sőt, heterogén kínálati szereplőkre az endogén módon kialakuló kapcsolatok eloszlása a legtöbb valódi hálózatra jellemző skálafüggetlen struktúrának felel meg. A termelékenyebb vállalatok egyensúlyban több kapcsolattal rendelkeznek, ugyanakkor ez az összefüggés nem lineáris: a korlátozott termék helyettesíthetőség és a vállalati határkölségek szimmetrikus eloszlása együttesen aszimmetrikus fokszámoszlást tud eredményezni. Ezek az eredmények egyúttal arra is rámutatnak, hogy a teljes kapcsoltság standard feltevése a modellekben nem feltétlenül ésszerű feltevés, a szereplők motivációinak jobban megfelel a tökéletlen kapcsoltság feltevése. Mindez azt is jelenti, hogy elfogadhatjuk a kettes számú hipotézist is:

T₂ Ha lehetővé tesszük a piaci szereplők – eladók és vevők – számára a kapcsolataikról való döntéshozatalt és a piaci kapcsolatokhoz tranzakciós költséget rendelünk, akkor nem minden kapcsolatot hoznak létre a szereplők és emiatt a kialakuló hálózat nem teljes, továbbá egy szereplő adottságai meghatározzák azt, hogy milyen hálózati pozíciót tud kialakítani.

A 4. fejezetben a piaci modellt egy általános egyensúlyi modellbe építettem be. A hálózat nemteljessége azt eredményezte, hogy a termelést a hálózati struktúra határozza meg és aggregált szinten jóléti veszteséget szenved el a gazdaság. A holtteherveszteség a ritkuló piaci kapcsolatok által generált pótlólagos monopolizációból ered és mértéke nem független a mögöttes hálózati struktúrától. A termelésben érvényesülő hozadék típusától függően a hálózat centralizáltságának hatása eltérő lehet: míg növekvő hozadék mellett a centrális hálózati struktúra hatékonysági előnye jelentkezik, addig csökkenő hozadékú gazdaságban éppen a szimmetrikus szerkezetek bizonyulnak hatékonyabbnak. Azt is megállapítottuk, hogy a tökéletlen kapcsoltságból fakadó holtteherveszteséget részben kompenzálhatja a termelékenyebb szereplők erőteljesebb kapcsoltsága – mely az előző fejezet eredményei szerint endogén módon alakul ki. Általánosságban tehát azt láttuk, hogy a gazdaság szereplőit összekötő piaci kapcsolati hálózat szerkezete érdemi hatást gyakorol a gazdaság aggregált teljesítményére és ez a hatás nem független a piacon működő vállalatok termelékenységétől. Ezek alapján a harmadik hipotézist is elfogadhatjuk:

T₃ A piaci kapcsolati hálózat nemteljessége a piac aggregált teljesítményében jóléti veszteséget eredményez és a hálózat strukturális tulajdonságai befolyásolják annak mértékét.

Végül az *5. fejezetben* a piac két oldalát összekapcsoló hálózat szerepét a gazdasági dinamikában is megvizsgáltam. Az eredmények alapján a tökéletlen kapcsolódási struktúra által generált holtteherveszteség beépül a gazdaság dinamikai viselkedésébe is, a hálózat mikroszinten jelentkező változásai aggregált szintű fluktuációkat eredményezhetnek. Sőt, ezek a fluktuációk annál erőteljesebbek lehetnek, minél erősebb a hálózati struktúra skálafüggetlen jellege, hiszen ezekben a hálózatokban a centrális, magas fokszámú szereplők jelentős hatást képesek kiváltani, sérülékenyebbé téve ezáltal a gazdaságot dinamikai szempontból. Ezek szerint a kapcsolati hálózat változásai – így például egy domináns szereplő megjelenése, amely elszívja a tranzakciók jelentős részét a többi szereplőtől, vagy a tranzakciók számának hirtelen visszaesése egy válság idején – kiválthatnak olyan folyamatokat, melyek felelősek a gazdaság ciklikus ingadozásaiért. Mindezek alapján az utolsó, négyes számú hipotézis is elfogadásra kerül:

T₄ A piaci szereplők kapcsolati hálózatának változásai megjelennek a gazdaság dinamikus működésében.

A modellek elemzéséből levont következtetések empirikus vizsgálata részben alátámasztotta az elméleti eredményeket. A *3. fejezetben* láttuk, hogy a különböző méretkategóriába tartozó vállalatok bevételi és foglalkoztatási adatai alapján a magyar gazdaságra is jellemző a vállalatok méreteloszlásában a skálafüggetlenség (vastagfarkúság). A fejezetben ismertetett hálózatformálódási modell egy lehetséges magyarázatát adja ennek a jelenségnek. A fejezet végén a modell egy lehetséges alkalmazását is bemutattam. A vállalatok egyensúlyi fokszámára kapott analitikus összefüggés lehetővé tette, hogy megbecsüljem a magyar gazdaságra érvényes helyettesítési rugalmasság értékét a modellbeli méreteloszlás illesztésével az empirikus méreteloszlásra. A *4. fejezetben* a modell által előre jelzett nem teljes kapcsoltságból fakadó holtteherveszteség alakulására vonatkozóan próbáltam meg becslést adni a magyar gazdaságra. A becslések alapján a várakozásoknak megfelelően csökkent ennek a holtteherveszteségnek a mértéke a válságot követő években, ugyanakkor ez elsősorban annak köszönhető, hogy a különböző méretkategóriájú vállalatok relatív súlya a (jellemzően termelékenyebb) nagyvállalatok irányába tolódott el a fellendülés időszakában és nem annak, hogy a tranzakciók száma nőtt volna, vagyis felértékelődött volna a kisvállalatok szerepe. Szeretném hangsúlyozni, hogy az empirikus alkalmazásoknak inkább illusztratív szerepe volt a dolgozatban arra vonatkozóan, milyen lehetőségek vannak a bemutatott eredmények gyakorlatban való hasznosíthatóságára. A bemutatott empirikus elemzések számos módszertani kérdést felvetnek, részben az adatok limitált rendelkezésre állása miatt, részben az elméleti

eredmények gyakorlati interpretálhatóságának korlátai miatt. A hálózati kapcsoltság és piaci hatékonyság közötti összefüggések empirikus vizsgálata nem volt célja a dolgozatnak és mindenképpen további kutatásokat igényel, hogy ezen a területen meg tudjunk fogalmazni általános érvényű kijelentéseket.

A dolgozatban ismertetett eredményeket fenntartásokkal kell kezelniük, hiszen azok csak bizonyos feltételezések megléte mellett érvényesek. Egy modell mindig a valóság leegyszerűsített mása azzal a céllal, hogy minél kevesebb feltevessel tudjunk bizonyos jelenségeket megmagyarázni a segítségével. Az egyik ilyen praktikus feltevés a reprezentatív szereplő ideálja, amely egymagában képviseli a teljes társadalmat. Ezt a feltevést próbáltam meg lazítani annyiban, hogy a szereplők közötti kapcsolatok explicit struktúráját építettem be a modellekbe, ami miatt a szereplők legalább társadalmi beágyazottságukban különböztek egymástól. Ugyanakkor volt egy nagyon fontos feltételezés, amit mindvégig adottnak tekintettem, holott erősen életidegen. A modell – amelyre a bemutatott elemzéseket alapoztam – a termékek között tökéletlen helyettesítést feltételez, amely azt eredményezi, hogy a termékváltozatosságnak pozitív jóléti hatása van. Ugyanakkor a modell fogyasztói szempontjából nincs különbség a termékek között levő helyettesíthetőségben, bármely két termék között ugyanakkora a helyettesítés rugalmassága. Vagyis a modell fogyasztói egyformának tekintenek például egy helyi kisvállalkozó által hazai alapanyagokból, itthon gyártott terméket és egy multinacionális cég által forgalmazott, külföldről importált, külföldi munkaerővel előállított terméket. Az ár az egyetlen domináns tényező, ami befolyásolja a modellben a fogyasztók keresleti döntését a kétféle termék tekintetében. Ez egy kevésbé életszerű feltételezés, ami miatt a modell nem örvend nagy népszerűségnek az iparági piacszerkezetekkel foglalkozó szakirodalomban. Pedig a piaci hálózati struktúra modellbe építésének és elemzésének pont ezekben a kutatásokban lehet igazán fontos hozadéka mind az elmélet, mind a gyakorlati alkalmazhatóság szempontjából. Célszerű lenne emiatt a további kutatásokban ezen a feltevésen lazítani és általánosabb függvényformákkal dolgozni, melyek a helyettesíthetőségre nézve kevésbé szigorúak.

A hálózati struktúra szerepe a gazdasági működés minden területén érdekes lehet, ahol valamilyen hálózatot feltételezhetünk a rendszer működésében. A disszertációban a lehetséges kutatási területeknek csak egy szűk részhalmozát érintettem, a vizsgálódásokat kiterjeszthetnénk például a munkapiacra, a vállalatok beszállítói/értékesítési hálózatára vagy a bankközi piacra, csak hogy néhány példát említsek. Talán nem minden esetben sikerült újszerű eredményt felmutatnom és sok esetben elegendő lett volna az intuícióimra hagyatkoznom a hosszas levezetések helyett. Ennek ellenére bízom benne, hogy sikerült meggyőzőnöm az Olvasót arról, hogy érdemes a gazdaságunkat hálózati nézőpontból (is) szemlélniük.

Felhasznált irodalom

- Acemoglu, D., Carvalho, V. M., Ozdaglar, A. és Tahbaz-Salehi, A. (2012). „The Network Origins of Aggregate Fluctuations”. *Econometrica* 80.5, 1977–2016. old.
- Akerlof, G. A. és Yellen, J. L. (1985). „A Near-Rational Model of the Business Cycle, With Wage and Price Inertia”. *The Quarterly Journal of Economics* 100, 823–838. old.
- Albert, R., Jeong, H. és Barabási, A.-L. (1999). „Diameter of the World Wide Web”. *Nature* 401, 130–131.
- Arrow, K. J. és Debreu, G. (1954). „Existence of an equilibrium for a competitive economy”. *Econometrica* 22.3, 265–290.
- Axtell, R. (1954). „Zipf distribution of U.S. firm sizes”. *Science* 293, 1818–1820. old.
- Bala, V. és Goyal, S. (2000). „A Noncooperative Model of Network Formation”. *Econometrica* 68.5, 1181–1229. old.
- Barabási, A.-L. (2003). *Behálózva. A hálózatok új tudománya*. Budapest: Magyar Könyvklub.
- (2016). *Network Science*. Cambridge University Press.
- Barabási, A.-L. és Albert, R. (1999). „Emergence of Scaling in Random Networks”. *Science* 286, 509–512. old.
- Barro, R. (1976). „Rational Expectations and the Role of Monetary Policy”. *Journal of Monetary Economics* 2.1, 1–32. old.
- Bigio, S. és La’O, J. (2020). „Distortions in Production Networks”. *The Quarterly Journal of Economics* 135.4, 2187–2253. old.
- Blanchard, O. J. és Kiyotaki, N. (1987). „Monopolistic Competition and the Effects of Aggregate Demand”. *The American Economic Review* 77.4, 647–666. old.
- Blume, L., Easley, D., Kleinberg, J. és Tardos, É. (2009). „Trading networks with price-setting agents”. *Games and Economic Behavior* 67.1, 36–50. old.
- Bénassy, J. P. (1996). „Taste for variety and optimum production patterns in monopolistic competition”. *Economics Letters* 52.1, 41–47.
- Bougheas, S. és Kirman, A. (2014). „Complex Financial Networks and Systemic Risk: A Review”. *CESifo Working Paper Series*.
- Brakman, S. és Heijdra, B. (2004). *The Monopolistic Competition Revolution in Retrospect*. Cambridge University Press.

- Brock, W. és Durlauf, S. (2001). „Interactions-Based Models”. *Handbook of Econometrics*. Szerk. J. Heckman és E. Leamer. North-Holland: Handbooks in Economics Series.
- Calvo, G. A. (1983). „Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework”. *Journal of Monetary Economics* 12.3, 383–398.
- Carlton, D. és Perloff, J. (2005). *Modern Industrial Organization*. Boston: Pearson.
- Chamberlin, E. (1933). *The Theory of Monopolistic Competition: A Re-orientation of the Theory of Value*. Harvard University Press.
- Dhingra, S. és Morrow, J. (2019). „Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity under Firm Heterogeneity”. *Journal of Political Economy* 127.1, 196–232. old.
- Dixit, A. K. és Norman, V. (1980). *Theory of International Trade*. Cambridge University Press.
- Dixit, A. K. és Stiglitz, J. E. (1977). „Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity”. *The American Economic Review* 67.3, 297–308. old.
- Easley, D. és Kleinberg, J. (2010). *Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World*. Cambridge University Press.
- Erdős, P. és Rényi, A. (1959). „On Random Graphs”. *Publicationes Mathematicae* 6, 290–297. old.
- (1960). „On the Evolution of Random Graphs”. *Hungarian Academy of Sciences Institute of Mathematics* 5, 17–61. old.
- (1961). „On the Strength of Connectedness of a Random Graph”. *Acta Math. Acad. Sci. Hung.* 12, 261–267. old.
- Ethier, W. J. (1982). „National and International Returns to Scale in the Modern Theory of International Trade”. *The American Economic Review* 72.3, 389–405. old.
- Fagiolo, G., Marengo, L. és Valente, M. (2004). „Endogenous Networks in Random Population Games”. *Mathematical Population Studies* 11.2, 121–147. old.
- Gabaix, X. (2011). „The Granular Origins of Aggregate Fluctuations”. *Econometrica* 79.3, 733–772. old.
- Galí, J. (2008). *Monetary Policy, Inflation and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework*. Princeton University Press.
- Granovetter, M. (1985). „Economic Action and Social Structure: The Problem of Embeddedness”. *American Journal of Sociology* 91.3, 481–510. old.
- Grassi, B. (2016). „IO in I-O: Competition and Volatility in Input-Output Networks”. *Job Market Paper*.
- Grossman, G. és Helpman, E. (1991). *Innovation and Growth in the Global Economy*. The MIT Press.
- Gualdi, S. és Mandel, A. (2016). „On the emergence of scale-free production networks”. *Journal of Economic Dynamics and Control* 73.3, 61–77. old.

- Hayek, F. A. (1945). „The Use of Knowledge in Society”. *The American Economic Review* 35.4, 519–530. old.
- Jackson, M. (2005). „A Survey of Models of Network Formation: Stability and Efficiency”. *Group Formation in Economics: Networks, Clubs, and Coalitions*. Szerk. G. Demange és M. Wooders. Cambridge University Press.
- (2008). *Social and Economic Networks*. Princeton University Press.
- Jackson, M. és Wolinsky, A. (1996). „A Strategic Model of Social and Economic Networks”. *Journal of Economic Theory* 71.1, 44–74. old.
- Jakab, Z. és Kónya, I. (2016). „An Open Economy DSGE Model with Search-and-Matching Frictions: The Case of Hungary”. *Emerging Markets Finance and Trade* 52.7, 1606–1626. old.
- Jakab, Z., Kucsera, H., Szilágyi, K. és Világi, B. (2010). „Optimal simple monetary policy rules and welfare in a DSGE Model for Hungary”. *MNB Working Papers*.
- Jakab, Z. és Világi, B. (2008). „An estimated DSGE model of the Hungarian economy”. *MNB Working Papers*.
- Kakade, S., Kearns, M., Ortiz, L., Pemantle, R. és Suri, S. (2004). „Economic Properties of Social Networks”. *Advances in Neural Information Processing Systems* 17.
- Kirman, A. (1997). „The economy as an evolving network”. *Journal of Evolutionary Economics* 7.4, 339–353. old.
- König, M. és Battiston, S. (2009). „From Graph Theory to Models of Economic Networks. A Tutorial”. *Networks, Topology and Dynamics. Theory and Applications to Economics and Social Systems*. Szerk. A. Naimzada, S. Stefani és A. Torriero. Springer.
- Kranton, R. és Minehart, D. (2000). „Competition for Goods in Buyer-Seller Networks”. *Review of Economic Design* 5, 301–331. old.
- (2001). „A Theory of Buyer-Seller Networks”. *The American Economic Review* 91.3, 485–508. old.
- Krugman, P. (1979). „Increasing Returns, Monopolistic Competition, and International Trade”. *Journal of International Economics* 9, 469–479.
- (1991). „Increasing Returns and Economic Geography”. *The Journal of Political Economy* 99.3, 483–499. old.
- Kydland, F. és Prescott, E. D. (1983). „Time to Build and Aggregate Fluctuations”. *Econometrica* 50.6, 473–492.
- Longauer, D. és Sebestyén, T. (2019a). „Hálózati struktúra és nem teljes információ egy monopolisztikus versenyre épülő modellben”. *Közgazdasági Szemle* 66, 1257—1283.
- (2019b). „Hálózati szerkezet és endogén preferenciák egy egyszerű cseremodellben”. *Sigma* 50.1-2, 35–57.

- Lucas, R. E. (1972). „Expectations and the Neutrality of Money”. *Journal of Economic Theory* 4.2, 103–124.
- Mankiw, N. G. és Reis, R. (2010). „Imperfect Information and Aggregate Supply”. *Handbook of Monetary Economics*. Szerk. B. M. Friedman és M. Woodford. North-Holland: Amsterdam in Press.
- Marvel, H. P. (1976). „The Economics of Information and Retail Gasoline Price Behavior: An Empirical Analysis”. *Journal of Political Economy* 84.5, 1033–1060. old.
- Matsuyama, K. (1993). „Modelling Complementarity in Monopolistic Competition”. *Federal Reserve Bank of Minneapolis Discussion Paper*.
- Melitz, J. (2003). „The Impact of Trade on Intra-Industry Reallocations and Aggregate Industry Productivity”. *Econometrica* 71.6, 1695–1725. old.
- Osharin, A. és Thisse, J-F. (2014). „Monopolistic competition and income dispersion”. *Economics Letters* 122.2, 348–352. old.
- Persky, J. (1995). „Retrospectives. The Ethology of Homo Economicus”. *Journal of Economic Perspectives* 9.2, 221–231. old.
- Polányi, K. (1944). *The Great Transformation*. Boston: Beacon Press.
- Prescott, E. C. (1986). „Theory Ahead of Business Cycle Measurement”. *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review* 10.4, 9–22. old.
- Rauch, J. és Hamilton, G. (2001). „Networks and Markets: Concepts for Bridging Disciplines”. *Networks and Markets*. Szerk. J. Rauch és A. Casella. New York: Russel Sage Foundation.
- Reis, R. (2006a). „Inattentive Consumers”. *Journal of Monetary Economics* 53.8, 1761–1800.
- (2006b). „Inattentive Producers”. *Review of Economic Studies* 73.3, 793–821.
- Robinson, J. V. (1933). *The Economics of Imperfect Competition*. London: Macmillan.
- Romer, P. M. (1990). „Endogenous Technological Change”. *Journal of Political Economy* 98.5.
- Schweitzer, F., Fagiolo, G. és White, D. (2009). „Economic Networks: What do we know and what do we need to know?”. *Advances in Complex Systems* 12.4-5, 407–422. old.
- Sebestyén, T. és Longauer, D. (2018). „Network structure, equilibrium and dynamics in a monopolistically competitive economy”. *Netnomics* 19.131, 131–157.
- Simon, H. A. (1959). „Theories of Decision-Making in Economics and Behavioral Science”. *The American Economic Review* 49.3, 253–283. old.
- Simon, H. A. és Bonini, C. P. (1958). „The Size Distribution of Business Firms”. *The American Economic Review* 48.4, 607–617. old.
- Sims, C. A. (2003). „Implications of Rational Inattention”. *Journal of Monetary Economics* 50.3, 665–690. old.

- Sims, C. A. (2010). „Rational Inattention and Monetary Economics”. *Handbook of Monetary Economics*. Szerk. B. M. Friedman és M. Woodford. North-Holland: Amsterdam in Press.
- Stigler, G. J. (1961). „The Economics of Information”. *The Journal of Political Economy* 69.3, 213–225. old.
- Stiglitz, J. E. (2000). „The Contributions of the Economics of Information to Twentieth Century Economics”. *The Quarterly Journal of Economics* 115, 1441–1478. old.
- (2004). „Reflections on the State of the Theory of Monopolistic Competition”. *The Monopolistic Competition Revolution in Retrospect*. Szerk. S. Brakman és B. Heijdra. Cambridge University Press.
- Tirole, J. (1988). *The Theory of Industrial Organization*. The MIT Press.
- Watts, D. és Strogatz, S. (1998). „Collective Dynamics of 'Small-World' Networks”. *Nature* 393.4, 440–442. old.
- Wilhite, A. (2006). „Economic Activity on Fixed Networks”. *Handbook of Computational Economics*. Szerk. L. Tesfatsion és K. Judd. North-Holland: Handbooks in Economics Series.
- Woodford, M. (2002). „Imperfect Common Knowledge and the Effects of Monetary Policy”. *Knowledge, Information, and Expectations in Modern Macroeconomics: In Honor of Edmund S. Phelps*. Szerk. P. Aghion, R. Frydman, J. Stiglitz és M. Woodford. Princeton University Press.
- Zhelobodko, E., Kokovin, S., Parenti, M. és Thisse, J-F. (2012). „Monopolistic Competition: Beyond the Constant Elasticity of Substitution”. *Econometrica* 80.6, 2765–2784. old.

FÜGGELÉK

A. függelék

Hálózatformálódás monopolisztikus versenyben

A.1. A háztartások keresleti függvénye

A feladathoz tartozó Lagrange-függvény és az elsőrendű deriváltak:

$$L_i(c_{ij}, \lambda_i) = \left(\sum_{j=1}^F s_{ij} c_{ij}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} - \lambda_i \left(e_i - \sum_{j=1}^F p_j c_{ij} \right)$$
$$\frac{\partial L_i}{\partial c_{ij}} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \left(\sum_{j=1}^F s_{ij} c_{ij}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}-1} \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} s_{ij} c_{ij}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}-1} - \lambda_i p_j = 0 \quad j = 1, \dots, F$$
$$\frac{\partial L_i}{\partial \lambda_i} = e_i - \sum_{j=1}^F p_j c_{ij} = 0$$

Az első elsőrendű feltétel alapján:

$$c_{ij} = s_{ij}^{\varepsilon} C_i (\lambda_i p_j)^{-\varepsilon}$$

Vegyünk egy olyan k vállalatot, amelyre $s_{ik} \neq 0$ és osszuk el a két vállalat terméke iránti keresleteket:

$$c_{ij} = \left(\frac{s_{ij}}{s_{ik}} \right)^{\varepsilon} \left(\frac{p_j}{p_k} \right)^{-\varepsilon} c_{ik}$$

Helyettesítsük vissza ezt a második elsőrendű feltételbe:

$$e_i = \sum_{j=1}^F p_j c_{ij} = \sum_{j=1}^F p_j \left(\frac{s_{ij}}{s_{ik}} \right)^{\varepsilon} \left(\frac{p_j}{p_k} \right)^{-\varepsilon} c_{ik} = s_{ik}^{-\varepsilon} p_k^{\varepsilon} c_{ik} \sum_{j=1}^F s_{ij}^{\varepsilon} p_j^{1-\varepsilon}$$

Legyen az i háztartásra vonatkozó árindex a következő:

$$P_i = \left(\sum_{j=1}^F s_{ij}^{\varepsilon} p_j^{1-\varepsilon} \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

Ekkor az előbbi összefüggést fel tudjuk írni az alábbiak szerint:

$$e_i = s_{ik}^{-\varepsilon} p_k^{\varepsilon} c_{ik} P_i^{1-\varepsilon}$$

Amiből:

$$c_{ik} = s_{ik}^{\varepsilon} p_k^{-\varepsilon} e_i P_i^{\varepsilon-1}$$

A célfüggvény értéke optimumban:

$$\begin{aligned} C_i &= \left[\sum_{j=1}^F s_{ij} \left(s_{ij}^{\varepsilon} p_j^{-\varepsilon} e_i P_i^{\varepsilon-1} \right)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} = e_i P_i^{\varepsilon-1} \left(\sum_{j=1}^F s_{ij}^{\varepsilon} p_j^{1-\varepsilon} \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} = \\ &= e_i P_i^{\varepsilon-1} (P_i^{1-\varepsilon})^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} = \frac{e_i}{P_i} \end{aligned}$$

Ezek szerint optimális döntés esetén:

$$e_i = P_i C_i$$

Ezt felhasználva, a háztartás k termék iránti kereslete kifejezhető a termék ára, a háztartás kompozit fogyasztása és a rá vonatkozó árindex segítségével:

$$c_{ik} = s_{ik}^{\varepsilon} C_i \left(\frac{p_k}{P_i} \right)^{-\varepsilon}$$

ahol

$$P_i = \left(\sum_{j=1}^F s_{ij}^{\varepsilon} p_j^{1-\varepsilon} \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

Mivel a kapcsolatok feltevés szerint binárisak, ezért az s_{ij} hálózati kapcsolatok 0 és 1 értékeket vehetnek fel és a keresleti függvény leegyszerűsödik:

$$c_{ik} = s_{ik} C_i \left(\frac{p_k}{P_i} \right)^{-\varepsilon}$$

ahol

$$P_i = \left(\sum_{j=1}^F s_{ij} p_j^{1-\varepsilon} \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

A.2. A háztartások által érzékelt árindex

Az i háztartás által érzékelt ár(index) definíció szerint az egységnyi kompozit termék elfogyasztásának költségével egyenlő. Az árindex levezethető egy olyan optimalizálási feladat megoldásával, ahol az egységnyi kompozit termék költségét minimalizáljuk:

$$\min_{P_i} \sum_{j=1}^F p_j c_{ij} = \sum_{j=1}^F p_j s_{ij} p_j^{-\varepsilon} e_i P_i^{\varepsilon-1} = e_i P_i^{\varepsilon-1} \sum_{j=1}^F s_{ij} p_j^{1-\varepsilon}$$

$$\begin{aligned}
s.t. \quad \left(\sum_{j=1}^F s_{ij} c_{ij}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} &= \left(\sum_{j=1}^F s_{ij} (p_j^{-\varepsilon} e_i P_i^{\varepsilon-1})^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} = \\
&= e_i P_i^{\varepsilon-1} \left(\sum_{j=1}^F s_{ij} p_j^{1-\varepsilon} \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} = 1
\end{aligned}$$

ahol kihasználtuk, hogy ismerjük az egyedi termékekre vonatkozó optimális keresleteket. A feladathoz tartozó Lagrange-függvény:

$$L_i(P_i, \lambda_i) = e_i P_i^{\varepsilon-1} \sum_{j=1}^F s_{ij} p_j^{1-\varepsilon} - \lambda_i \left[e_i P_i^{\varepsilon-1} \left(\sum_{j=1}^F s_{ij} p_j^{1-\varepsilon} \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} - 1 \right]$$

Vegyük a Lagrange-függvény P_i szerinti deriváltját:

$$\frac{\partial L_i}{\partial P_i} = (\varepsilon - 1) e_i P_i^{\varepsilon-2} \sum_{j=1}^F s_{ij} p_j^{1-\varepsilon} - (\varepsilon - 1) \lambda_i e_i P_i^{\varepsilon-2} \left(\sum_{j=1}^F s_{ij} p_j^{1-\varepsilon} \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} = 0$$

Egyszerűsítés után kapjuk:

$$\lambda_i = \left(\sum_{j=1}^F s_{ij} p_j^{1-\varepsilon} \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

A feladat Lagrange-szorzója megmutatja azt, hogy az i háztartásnak mekkora többletköltsége származik, ha egy egységgel növeli a fogyasztását a kompozit termékből. Vagyis a Lagrange-szorzó definíció szerint megadja nekünk az i háztartás által érzékelt árindexet:

$$P_i = \left(\sum_{j=1}^F s_{ij} p_j^{1-\varepsilon} \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

A.3. A háztartások kapcsolatlétesítési döntésének átalakítása

A kapcsolatlétesítési döntés átalakításához induljunk ki az eredeti célfüggvényből és helyettesítsük be a korlátozó feltételeket:

$$\begin{aligned}
\Delta C_i^+ &= \left(\sum_{k=1}^F s_{ik} [e_i - \tau(k_i + 1)]^\rho p_k^{-\frac{\rho}{1-\rho}} P_i^{*\frac{\rho^2}{1-\rho}} + [e_i - \tau(k_i + 1)]^\rho p_j^{-\frac{\rho}{1-\rho}} P_i^{*\frac{\rho^2}{1-\rho}} \right)^{\frac{1}{\rho}} - \\
&- \left(\sum_{k=1}^F s_{ik} (e_i - \tau k_i)^\rho p_k^{-\frac{\rho}{1-\rho}} P_i^{*\frac{\rho^2}{1-\rho}} \right)^{\frac{1}{\rho}} = [e_i - \tau(k_i + 1)] P_i^{*\frac{\rho}{1-\rho}} \left(\sum_{k=1}^F s_{ik} p_k^{-\frac{\rho}{1-\rho}} + p_j^{-\frac{\rho}{1-\rho}} \right)^{\frac{1}{\rho}} - \\
&- (e_i - \tau k_i) P_i^{\frac{\rho}{1-\rho}} \left(\sum_{k=1}^F s_{ik} p_k^{-\frac{\rho}{1-\rho}} \right)^{\frac{1}{\rho}} = [e_i - \tau(k_i + 1)] P_i^{*\frac{\rho}{1-\rho}} P_i^{*-\frac{1}{1-\rho}} - (e_i - \tau k_i) P_i^{\frac{\rho}{1-\rho}} P_i^{-\frac{1}{1-\rho}} = \\
&= \left[[e_i - \tau(k_i + 1)] P_i^{*-1} - (e_i - \tau k_i) P_i^{-1} \right] = \\
&= \left[[e_i - \tau(k_i + 1)] \left(P_i^{-\frac{\rho}{1-\rho}} + p_j^{-\frac{\rho}{1-\rho}} \right)^{\frac{1-\rho}{\rho}} - (e_i - \tau k_i) P_i^{-1} \right]
\end{aligned}$$

A fenti kifejezésből jól látszik, hogy az értéke akkor maximális, ha p_j minimális. Mivel a kifejezésnek optimális esetben pozitívnek kell lennie, a feltételt még tovább alakíthatjuk:

$$\begin{aligned}
&\left[[e_i - \tau(k_i + 1)] \left(P_i^{-\frac{\rho}{1-\rho}} + p_j^{-\frac{\rho}{1-\rho}} \right)^{\frac{1-\rho}{\rho}} - (e_i - \tau k_i) P_i^{-1} \right] > 0 \Leftrightarrow \\
&[e_i - \tau(k_i + 1)] \left(P_i^{-\frac{\rho}{1-\rho}} + p_j^{-\frac{\rho}{1-\rho}} \right)^{\frac{1-\rho}{\rho}} > (e_i - \tau k_i) P_i^{-1} \Leftrightarrow \\
&\frac{e_i - \tau(k_i + 1)}{e_i - \tau k_i} = 1 - \frac{\tau}{e_i - \tau k_i} > \left(\frac{P_i^{-\frac{\rho}{1-\rho}}}{P_i^{-\frac{\rho}{1-\rho}} + p_j^{-\frac{\rho}{1-\rho}}} \right)^{\frac{1-\rho}{\rho}}
\end{aligned}$$

Ezek szerint az eredeti optimalizálási feladat ekvivalens az alábbival:

$$\begin{aligned}
&\min_{j \in \mathbb{F} | s_{ij}=0} p_j \\
&s.t. \quad 1 - \frac{\tau}{e_i - \tau k_i} > \left(\frac{P_i^{-\frac{\rho}{1-\rho}}}{P_i^{-\frac{\rho}{1-\rho}} + p_j^{-\frac{\rho}{1-\rho}}} \right)^{\frac{1-\rho}{\rho}}
\end{aligned}$$

A.4. A vállalatok kapcsolatlétesítési döntésének átalakítása

A vállalatok kapcsolatlétesítési döntésének átalakításához induljunk ki az eredeti célfüggvényből és helyettesítsük be a korlátozó feltételeket:

$$\begin{aligned}
 \max_{i \in \mathbf{H} | s_{ij}=0} \quad \Delta \Pi_j &= \left(\frac{MC_j(y_j)}{\rho} - MC_j(y_j) \right) e_i \left(\frac{MC_j(y_j)}{\rho} \right)^{-\frac{1}{1-\rho}} P_i^{* \frac{\rho}{1-\rho}} - \tau = \\
 &= (1-\rho) \left(\frac{MC_j(y_j)}{\rho} \right)^{-\frac{\rho}{1-\rho}} e_i \left(\sum_{k=1}^F s_{ik} p_k^{-\frac{\rho}{1-\rho}} + p_j^{-\frac{\rho}{1-\rho}} \right)^{-1} - \tau = \\
 &= (1-\rho) \left(\frac{MC_j(y_j)}{\rho} \right)^{-\frac{\rho}{1-\rho}} e_i \left(\sum_{k=1}^F s_{ik} \left(\frac{MC_k(y_k)}{\rho} \right)^{-\frac{\rho}{1-\rho}} + \left(\frac{MC_j(y_j)}{\rho} \right)^{-\frac{\rho}{1-\rho}} \right)^{-1} - \tau = \\
 &= (1-\rho) e_i \frac{MC_j(y_j)^{-\frac{\rho}{1-\rho}}}{\sum_{k=1}^F s_{ik} MC_k(y_k)^{-\frac{\rho}{1-\rho}} + MC_j(y_j)^{-\frac{\rho}{1-\rho}}} - \tau = \frac{(1-\rho) e_i}{\sum_{k=1}^F s_{ik} \left(\frac{MC_k(y_k)}{MC_j(y_j)} \right)^{-\frac{\rho}{1-\rho}} + 1} - \tau
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

A vállalat azt a típusú háztartást választja, amelyre a levezetett kifejezés maximális, feltéve persze, hogy a kifejezés nemnegatív, vagyis a probléma az alábbi alakban is felírható:

$$\begin{aligned}
 \max_{i \in \mathbf{H} | s_{ij}=0} \quad & \frac{e_i}{\sum_{k=1}^F s_{ik} \left(\frac{MC_k(y_k)}{MC_j(y_j)} \right)^{-\frac{\rho}{1-\rho}} + 1} \\
 \text{s.t.} \quad & \frac{(1-\rho) e_i}{\sum_{k=1}^F s_{ik} \left(\frac{MC_k(y_k)}{MC_j(y_j)} \right)^{-\frac{\rho}{1-\rho}} + 1} \geq \tau
 \end{aligned}$$

B. függelék

A tökéletlen piaci kapcsoltság és a gazdasági dinamika összefüggései

B.1. A háztartások dinamikus optimalizálási feladata

Az i háztartás a következő szélsőértékfeladatot oldja meg:

$$\max_{C_{i,t}, N_{i,t}} U_{i,0} = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{C_{i,t}^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_{i,t}^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right)$$

$$s.t. \quad P_{i,t}^H C_{i,t} + B_{i,t} = (1 + i_{t-1})B_{i,t-1} + W_t N_{i,t}$$

A feladathoz tartozó Lagrange-függvény és az elsőrendű feltételek a következők lesznek:

$$\begin{aligned} L_i(C_{i,t}, N_{i,t}, B_{i,t}, \lambda_{i,t}) &= \\ &= E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{C_{i,t}^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_{i,t}^{1+\varphi}}{1+\varphi} + \lambda_{i,t} [P_{i,t}^H C_{i,t} + B_{i,t} - (1 + i_{t-1})B_{i,t-1} - W_t N_{i,t}] \right] \\ \frac{\partial L_i}{\partial C_{i,t}} &= \beta^t \left[(1-\sigma) \frac{C_{i,t}^{-\sigma}}{1-\sigma} + \lambda_{i,t} P_{i,t}^H \right] = 0 \quad t = 0, \dots, \infty \\ \frac{\partial L_i}{\partial N_{i,t}} &= -\beta^t \left[(1+\varphi) \frac{N_{i,t}^{\varphi}}{1+\varphi} - \lambda_{i,t} W_t \right] = 0 \quad t = 0, \dots, \infty \\ \frac{\partial L_i}{\partial B_{i,t}} &= \beta^t \lambda_{i,t} - \beta^{t+1} \lambda_{i,t+1} (1 + i_t) = 0 \quad t = 0, \dots, \infty \\ \frac{\partial L_i}{\partial \lambda_{i,t}} &= \beta^t [P_{i,t}^H C_{i,t} + B_{i,t} - (1 + i_{t-1})B_{i,t-1} - W_t N_{i,t}] = 0 \quad t = 1, \dots, \infty \end{aligned}$$

Az első két elsőrendű feltétel adja az intratemporális kritériumot, vagyis az i háztartás munkakínálati függvényét:

$$\frac{W_t}{P_{i,t}^H} = \frac{N_{i,t}^{\varphi}}{C_{i,t}^{-\sigma}}$$

Az első és a harmadik elsőrendű feltétel segítségével meghatározható az intertemporális feltétel (Euler-egyenlet), ami a háztartás optimális fogyasztási pályáját írja le:

$$\beta E_t \left[\left(\frac{C_{i,t+1}}{C_{i,t}} \right)^{-\sigma} \frac{P_{i,t}^H}{P_{i,t+1}^H} \right] = \frac{1}{1+i_t}$$

B.2. Az árak szóródása

A bizonyításhoz először induljunk ki az alábbi, egyszerűbb összefüggésből, aminek megvan az a jó tulajdonsága, hogy az értéke éppen egységnyi:

$$\int_0^1 \left(\frac{p_{j,t}}{P_t} \right)^{1-\varepsilon} dj = P_t^{-(1-\varepsilon)} \int_0^1 p_{j,t}^{1-\varepsilon} dj = P_t^{-(1-\varepsilon)} P_t^{1-\varepsilon} = 1$$

Közelítsük az iménti összefüggvényt a steady-state értéke körül a másodrendű Taylor-polinomjával:

$$\begin{aligned} 1 &= \int_0^1 \left(\frac{p_{j,t}}{P_t} \right)^{1-\varepsilon} dj \\ 1 &= \int_0^1 \exp \left((1-\varepsilon) \ln \frac{p_{j,t}}{P_t} \right) dj \\ 1 &\simeq 1 + (1-\varepsilon) \int_0^1 \ln \frac{p_{j,t}}{P_t} dj + \\ &\quad + \frac{(1-\varepsilon)^2}{2} \int_0^1 \left(\ln \frac{p_{j,t}}{P_t} \right)^2 dj \\ 0 &\simeq \int_0^1 \ln \frac{p_{j,t}}{P_t} dj + \frac{1-\varepsilon}{2} \int_0^1 \left(\ln \frac{p_{j,t}}{P_t} \right)^2 dj \\ \int_0^1 \ln \frac{p_{j,t}}{P_t} dj &\simeq -\frac{1-\varepsilon}{2} \int_0^1 \left(\ln \frac{p_{j,t}}{P_t} \right)^2 dj \end{aligned}$$

Következő lépésben végezzük el a másodfokú Taylor-soros közelítést az eredeti tényezőre is:

$$\begin{aligned} \int_0^1 \left(\frac{p_{j,t}}{P_t} \right)^{\frac{-\varepsilon}{1-\alpha}} dj &= \int_0^1 \exp \left(\frac{-\varepsilon}{1-\alpha} \ln \frac{p_{j,t}}{P_t} \right) dj \simeq \\ &1 - \frac{\varepsilon}{1-\alpha} \int_0^1 \ln \frac{p_{j,t}}{P_t} dj + \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon}{1-\alpha} \right)^2 \int_0^1 \left(\ln \frac{p_{j,t}}{P_t} \right)^2 dj \end{aligned}$$

Használjuk fel az utóbbi közelítésben az előző közelítésnél kapott összefüggést:

$$\begin{aligned}
& 1 - \frac{\varepsilon}{1-\alpha} \left[-\frac{1-\varepsilon}{2} \int_0^1 \left(\ln \frac{p_{j,t}}{P_t} \right)^2 dj \right] + \\
& \quad + \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon}{1-\alpha} \right)^2 \int_0^1 \left(\ln \frac{p_{j,t}}{P_t} \right)^2 dj = \\
& = 1 + \int_0^1 \left(\ln \frac{p_{j,t}}{P_t} \right)^2 dj \left[\frac{(1-\varepsilon)\varepsilon}{2(1-\alpha)} + \frac{\varepsilon^2}{2(1-\alpha)^2} \right] \simeq \int_0^1 \left(\frac{p_{j,t}}{P_t} \right)^{\frac{-\varepsilon}{1-\alpha}} dj
\end{aligned}$$

A kifejezésben szereplő $\int_0^1 \left(\ln \frac{p_{j,t}}{P_t} \right)^2 dj$ tag valójában az árak logaritmusának varianciája.¹ Galí (2008) alapján ennek értéke elhanyagolható, közel nulla. Vagyis a keresett kifejezés értéke a Taylor-sorba fejtés alapján megközelítőleg az alábbi:

$$\int_0^1 \left(\frac{p_{j,t}}{P_t} \right)^{\frac{-\varepsilon}{1-\alpha}} \simeq 1$$

B.3. Az egyedi áralakulást leíró egyenlet átalakítása előre iterálással

Az alábbi szakaszban bemutatom, hogy felhasználva az egyedi és az átlagos határkötség közötti 5.20 összefüggést az egyedi árak alakulását leíró 5.8 egyenletben, miként kapjuk meg annak makrogazdasági határkölségtől függő változatát. Helyettesítsük be tehát az 5.20 egyenletet az 5.8 egyenletbe:

$$\begin{aligned}
\tilde{p}_{j,t} &= (1 - \theta\beta) \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k E_t \left(\tilde{m}c_{j,t+k|t} - \ln \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} + \tilde{P}_{t+k} \right) = \\
&= (1 - \theta\beta) \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k E_t \left[\tilde{m}c_{t+k} - \ln \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} + \tilde{P}_{t+k} - \frac{\alpha\varepsilon}{1-\alpha} (\tilde{p}_{j,t} - \tilde{P}_{t+k}) + \frac{1}{\varepsilon - 1} \tilde{d}_{t+k}^N \right]
\end{aligned}$$

¹Átalakítva a kifejezést:

$$\begin{aligned}
\int_0^1 \ln \frac{p_{j,t}}{P_t} dj &= \int_0^1 (\ln p_{j,t} - \ln P_t)^2 dj = \\
&= \int_0^1 [\ln p_{j,t} - E_t(p_{j,t})]^2 dj = \text{var}(p_{j,t})
\end{aligned}$$

Ezek szerint a kifejezés nem más, mint a logaritmikus árak várható értéktől való négyzetes eltéréseinek összege, vagyis az árak logaritmusainak varianciája egy adott periódusban.

A változók összevonása után:

$$\begin{aligned} \frac{1 + \alpha(\varepsilon - 1)}{1 - \alpha} \tilde{p}_{j,t} &= (1 - \theta\beta) \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k E_t \left(\tilde{m}c_{t+k} - \ln \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1 + \alpha(\varepsilon - 1)}{1 - \alpha} \tilde{P}_{t+k} + \frac{1}{\varepsilon - 1} \tilde{d}_{t+k}^N \right) \\ \tilde{p}_{j,t} &= (1 - \theta\beta) \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k E_t \left[\frac{1 - \alpha}{1 + \alpha(\varepsilon - 1)} \left(\tilde{m}c_{t+k} - \ln \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon - 1} \tilde{d}_{t+k}^N \right) + \tilde{P}_{t+k} \right] \end{aligned}$$

Vonjunk ki mindkét oldalból \tilde{P}_{t-1} -t:

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{j,t} - \tilde{P}_{t-1} &= (1 - \theta\beta) \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k E_t \left[\frac{1 - \alpha}{1 + \alpha(\varepsilon - 1)} \left(\tilde{m}c_{t+k} - \ln \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon - 1} \tilde{d}_{t+k}^N \right) + \right. \\ &\quad \left. + \tilde{P}_{t+k} - \tilde{P}_{t-1} \right] \end{aligned}$$

Iteráljuk egy peridussal előre az egyenletet:

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{j,t+1} - \tilde{P}_t &= (1 - \theta\beta) \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k E_t \left[\frac{1 - \alpha}{1 + \alpha(\varepsilon - 1)} \left(\tilde{m}c_{t+k+1} - \ln \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon - 1} \tilde{d}_{t+k+1}^N \right) + \right. \\ &\quad \left. + \tilde{P}_{t+k+1} - \tilde{P}_t \right] = (1 - \theta\beta) \sum_{k=1}^{\infty} (\theta\beta)^{k-1} \\ &\quad E_t \left[\frac{1 - \alpha}{1 + \alpha(\varepsilon - 1)} \left(\tilde{m}c_{t+k} - \ln \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon - 1} \tilde{d}_{t+k}^N \right) + \tilde{P}_{t+k} - \tilde{P}_t \right] \end{aligned}$$

Végül pedig helyettesítsük vissza az utóbbi összefüggést az előbbibe:

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{j,t} - \tilde{P}_{t-1} &= \theta\beta E_t \left(\tilde{p}_{j,t+1} - \tilde{P}_t \right) + \tilde{P}_t - \tilde{P}_{t-1} + \\ &\quad + \frac{(1 - \theta\beta)(1 - \alpha)}{1 + \alpha(\varepsilon - 1)} \left(\tilde{m}c_t - \ln \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon - 1} \tilde{d}_t^N \right) \end{aligned}$$

B.4. Az általános árindex log-linearizálása

Az alábbi szakaszban az általános árindex log-linearizálását mutatom be. Emlékeztetőül az árindex 5.9 összefüggés szerinti képlete:

$$P_t = [\theta P_{t-1}^{1-\varepsilon} + (1 - \theta) p_{j,t}^{1-\varepsilon}]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

Első lépésben alakítsuk át a következő formára:

$$\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)^{1-\varepsilon} = \left[\theta + (1-\theta) \left(\frac{p_{j,t}}{P_{t-1}}\right)^{1-\varepsilon}\right]$$

Annak érdekében, hogy a log-linearizálást egyszerűbbé tegyük, alakítsuk át az összefüggést az alábbiak szerint:

$$\exp\left[(1-\varepsilon)\ln\frac{P_t}{P_{t-1}}\right] = \theta + (1-\theta)\exp\left[(1-\varepsilon)\ln\frac{p_{j,t}}{P_{t-1}}\right]$$

A fenti egyenlet log-linearizálásával a következő kifejezést kapjuk:

$$\begin{aligned} \exp\left[(1-\varepsilon)\ln\frac{P}{P}\right] \left(\ln\frac{P_t}{P_{t-1}} - \ln\frac{P}{P}\right) &= \\ = (1-\theta)\exp\left[(1-\varepsilon)\ln\frac{P_j}{P}\right] \left(\ln\frac{p_{j,t}}{P_{t-1}} - \ln\frac{P_j}{P}\right) \end{aligned}$$

Mivel steady-state-ben $\frac{p_j}{P} = 1$:

$$\ln\frac{P_t}{P_{t-1}} = (1-\theta)\ln\frac{p_{j,t}}{P_{t-1}}$$

Alkalmazva az $\ln P_t = \tilde{P}_t$, $\ln P_{t-1} = \tilde{P}_{t-1}$, valamint $\ln p_{j,t} = \tilde{p}_{j,t}$ jelöléseket megkapjuk az árindex log-linearizált változatát:

$$\frac{1}{1-\theta} \left(\tilde{P}_t - \tilde{P}_{t-1}\right) = \tilde{p}_{j,t} - \tilde{P}_{t-1}$$